

---

УДК 681.128.43

І.Ю. Кравченко

*Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова, Київ*

## **МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОГНОЗУВАННЯ ТРАЄКТОРІЇ ЛІТАКА НА ОСНОВІ ЛІНІЙНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ І ЕКСТРАПОЛЯЦІЇ ВИПАДКОВОГО ПРОЦЕСУ ЗІ ЗМІШАНОЮ ПОСЛІДОВНІСТЮ ЙОГО СКЛАДОВИХ**

*В статті запропонована математична модель прогнозування траєкторії літака на основі лінійної фільтрації і екстраполяції випадкового процесу зі змішаною послідовністю його складових, яка відображає оптимальний метод узгодженої екстраполяції з попередньою фільтрацією похибок вимірювань.*

**Ключові слова:** математична модель, прогнозування траєкторії літака, фільтрація і екстраполяція, випадковий процес.

### **Вступ**

На підставі результатів аналізу досвіду експлуатації та розвитку як військової, так і цивільної авіації провідних країн світу встановлено, що в сучасних умовах зросли вимоги до безпеки польотів. Однією з важких частин загальної проблеми безпеки польотів є підвищення ефективності систем автоматичного управління літальними апаратами у процесі її експлуатації та модернізації. Дослідження показали, що в сучасних умовах найбільш перспективними є і системи автоматичного управління літальним апаратом, в яких реалізована ідея прогнозування траєкторії. Це пов'язано з відсутністю апріорної інформації про можливі зовнішні впливи та дестабілізуючі фактори.

**Постановка задачі.** Зміст задачі визначає, що результат екстраполяції повинен бути оптимальним в середньому по множині реалізацій, у той час як для окремих реалізацій помилка екстраполяції може бути як завгодно великою. Дана обставина суттєво обмежує можливість задовольнити одну з вимог до посадки – здійснення з першого заходу, оскільки помилка одиночної екстраполяції не гарантується і, таким чином, суттєво зростає можливість невдалої посадки, що не припустимо. Дана обставина виявляє ще одну задачу, пов'язану з дослідженням похибки однократної екстраполяції. Виходячи з вищевикладеного, задачею є розробка різних за обсягом апріорної інформації оптимальних у середньоквадратичному сенсі методів екстраполяції реалізації випад-

кового процесу для прогнозування траєкторії літака при посадці.

**Аналіз публікацій.** У багатьох джерелах [1 – 4 та ін.] є інформація про проведення досліджень щодо розробки та застосування систем прогнозування траєкторії на етапі посадки літака за кордоном (США, РФ). І хоча більшість матеріалів, що стосуються застосування подібних систем, є закритими, з окремих відомостей все ж таки можна зробити висновки про їх існування та наукові підходи розробки, а також проте що існуюча теорія прогнозування потребує подальшого розвитку.

**Мета статті** полягає в обґрунтуванні різних за обсягом апріорної інформації оптимальних у середньоквадратичному сенсі моделей екстраполяції реалізації випадкового процесу для прогнозування траєкторії літака при посадці.

### Основна частина

Відомі підходи побудови фільтру – екстраполятору реалізації випадкового процесу [5 – 9 та ін.] не забезпечує абсолютного мінімуму середнього квадрата помилки прогнозу траєкторії літака при посадці.

Траєкторія літака  $\hat{x}(t)$  розглядається як реалізація векторного випадкового процесу  $\bar{X}(t) = (X_1(t), X_2(t), X_3(t))$ , характеристики якого припускаються заданими на необхідному часовому інтервалі  $t_1 \leq t \leq t_1$ . Кожна складова  $X_j(t)$ ,  $j=1,3$ , процесу  $\bar{X}(t)$  є скалярним випадковим процесом, що описує зміни в часі однієї із координат літака. В загальному випадку дані складові пов'язані. З випадковим процесом  $\bar{X}(t)$  пов'язаний процес вимірів  $\bar{Z}(t)$ , який задається співвідношенням

$$\bar{Z}(t) = \bar{X}(t) + \bar{Y}(t), \quad (1)$$

де  $\bar{Y}(t) = (Y_1(t), Y_2(t), Y_3(t))$  – випадковий процес змін у часі похибок вимірів відповідної компоненти  $X_j(t)$ ,  $j=1,3$  процесу  $\bar{X}(t)$ . В зв'язку з тим, що вимірювання здійснюються у різних каналах, складові випадкового процесу  $\bar{Y}(t)$  припускаються незалежними. Статистичні властивості процесу  $\bar{Y}(t)$  на інтервалі  $t_1 \leq t \leq t_1$  також припускаються відомими.

Для зниження похибки екстраполяції пропонується використовувати так звану “змішану” випадкову послідовність

$$\{\hat{X}'\} = \{\hat{X}(1), \hat{X}(2), \dots, \hat{X}(k), \hat{X}(i = k + 1), \dots, \hat{X}(I)\},$$

яка сполучує в собі для  $i \leq k$ , так і дані о процесі  $\hat{X}(t)$  для  $k < i \leq I$ . Важливим є то, що для цієї послідовності стандартним методом може бути отримано канонічне розкладення, яке і є основою для формування моделі прогнозу. Розглянемо особливості

побудови такого методу для зростаючих  $k$ .

Для  $k=1$  випадкова величина  $\hat{X}(1)$  (результат множини фільтрації) запишеться так

$$\hat{X}(1) = P_1 \hat{Z}(1). \quad (2)$$

В даному виразі  $P_1$  – коефіцієнт оптимальної лінійної фільтрації, який визначається, як і раніше, з умови  $M[|\hat{X}(1) - \hat{X}(2)|^2] = \min$ .

Властивості величини  $\hat{X}(1)$  визначаються співвідношеннями

$$D_{\hat{x}}(1) = P_1^2 D_z(1), \quad (3)$$

$$R_{\hat{x},x}(1, i) = P_1 R_{zx}(1, i), \quad i = \overline{2, I}. \quad (4)$$

На базі канонічного розкладення при наявності першого відомого значення  $\hat{z}(1)$  можливо записати

$$m_x^{(1)}(i) = \hat{x}(i) \zeta_1^{(1)}(i) = \hat{z}(1) P_1 \zeta_1^{(1)}(i), \quad i = \overline{2, I}. \quad (5)$$

$\zeta_1^{(1)}(i)$  визначається співвідношенням

$$\zeta_1^{(1)}(i) = \frac{1}{D_{Q_1^{(1)}}} R_{\hat{x},x}(1, i), \quad i = \overline{1, I}, \quad (6)$$

де  $D_{Q_1^{(1)}} = D_{\hat{x}}(1)$ .

Таким чином, для  $k=1$  задача вирішена, оскільки в даному випадку згадане раніше розузгодження усунуто.

Розглянемо реалізацію ідею узгодженої сумісної фільтрації і екстраполяції для  $k=2$ . При цьому випадкова величина  $\{\hat{X} 2\}$  формується стандартним чином як

$$\hat{X}(2) = (1 - P_2) m_x^{(1)}(2) + p_2 \hat{Z}(2), \quad (7)$$

що повністю визначає послідовність

$$\{\hat{X} 2\} = \{\hat{X}(1), \hat{X}(2), \hat{X}(3), \dots, \hat{X}(I)\}.$$

Для послідовності  $\{\hat{X} 2\}$  може бути отримано канонічне розкладення

$$\hat{X} 2(i) = \sum_{v=1}^i Q_v^{(2)} \zeta_v^{(2)}, \quad i = \overline{1, I}. \quad (8)$$

Сформована на базі канонічного розкладення (8) модель оптимальної лінійної сумісної фільтрації і екстраполяції при наявності двох перших вимірювань  $\hat{z}(\mu)$ ,  $\mu = \overline{1, 2}$  має вигляд

$$\begin{aligned} m_x^{(2)}(i) &= \hat{x}(1) [\zeta_1^{(2)}(i) - \zeta_1^{(2)}(2) \zeta_2^{(2)}(i)] + \hat{x}(2) \zeta_2^{(2)}(i) = \\ &= \hat{z}(1) P_1 [\zeta_1^{(2)}(i) - \zeta_1^{(2)}(2) \zeta_2^{(2)}(i) + \\ &+ (1 - P_2) \zeta_1^{(2)}(i) \zeta_2^{(2)}(i)] + \hat{z}(2) P_2 \zeta_2^{(2)}(i), \quad i = \overline{3, I}. \end{aligned} \quad (9)$$

У даному випадку  $\zeta_1^{(1)}(2)$  визначається з співвідношення (6), а вирази для визначення  $\zeta_v^{(2)}(i)$ ,  $v = \overline{1,2}$ ,  $i = \overline{3,I}$ ,  $\zeta_1^{(2)}(2)$  мають вигляд

$$\zeta_1^{(2)}(2) = \frac{R_{\hat{x}}(1,2)}{D_{Q_1^{(2)}}}; \quad (10)$$

$$\zeta_1^{(2)}(I) = \frac{R_{\hat{x}}(1,i)}{D_{Q_1^{(i)}}}; \quad i = \overline{3,I}; \quad (11)$$

де  $D_{Q_1^{(2)}}(i) = D_{\hat{x}}(1)$ ;

$$\zeta_2^{(2)}(i) = \frac{1}{D_{Q_2^{(2)}}} [R_{\hat{x}\hat{x}}(2,i) - D_{Q_1^{(2)}} \zeta_1^{(2)}(2) \zeta_1^{(2)}(i)], \quad (12)$$

$$i = \overline{3,I};$$

де  $D_{Q_1^{(2)}} = D_{\hat{x}}(2) - D_{Q_1^{(2)}} [\zeta_1^{(2)}(i)]^2$ .

З аналізу виразів (7) та (12) слідує, що координатні функції  $\zeta_1^{(1)}(i)$  і  $\zeta_1^{(2)}(i)$  для  $i = \overline{3,I}$  співпадають. Дана обставина пояснюється тим, що, поперше, в моменти  $i = 1$  і  $i = \overline{3,I}$  послідовність  $\{\overset{\circ}{X}2\}$

має такі властивості, що і послідовність  $\{\overset{\circ}{X}1\}$  і, подруге, координатні функції  $\zeta_1^{(1)}(i)$  і  $\zeta_1^{(2)}(i)$  формуються в канонічних розкладах (5), (9) у першу чергу. Зрозуміло, що за аналогічною причиною функції  $\zeta_v^{(2)}(i)$ ,  $v = \overline{1,2}$ ,  $i = \overline{4,I}$ ,  $\zeta_1^{(2)}(2)$  розкладення (9) співпадають з відповідними координатними функціями канонічного розкладу послідовності  $\{\overset{\circ}{X}3\} = \{\overset{\circ}{X}(1), \overset{\circ}{X}(2), \overset{\circ}{X}(3), \overset{\circ}{X}(4), \dots, \overset{\circ}{X}(I)\}$ , що сформована на черговому етапі фільтрації.

$$Cv_{\mu}^{(k)}(i) = \begin{cases} Cv_{\mu}^{(k-1)}(i) - Cv_{\mu}^{(k-1)}(k) \zeta_k^{(v)}(i), & \mu < k; \\ \zeta_k^{(v)}(i), & \mu = k. \end{cases} \quad (13)$$

Враховуючи дане позначення метод (10) набуває вигляду

$$m_x^{(2)}(i) = z(1)P_1[C2_1^{(2)}(i) + (1 - P_2)C1_1^{(1)}(2)C2_2^{(2)}(i)] + z(2)P_2C2_2^{(2)}(i), \quad i = \overline{3,I}. \quad (14)$$

Отримана модель прогнозу створює основу для формування випадкової величини  $\overset{\circ}{X}(3)$ :

$$\overset{\circ}{X}(3) = (1 - P_3)m_x^{(2)}(3) + P_3 \overset{\circ}{Z}(3). \quad (15)$$

Канонічний розклад послідовності  $\{\overset{\circ}{X}3\} = \{\overset{\circ}{X}(1), \overset{\circ}{X}(2), \overset{\circ}{X}(3), \overset{\circ}{X}(4), \dots, \overset{\circ}{X}(I)\}$ , має вигляд

$$X3(i) = \sum_{v=1}^i Q_v^{(3)} \zeta_v^{(3)}(i), \quad i = \overline{1,I}. \quad (16)$$

Співвідношення для визначення координатних функцій  $\zeta_v^{(3)}(\mu)$ ,  $v = \overline{1,3}$ ,  $\mu = \overline{v,3}$ ,  $i = \overline{4,I}$  що використовуються для формування методу прогнозу при наявності  $\overset{\circ}{z}(\mu)$ ,  $\mu = \overline{1,3}$  з врахуванням властивостей елементів канонічного розкладання (5) і (6) має вигляд

$$\zeta_v^{(3)}(i) = \begin{cases} \zeta_v^{(2)}(i), & \text{для } v = \overline{1,2}, i = \overline{v,I}, i \neq 3; \\ \frac{1}{D_{Q_v^{(3)}}} [R_{\hat{x}}(v,i) - \sum_{j=1}^{v-1} D_{Q_j^{(3)}} \zeta_j^{(3)}(v) \zeta_j^{(3)}(i)], & \text{для } v = \overline{1,2}, i = 3; \\ \frac{1}{D_{Q_v^{(3)}}} [R_{\hat{x}\hat{x}}(v,i) - \sum_{j=1}^{v-1} D_{Q_j^{(3)}} \zeta_j^{(3)}(v) \zeta_j^{(3)}(i)], & \text{для } v = 3, i = \overline{4,I}; \end{cases} \quad (17)$$

$$D_{Q_v^{(3)}} = \begin{cases} D_{Q_v^{(2)}}, & v = \overline{1,2}; \\ D_{\hat{x}}(3) - \sum_{j=1}^{v-1} D_{Q_j^{(3)}} (\zeta_j^{(3)}(3))^2, & v = 3. \end{cases} \quad (18)$$

Як і очікувалось, координатні функції канонічного розкладення (16), необхідні для виводу методу прогнозу при  $(k = 3)$ , відрізняються від відповідних координатних функцій розкладення (8) тільки для моменту  $i=3$ , яке визначає різницю між послідовностями  $\{\overset{\circ}{X}2\}$  і  $\{\overset{\circ}{X}3\}$ .

Здійснюючи аналогічні попереднім перетворення, отримаємо оптимальну модель узгодженої сумісної фільтрації і екстраполяції при наявності вимірювань  $\overset{\circ}{z}(\mu)$ ,  $\mu = \overline{1,3}$ :

$$m_x^{(3)}(i) = z(1)P_1[C3_1^{(3)}(i) + (1 - P_2)C1_1^{(1)}(2)C3_2^{(2)}(i) + [C2_1^{(2)}(3) + C1_1^{(1)}(2)(1 - P_2)C2_2^{(2)}(3)](1 - P_3)C3_3^{(3)}(i)] + z(2)P_2[C3_2^{(3)}(i) + C2_2^{(2)}(3)(1 - P_3)C3_3^{(3)}(i)] + z(3)P_3C3_3^{(3)}(i), \quad i = \overline{4,I}. \quad (19)$$

Рекурентний характер співвідношень (6), (15), (20) дозволяє записати рівняння, що описує функціонування оптимального лінійного фільтра-екстраполятора для довільного числа  $k < I$  результатів послідовних вимірювань  $\overset{\circ}{z}(\mu)$ ,  $\mu = \overline{1,3}$ :

$$m_x^{(k)} = m_x(i) + \sum_{\mu=1}^k \overset{\circ}{z}(\mu) P_{\mu} L_{\mu}^{(k)}(i), \quad i = \overline{k+1,I}. \quad (20)$$

В даному випадку вагові функції  $L_{\mu}^{(k)}(i)$ ,  $\mu = \overline{1,k}$ ,  $i = \overline{k+1,I}$  визначаються співвідношенням

$$L_{\mu}^{(k)}(i) = \sum_{j=\mu}^k N_{\mu}(j) Ck_j^{(k-1)}(i), \quad \mu = \overline{1, k}, \quad i = \overline{k+1, I}. \quad (21)$$

В свою чергу  $Ck_j^{(k-1)}(i)$  обчислюються за допомогою виразу (14), а ваги  $N_{\mu}(j)$  визначаються рекурентними співвідношенням

$$N_{\mu}(j) = \begin{cases} 1, & j = \mu; \\ \sum_{v=\mu}^{j-1} N_{\mu}(v) Cj_{-1}^{(j-1)}(j)(1-P_j), & j = \overline{\mu+1, k}. \end{cases} \quad (22)$$

В якості вихідної інформації для визначення  $L_{\mu}^{(k)}(i)$  використовуються координатні функції  $\zeta_v^{(\mu)}(i)$ ,  $\mu = \overline{1, k}$ ,  $v = \overline{1, k}$ ,  $i = \overline{v, I}$ , котрі є елементами канонічних розкладень послідовностей  $\{\hat{X}_{\mu}\} = \{\hat{X}(1), \dots, \hat{X}(\mu), \hat{X}(i = \mu + 1), \dots, \hat{X}(I)\}$ ,  $\mu = \overline{1, k}$ . Вказані координатні функції визначаються рекурентними співвідношеннями

$$\zeta_v^{(\mu)}(i) = \begin{cases} \zeta_v^{(\mu-1)}(i), & \text{для } v = \overline{1, \mu-1}, i = \overline{v, I}, i \neq \mu; \\ \frac{1}{D_{Q_v^{(\mu)}}} [R_{\hat{x}}(v, i) - \sum_{j=1}^{v-1} D_{Q_j^{(\mu)}} \zeta_j^{(\mu)}(v) \zeta_j^{(\mu)}(i)], & \text{для } v = \overline{1, \mu-1}, i = \mu; \\ \frac{1}{D_{Q_v^{(\mu)}}} [R_{\hat{x}\hat{x}}(v, i) - \sum_{j=1}^{v-1} D_{Q_j^{(\mu)}} \zeta_j^{(\mu)}(v) \zeta_j^{(\mu)}(i)], & \text{для } v = \mu, i = \overline{\mu+1, I}; \end{cases} \quad (23)$$

$$D_{Q_j^{(\mu)}} = \begin{cases} D_{Q_j^{(\mu-1)}}, & v = \overline{1, \mu-1}; \\ D_{\hat{x}}(\mu) - \sum_{j=1}^{v-1} D_{Q_j^{(\mu)}} (\zeta_j^{(\mu)}(\mu))^2, & v = \mu. \end{cases} \quad (24)$$

Вирази для визначення  $R_{\hat{x}}(v, \mu)$ ,  $R_{\hat{x}\hat{x}}(v, i)$ ,  $D_{\hat{x}}(i)$  з використанням (20) мають вигляд

$$D_{\hat{x}}(i) = (1-P_i)^2 \sum_{l=1}^{i-1} \sum_{j=1}^{i-1} R_z(l, j) P_l P_j L_1^{(i-1)}(i) L_j^{(i-1)}(i) + \quad (25)$$

$$+ P_1^2 D_z(i) + (1-P_i) P_1 \sum_{v=1}^{i-1} R_z(v, i) P_v P_1 L_v^{(i-1)}(i), \quad i = \overline{1, k};$$

$$R_{\hat{x}}(v, \mu) = (1-P_{\mu})(1-P_v) \times \sum_{l=1}^{v-1} \sum_{j=1}^{\mu-1} R_z(l, j) P_l P_j L_1^{(v-1)}(v) L_j^{(\mu-1)}(\mu) + (1-P_v) P_{\mu} \sum_{j=1}^{v-1} R_z(j, \mu) P_j L_j^{(v-1)}(v) + (1-P_{\mu}) P_v \times \quad (26)$$

$$\times \sum_{j=1}^{\mu-1} R_z(j, v) P_j L_j^{(\mu-1)}(\mu) + P_v P_{\mu} R_z(v, \mu),$$

$$v, \mu = \overline{1, k};$$

$$R_{\hat{x}, x}(\mu, i) = (1-P_{\mu}) \sum_{j=1}^{\mu-1} R_{zx}(j, i) P_j L_j^{(\mu-1)}(\mu) + P_{\mu} R_{zx}(\mu, i), \quad \mu = \overline{1, k}, \quad i = \overline{\mu+1, I}. \quad (27)$$

Вираз для середнього квадрату помилки фільтрації з використанням співвідношення (20) запишеться так

$$E_{\Phi}(k) = M[(1-P_k) \sum_{\mu=1}^{k-1} Z(\mu) P(\mu) L_{\mu}^{(k-1)}(k) + P_{\mu} \overset{\circ}{Z}(k) - \overset{\circ}{X}(k)]^2].$$

Після диференціювання цього виразу по  $P_k$  і рішення відповідного рівняння отримаємо вираз для розрахунку оптимального значення  $P_k$ :

$$P_k = \frac{R1_k + R2_k - R3_k}{R1_k + R2_k - 2R3_k + D_y(k)}; \quad (28)$$

де

$$R1_k = D_x(k) - 2 \sum_{\mu=1}^{k-1} R_x(\mu, k) L_{\mu}^{(k-1)}(k) P_{\mu} - 2 \sum_{\mu=1}^{k-1} R_{xy}(\mu, k) L_{\mu}^{(k-1)}(k) P_{\mu} + \sum_{\mu=1}^{k-1} \sum_{v=1}^{k-1} R_x(\mu, v) L_{\mu}^{(k-1)}(k) P_{\mu} L_v^{(k-1)}(k) P_v;$$

$$R2_k = \sum_{\mu=1}^{k-1} \sum_{v=1}^{k-1} R_x(\mu, v) L_{\mu}^{(k-1)}(k) P_{\mu} L_v^{(k-1)}(k) P_v;$$

$$R3_k = \sum_{\mu=1}^{k-1} R_y(\mu, k) L_{\mu}^{(k-1)}(k) P_{\mu}.$$

Громіздкість процедури визначення вагових функцій  $L_{\mu}^{(k)}(k)$ ,  $\mu = \overline{1, k}$ ,  $i = \overline{k+1, I}$  і коефіцієнтів фільтрації  $P_{\mu}$ ,  $\mu = \overline{1, k}$  визначається тим, що, поперше, при їх розрахунку враховується уся передісторія процесів  $X(t)$  і  $Y(t)$  в рамках самих загальних уявлень о їх характері; по-друге, при обчисленні  $L_{\mu}^{(k)}(k)$ ,  $\mu = \overline{1, k}$ ,  $i = \overline{k+1, I}$  і  $P_{\mu}$ ,  $\mu = \overline{1, k}$  враховуються властивості випадкових величин  $\hat{X}(\mu)$ ,  $\mu = \overline{1, k}$ .

Однак слід мати на увазі, що вказані параметри методу (20), також як і параметри усіх попередніх, що були представлені в роботі методи прогнозу, можуть бути обчислені попередньо, і таким чином метод (20) не накладає яких-не будь обмежень у обчислювальному відношенні і може бути реалізованим в сучасних бортових обчислювальних комплексах.

Помилка одиночної екстраполяції при використанні методу (20) запишеться у вигляді

$$\sigma_{\hat{x}}^{(k)}(i) = m_{\hat{x}}^{(k)}(i) - m_{\hat{x}}^{(k)}(i) - \sum_{v=k+1}^i V_v \phi_v(i), \quad i = \overline{k+1, I}. \quad (29)$$

Її дисперсія, як і раніше, дорівнює апостеріорній дисперсії, а вираз для умовної систематичної похибки однократної екстраполяції має вигляд

$$S_{\hat{x}}^{(k)}(i/z(\mu), \mu = \overline{1, k}) = \sum_{\mu=1}^k x(\mu)(P_{\mu} L_{\mu}^{(k)}(i) - f_{\mu}^{(k)}(i)) + \sum_{\mu=1}^k y(\mu) P_{\mu} L_{\mu}^{(k)}(i), \quad k < I, \quad i = \overline{k+1, I}. \quad (30)$$

$$S_{\hat{x}}^{(k)}(i) = 0, \quad i = \overline{k+1, I}.$$

Таким чином, при використанні методу (21) систематична похибка екстраполяції є відсутня.

Середній квадрат похибки екстраполяції запишеться як

$$E_{\hat{x}}^{(k)}(i) = \sum_{\mu=1}^k \sum_{v=1}^k R_y(\mu, v) P_{\mu} P_v L_{\mu}^{(k)}(i) L_v^{(k)}(i) + \sum_{\mu=1}^k \sum_{v=1}^k R_{xy}(\mu, v) (P_{\mu} L_{\mu}^{(k)}(i) - f_{\mu}^{(k)}(i)) P_v L_v^{(k)}(i) + \sum_{\mu=1}^k \sum_{v=1}^k R_x(\mu, v) (P_{\mu} L_{\mu}^{(k)}(i) - f_{\mu}^{(k)}(i)) (P_v L_v^{(k)}(i) - f_v^{(k)}(i)), \quad k < I, \quad i = \overline{k+1, I}. \quad (31)$$

## ВИСНОВКИ

З викладеного можливо зробити висновок, що в результаті проведених досліджень отримано оптимальний метод узгодженої екстраполяції з попередньою фільтрацією похибок вимірювань, котрий також як і метод, покладений в його основу, не накладає яких-небудь суттєвих обмежень на клас випадкових процесів що прогножуються.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТРАЕКТОРИИ САМОЛЕТА НА ОСНОВЕ ЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ И ЭКСТРАПОЛЯЦИИ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА СО СМЕШАННОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ ЕГО СОСТАВЛЯЮЩИХ

И.Ю. Кравченко

В статье предложена математическая модель прогнозирования траектории самолета на основе линейной фильтрации и экстраполяции случайного процесса со смешанной последовательностью его составляющих, которая отражает оптимальный метод согласованной экстраполяции с предварительной фильтрацией погрешностей измерений.

**Ключевые слова:** математическая модель, прогнозирование траектории самолета, фильтрация и экстраполяция, случайный процесс.

## FORECASTING MATHEMATICAL MODEL AIRCRAFT TRAJECTORY BASED ON LINEAR FILTERING AND EXTRAPOLATION STOCHASTIC PROCESS TO MIXED SEQ ITS COMPONENTS

I.Yu. Kravchenko

The paper proposed a mathematical model of the aircraft trajectory prediction based on a linear filtering and extrapolation of a random process with a mixed sequence of its components, which reflects the optimal method of extrapolation consistent with previous filtration measurement errors.

**Keywords:** mathematical model, predicting the trajectory of the aircraft, filtering and extrapolation, stochastic process.

Запропонований фільтр-екстраполятор є узагальненням усіх відомих скалярних методів прогнозу. Останні витікають з нього, як часткові випадки, такі, що відповідають накладенню на фільтр-екстраполятор визначених обмежень.

## Список літератури

1. Norizan M. Short Term Load Forecasting Using Double Seasonal ARIMA Model / M. Norizan, A. Maizah Hura, I. Zuhaimy // Regional Conference on Statistical Sciences. – Malaysia, Kelantan, 2010. – P. 57-73.
2. Robert A. Richards. Application of Multiple Artificial Intelligence Techniques for an Aircraft Carrier Landing Decision Support Tool, 2002.
3. Бурдун И.Е. Изучение физики и логики сложных полётных ситуаций с помощью программно-моделирующего комплекса VATES / И.Е. Бурдун // 2-я конференция "Тренажерные технологии и обучение: новые подходы и задачи", 24-25 апреля 2003 года / ЦАГИ им. проф. Н.Е. Жуковского, 2003. – 11 с.
4. Воробьев В.Г. Автоматическое управление полетом самолетов / В.Г. Воробьев, С.В. Кузнецов. – М.: Транспорт, 1995. – 448 с.
5. Тихонов В.И. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов / В.И. Тихонов, Н.К. Кульман. – М.: Сов. радио, 1975. – 704 с.
6. Казаков В.А. Статистическая динамика систем с переменной структурой / В.А. Казаков. – М.: Наука, 1977. – 416 с.
7. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций / А.А. Свешников. – М.: Наука, 1975. – 704 с.
8. Колмогоров А.Н. Об аналитических методах в теории вероятностей / А.Н. Колмогоров // Успехи математических наук. – 1938. – Вып. 5.
9. Kalman R.E. A new approach to linear filtering and prediction theory / R.E. Kalman // Trans. ASME. I. Bas. V. 82D. – 1960. – № 2. – P. 35-45.

Надійшла до редколегії 5.11.2013

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. О.В. Барабаш, Національний авіаційний університет, Київ.