

Обробка інформації в складних технічних системах

УДК 621.391

В.И. Василишин

Харьковский университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков

АНАЛИЗ МЕТОДИЧЕСКОЙ ОШИБКИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА, ИСПОЛЬЗУЮЩЕГО ТЕХНОЛОГИЮ СУРРОГАТНЫХ ДАННЫХ

В статье проведен анализ суррогатной помехи и методической ошибки, обусловленных применением технологии суррогатных данных при спектральном анализе наблюдаемых сигналов. Приводятся гистограммы распределений суррогатной помехи для разного числа гармонических компонент сигнала и разных алгоритмов формирования суррогатных данных. Показано, что суррогатная помеха сигналopodobна, имеет нестационарный характер, а именно периодически изменяющееся математическое ожидание и незначительные флуктуации дисперсии относительно ее среднего уровня. При высоком отношении сигнал-шум вклад суррогатной помехи в методическую ошибку становится определяющим.

Ключевые слова: суррогатные данные, суррогатная помеха, методическая ошибка.

Введение

В последнее время большое внимание уделяется развитию компьютерно-интенсивных (computer-intensive) технологий "численного ресемплинга" (resampling), позволяющих увеличить эффективный объем выборки путем формирования "псевдоансамблей выборки" [1 – 7].

Одной из таких технологий является технология суррогатных данных (surrogate data) [8, 9]. Среди алгоритмов формирования суррогатных данных можно выделить две группы: сохраняющие статистические свойства наблюдений (алгоритм с рандомизацией фаз Фурье-спектра наблюдений (random phase (RP) algorithm) и другие); сохраняющие динамические свойства входных сигналов (ATS-алгоритм (attractor trajectory surrogates) и другие) [8, 9].

Целесообразность применения этой технологии была показана в [10 – 15] для повышения качества оценки параметров регулярных и хаотических сигналов, наблюдаемых на фоне аддитивного шума [10], уменьшения влияния шума в наблюдении хаотической несущей при передаче бинарного сообщения [11]. Ее использованию в задачах спектрального анализа (для повышения точности оценивания числа и частот гармонических компонент сигнала) посвящены работы [12 – 15]. Вместе с тем эта технология обуславливает появление так называемого суррогатного шума [10 – 15] и методической ошибки, ограничивающих эффективность ее применения.

Поэтому целью данной работы является анализ свойств суррогатного шума и методической ошибки при коррекции спектрального анализа.

Постановка задачи спектрального оценивания

Последовательность результатов наблюдения $y(n)$, состоящая из взятых через равные промежутки времени отсчетов V гармонических компонент $x_v(n) = \alpha_v \sin(\omega_v n + \varphi_v)$ и белого гауссовского шума $e(n)$, описывается как [12 – 17]:

$$y(n) = \sum_{v=1}^V x_v(n) + e(n) = s(n) + e(n), \quad (1)$$

Здесь $n = 0, \dots, N-1$, α_v – амплитуда, $\omega_v = 2\pi f_v$ – частота, а φ_v – фаза v -й гармонической компоненты. Используя методы спектрального анализа по наблюдению $\{y(n)\}_{n=0}^{N-1}$ необходимо дать оценки значениям частот ω_v , $v = 1, \dots, V$. Полагаем, что φ_v – случайные независимые величины, равномерно распределенные на интервале $[0, 2\pi)$, $\omega_v \in [0, \pi)$, а шум $e(n)$ имеет нулевое математическое ожидание и дисперсию σ^2 .

Для получения оценки ковариационной (корреляционной) матрицы (КМ) наблюдения осуществляется разбиение наблюдения на перекрывающиеся сегменты. Вектор входных данных длиной N представим в виде K векторов размером $m > 2V$ [12 – 17] вида

$$\mathbf{y}(n) = [y(n) \dots y(n+m-1)]^T, \quad (2)$$

где $K = N - m + 1$, $n = 1, \dots, K$. Тогда (1) можно представить в матричном виде [12 – 17]:

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{B}\mathbf{x}(n) + \mathbf{e}(n) = \mathbf{g}(n) + \mathbf{e}(n), \quad (3)$$

где $\mathbf{x}(n)$ – $2V \times 1$ вектор вида

$$\mathbf{x}(n) = \begin{bmatrix} \alpha_1 \sin(\omega_1 n + \varphi_1) \\ \alpha_1 \cos(\omega_1 n + \varphi_1) \\ \vdots \\ \alpha_V \sin(\omega_V n + \varphi_V) \\ \alpha_V \cos(\omega_V n + \varphi_V) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$\mathbf{V} = [\mathbf{A}(\omega_1) \dots \mathbf{A}(\omega_V)]$ – $m \times 2V$ матрица, в которой матрицы $\mathbf{A}(\omega_v) = [\mathbf{a}_c(\omega_v) \quad \mathbf{a}_s(\omega_v)]$ состоят из векторов $\mathbf{a}_c(\omega_v) = [1 \cos(\omega_v) \dots \cos((m-1)\omega_v)]^T$ и $\mathbf{a}_s(\omega_v) = [0 \sin(\omega_v) \dots \sin((m-1)\omega_v)]^T$, а вектор шума $\mathbf{e}(n) = [e(n) \dots e(n+m-1)]^T$. Здесь $(\cdot)^T$ означает транспонирование.

С учетом сделанных предположений о наблюдении его среднее значение равно нулю [17] и оценка его КМ размером $m \times m$ имеет вид

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{n=1}^K \mathbf{y}(n) \mathbf{y}^T(n) = \frac{1}{K} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^T, \quad (5)$$

где $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}(1), \dots, \mathbf{y}(K)]$ – $m \times K$ матрица данных. На основании оценки КМ реализуются классические методы спектрального анализа, а после выполнения ее разложения по собственным значениям и векторам – собственноструктурные методы [12 – 15].

Анализ методической ошибки при коррекции спектрального анализа

Алгоритм формирования суррогатных данных с рандомизацией фаз Фурье-спектра наблюдений предполагает выполнения следующих операций: дискретное преобразование Фурье (ДПФ) исходных данных, рандомизация фаз $\{\phi_i\}_{i=0}^{N-1}$ полученного массива путем замены их значений на равномерно распределенные в интервале $[0, 2\pi]$ случайные величины и его обратное ДПФ [8, 9, 12 – 15]. Для учета вещественности обратного ДПФ выполняется симметризация фаз.

Вместо рандомизации фаз Фурье-спектра наблюдений можно использовать их перемешивание (permutation) [6]. Причем первые и последние шаги в обоих алгоритмах формирования суррогатных данных совпадают. Размерность вектора суррогатных данных в обоих случаях равна N . Для получения N_s суррогатных выборок алгоритм их формирования выполняется N_s раз.

Ансамбль векторов $\{\mathbf{y}_{\text{sur},i}\}_{i=1}^{N_s}$ суррогатных данных позволяет сформировать ансамбль матриц $\{\hat{\mathbf{R}}_{\text{sur},i}\}_{i=1}^{N_s}$, который используется для оценки его

выборочного среднего $\hat{\mathbf{R}}_{\text{sur}} = \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} \hat{\mathbf{R}}_{\text{sur},i}$ [7, 12 –

15]. Эта матрица содержит необходимую информацию для спектрального анализа с использованием методов спектрального анализа (собственноструктурных методов и других).

Снижение эффективности коррекции обработки наблюдений при увеличении отношения сигнал-шум (ОСШ) выше определенного порогового значения отражается в стабилизации уровня среднеквадратической ошибки (СКО) оценок спектральных компонент (рис. 1), обусловленной наличием так называемой суррогатной помехи [10 – 15]. На рис. 1 показаны зависимости СКО (RMSE) оценивания частот от ОСШ (SNR), полученные методом Root-MUSIC, а также при усреднении КМ, полученных по суррогатным реализациям с рандомизацией фаз компонент Фурье-спектра наблюдения (Root-MUSIC with averaged CM-RP) и их перемешивания (Root-MUSIC with averaged CM-P).

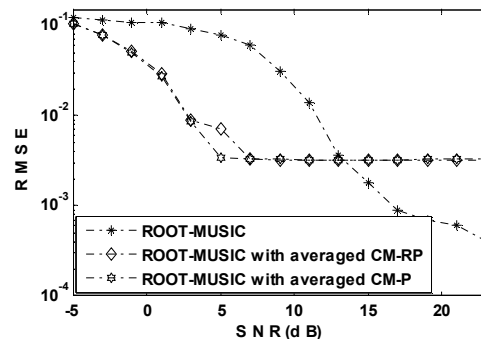


Рис. 1. СКО оценивания частот гармонических компонент сигнала от ОСШ

При моделировании принимались такие параметры: $N = 64$, $m = 45$, $N_s = 45$. Частоты гармонических компонент сигнала $f_1 = 0.2$ Гц и $f_2 = 0.215$ Гц. Для этих параметров предел разрешения по Рэлею равен $(1/N) = 0.0156$, при этом $\Delta f < (1/N)$. Предполагалось, что число компонент оценено на этапе разрешения-обнаружения и равно $\hat{V} = 4$ [10 – 15]. Отношение сигнал-шум определялось как $\text{SNR} = 10 \log_{10}(1/\sigma^2)$, где σ^2 – дисперсия шума наблюдения. Анализ рис. 1 позволяет утверждать, что из-за наличия суррогатной помехи при высоких ОСШ проводить коррекцию обработки сигналов с использованием технологии суррогатных данных без адаптации рассматриваемой технологии к изменению ОСШ [12 – 15] не целесообразно.

Для получения гистограмм распределений суррогатной помехи (рис. 2 и рис. 3) рассматривалась модель сигнала, состоящего из одной ($f_1 = 0.2$), двух ($f_1 = 0.2$ Гц и $f_2 = 0.207$ Гц) и трех гармонических компонент ($f_1 = 0.2$ Гц, $f_2 = 0.207$ Гц, $f_3 = 0.214$ Гц). Число экспериментов равнялось 1000. В каждом эксперименте формировались сиг-

нал $\mathbf{g}(n) = \mathbf{V}\mathbf{x}(n)$, $n = 0, \dots, N-1$, $m = N = 128$, и связанный с ним ансамбль из $N_s = 50$ суррогатных сигналов. Затем находилась усредненный суррогатный сигнал $\left\langle \left\{ \mathbf{g}_{\text{sur},i}(n) \right\}_{i=1}^{N_s} \right\rangle$ и суррогатная помеха в виде $\mathbf{q}_{\text{сур.}}(n) = \mathbf{g}(n) - \left\langle \left\{ \mathbf{g}_{\text{sur},i}(n) \right\}_{i=1}^{N_s} \right\rangle$. Гистограммы

$\tilde{p}(\mathbf{q}_{\text{сур.}})$ распределений суррогатной помехи, полученные по 1000 векторам $\mathbf{q}_{\text{сур.}}(n)$, приведены на рис. 2 для случая формирования суррогатных данных алгоритмом с рандомизацией фазы Фурье-спектра наблюдений (рис. 2, а – для одной компоненты с частотой f_1 , рис. 2, б – для двух компонент с частотами f_1 и f_2 , рис. 2, в – для двух компонент с частотами f_1 , f_2 и f_3).

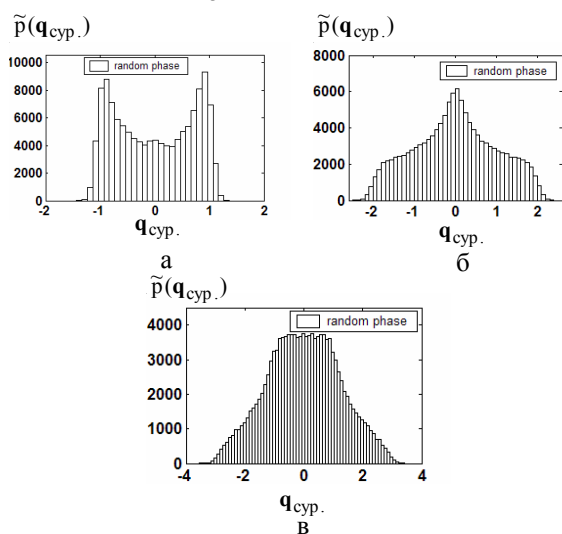


Рис. 2. Гистограммы суррогатной помехи при рандомизации фаз Фурье-спектра наблюдений

На рис. 3 приведены гистограммы распределений суррогатных помех при формировании суррогатных данных с перемешиванием фаз Фурье-спектра наблюдений. Также показаны фазовые портреты реализации суррогатной помехи, на которых $b = 0, \dots, N-2$. Таким образом, по осям фазовых портретов откладываются первые и последние $N-1$ компоненты вектора $\mathbf{q}_{\text{сур.}}$. Наборы частот выбраны такими же, как и для рис. 2. Анализ рис. 2 и 3 указывает на зависимость распределения суррогатной помехи от числа компонент сигнала (известно, что при суммировании гармонических колебаний со случайными фазами и различными частотами получается стационарный процесс, близкий к нормальному).

Для исследования математического ожидания суррогатной помехи и ее дисперсии рассматривался случай двух гармонических компонент ($f_1 = 0.2$ Гц и $f_2 = 0.207$ Гц), $N = 128$, $N_s = 200$. Для этих параметров предел разрешения по Рэлею равен $(1/N) = 0.0078$, при этом $\Delta f < (1/N)$.

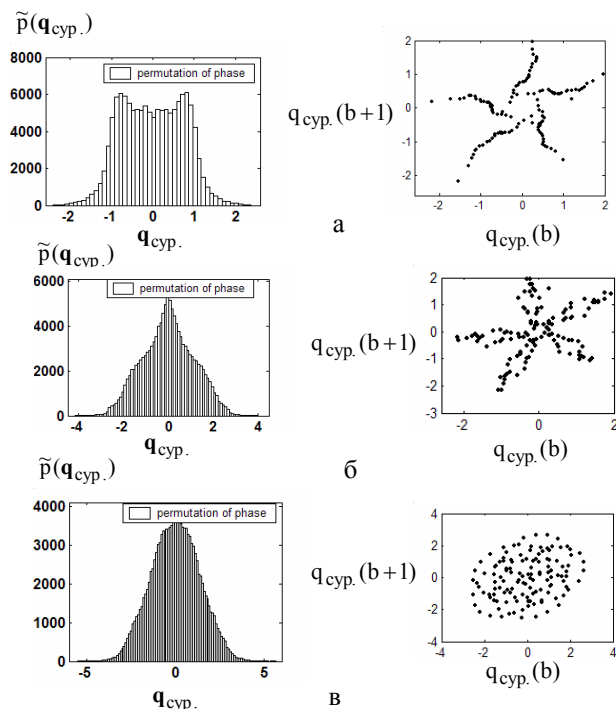


Рис. 3. Гистограммы и фазовые портреты суррогатной помехи при перемешивании фаз Фурье-спектра наблюдений

Математическое ожидание для $n = 0, \dots, N-1$ вычислялось как среднее n -й строки матрицы, столбцами которой являлись суррогатные помехи $\mathbf{q}_{\text{сур.}}(n) = \mathbf{g}(n) - \left\langle \left\{ \mathbf{g}_{\text{sur},i}(n) \right\}_{i=1}^{N_s} \right\rangle$ (количество столбцов равнялась 1000). Аналогично проводились вычисления для суррогатов, формируемых с перемешиванием фазы Фурье-спектра наблюдений. Реализации математических ожиданий и дисперсий суррогатной помехи для обоих алгоритмов (рис. 4, а, б) демонстрируют их эволюцию во времени.

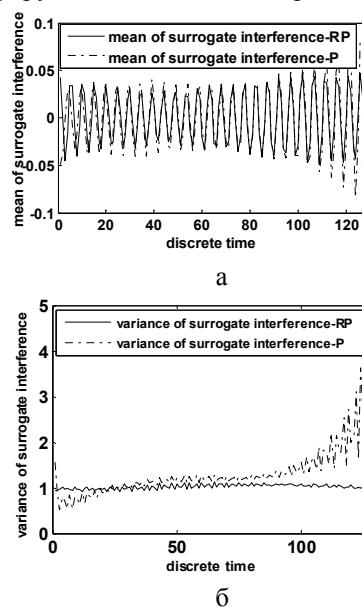


Рис. 4. Математическое ожидание (а) и дисперсия (б) суррогатной помехи. ОСШ=15 дБ

В результате суррогатные помехи можно классифицировать как нестационарные с изменяющимися во времени первыми двумя моментами их распределений – математическим ожиданием (mean) и дисперсией (variance). Следует отметить, что использование процедуры перемешивания фазовых компонент спектра наблюдаемого сигнала характеризуется большим динамическим диапазоном их характеристик (особенно дисперсии).

Далее рассмотрим методическую ошибку $\mathbf{q}_{мет.}(n) = \mathbf{y}(n) - \left\langle \left\{ \mathbf{y}_{sur,i}(n) \right\}_{i=1}^{N_s} \right\rangle$ рассматриваемой технологии, которая определялась вычислением ее автокорреляционной функции (АКФ) и сравним ее с АКФ наблюдения и суррогатной помехи. Результаты моделирования показаны на рис. 5, где представлены АКФ $\mathbf{q}_{мет.}(n)$ (рис. 5, а) при ОСШ – 4дБ, АКФ $\mathbf{q}_{сур.}(n)$ (рис. 5, б) и АКФ $\mathbf{q}_{мет.}(n)$ (рис. 5, в) при ОСШ 14 дБ. Наборы частот выбраны такими же, как и для рис. 4.

Из сравнения АКФ гауссовского шума, заданного конечным числом отсчетов, вид которой практически совпадает с АКФ $\mathbf{q}_{мет.}(n)$ при низком ОСШ (рис. 5, а) и АКФ $\mathbf{q}_{мет.}(n)$ (рис. 5, а), следует, что при низком ОСШ существенный вклад в величину $\mathbf{q}_{мет.}(n)$ вносит составляющая, обусловленная шумом наблюдения $\mathbf{e}(n)$. По мере увеличения ОСШ вид АКФ $\mathbf{q}_{мет.}(n)$ (рис. 5, в) становится практически подобным виду АКФ $\mathbf{q}_{сур.}(n)$ (рис. 5, б). Это свойство объясняется преобладающим влиянием суррогатной помехи над шумом наблюдения при высоких ОСШ.

Анализ суррогатной помехи и методической ошибки рассматриваемой технологии проведем на примере коррелограммного метода вычисления оценки спектральной плотности мощности (СПМ).

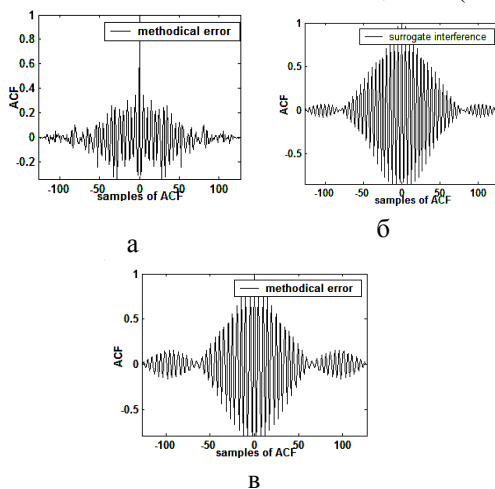


Рис. 5. Реализации нормированных АКФ для методической ошибки, ОСШ = -4 дБ (а), суррогатной помехи (б), методической ошибки, ОСШ=14 дБ (в)

Для анализа ошибок $\mathbf{q}_{сур.}(n)$ и $\mathbf{q}_{мет.}(n)$ моделировались их автокорреляционные последовательности и вычислялись их спектры Фурье с прямоугольным окном. Таким образом, получались оценки СПМ методической ошибки и суррогатного шума.

На рис. 6 показаны амплитудные спектры (power spectral density – PSD) реализаций суррогатного шума и методической ошибки для значений параметров сигнала и наблюдения $f_1 = 0.2$ Гц, $f_2 = 0.207$ Гц, $N = 128$ для двух значений ОСШ: – 5 дБ (рис. 6, а) и 20 дБ (рис. 6, б). Видно, что при большом ОСШ амплитудные спектры реализаций суррогатного шума и методической ошибки могут содержать пики (число которых соответствует числу гармонических компонент сигнала) на частотах, практически совпадающих с частотами гармонических компонент сигнала.

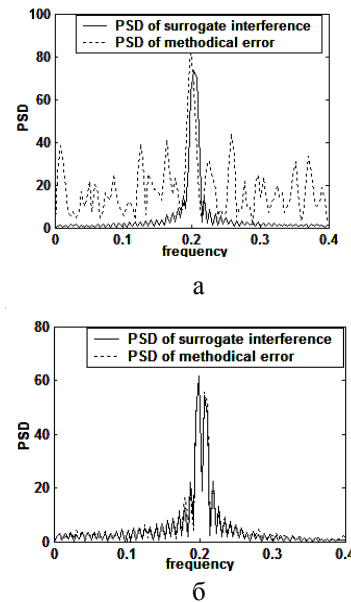


Рис. 6. Реализации СПМ суррогатной помехи и методической ошибки спектрального анализа для ОСШ=-4 дБ (а) и ОСШ=20 дБ (б)

Из сравнения рис. 6, а и 6, б, а также учета результатов анализа рис. 5 следует, что по мере уменьшения шума наблюдения (роста ОСШ) вклад суррогатной помехи в методическую ошибку становится определяющим.

Выводы

В работе выполнен анализ суррогатной помехи (шума при формировании суррогатных сигналов по его выборке) и методической ошибки (шума при формировании суррогатных данных по выборке сигнала на фоне шума), сопутствующих применению технологии суррогатных данных.

Особенность суррогатной помехи при формировании суррогатных данных с рандомизацией фазы Фурье-спектра сигнала и перемешивания фазовых

компонент в спектре наблюдаемого сигнала состоит том, что она нестационарна и сигналподобна, а именно имеет периодически изменяющееся математическое ожидание и незначительные флуктуации дисперсии относительно ее среднего уровня.

Уменьшить влияние суррогатной помехи (методической ошибки) на точность спектрального оценивания собственноструктурными и классическими методами при высоких ОСШ можно с помощью адаптации параметра рандомизации фаз Фурье спектра наблюдения к ОСШ [12 – 15].

Список литературы

1. Эфрон Б. Нетрадиционные методы многомерного статистического анализа / Б. Эфрон. – М.: Финансы и статистика, 1988. – 263 с.
2. Gershman A.B. A pseudo-noise approach to direction finding / A.B. Gershman, J.F. Böhme // *Signal Processing*. – 1998. – Vol. 71. – P. 1-13.
3. Василюшин В.І. Оцінювання напрямків надходження радіохвиль власноструктурними методами в просторі променів з використанням стратегії спільного оцінювання / В.І.Василюшин // Збірник наукових праць ХІЛ ВПС. – X., 1998. – Вип. 2. – С. 109-114.
4. Vasylyshyn V.I. Improving the Performance of Root-MUSIC via Pseudo-Noise Resampling and Conventional Beamformer / V.I. Vasylyshyn // *Third Microwaves, Radar and Remote Sensing Symp.: int.conf.*, 2011. – Kyiv (Ukraine). – P. 246-249.
5. Vasylyshyn V.I. Improved Beamspace ESPRIT-based DOA estimation via pseudo-noise resampling / V.I. Vasylyshyn // *European Radar Conference: int.conf.*, 2012, Amsterdam (Netherlands). – P. 238-241.
6. Vasylyshyn V. Removing the outliers in root-MUSIC via pseudo-noise resampling and conventional beamformer / V. Vasylyshyn // *Signal processing*. – 2013. – Vol. 93. – P. 3423-3429.
7. Liou C.Y. Spatial pseudorandom array processing / C.Y. Liou, R.M. Liou // *IEEE Trans. Signal processing*. – 1989. – Vol. 37, No. 9. – P. 1445-1449.
8. Theiler J. Testing for nonlinearity in time series: The method of surrogate data / J.S. Theiler, S. Eubank, A. Longtin, B. Galdrikian, J.D. Farmer // *Physica D* 58. – 1992. – P. 77-94.
9. Small M. *Applied Nonlinear Time Series Analysis Applications in Physics, Physiology and Finance* / M. Small. – World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2005. – 245 p.
10. Использование суррогатных сигналов для повышения качества оценки параметров регулярных и хаотических сигналов, наблюдаемых на фоне аддитивного шума / П.Ю. Костенко, К.С. Васюта, В.В. Слободянюк, Д.С. Яковенко // *Системы управління, навігації та зв'язку*. – К.: ДП «ЦНДІ НІУ», 2010. – Вип. 4(16). – С. 28-32.
11. Костенко П.Ю. Повышение эффективности когерентной обработки хаотических сигналов при передаче бинарных сообщений с использованием суррогатных сигналов / П.Ю. Костенко, В.И. Василюшин, С.Н. Симоненко, О.В. Высоцкий, Д.С. Яковенко // *Радиоэлектроника*. – 2012. – Том 55, №7. – С. 24-33. – (Изв. Вузов).
12. Василюшин В.І. Адаптивна корекція передвирительної обробки сигналів з використанням технології суррогатних даних в задачах спектрального аналізу / В.І. Василюшин // *Системи обробки інформації*. – X.: ХУ ПС, 2013. – Вип. 2(109). – С. 15-20.
13. Василюшин В.І. Повышение эффективности спектрального анализа собственноструктурными методами с использованием технологии суррогатных данных для собственных векторов ковариационной матрицы наблюдения / В.І. Василюшин // *Радиотехника*. – 2013. – Вип. 174. – С. 66-72.
14. Василюшин В.І. Повышение эффективности спектрального анализа методом ESPRIT с использованием технологии суррогатных данных / В.І. Василюшин // *Прикладная радиоэлектроника*. – 2013. – Т. 12, № 3. – С. 400-406.
15. Василюшин В.І. Оценивание числа гармонических компонент сигнала с использованием технологии суррогатных данных / В.І. Василюшин // *Прикладная радиоэлектроника*. – 2013. – Т. 12, № 4. – С. 542-552.
16. Stoica P. *Introduction to spectral analysis* / P. Stoica, R.L. Moses. – Prentice hall, 1997.
17. Stoica P. MUSIC estimation of real-valued sine wave frequencies / P. Stoica, A. Eriksson // *Signal Processing*. – 1995. – Vol. 42, No.4. – P. 139-146.

Поступила в редколлегию 9.01.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. К.С. Васюта, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

АНАЛІЗ МЕТОДИЧНОЇ ПОХИБКИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ, ЩО ВИКОРИСТОВУЄ ТЕХНОЛОГІЮ СУРОГАТНИХ ДАНИХ

В.І. Василюшин

В статті проведений аналіз суррогатної завади та методичної похибки, що супроводжують застосування технології суррогатних даних при спектральному аналізі сигналів, що спостерігаються. Приводяться гістограми розподілів суррогатної завади для різного числа гармонічних компонентів сигналу та алгоритмів формування суррогатних даних. Показано, що суррогатна завада сигналподібна, має нестационарний характер, а саме математичне сподівання, що періодично змінюється, і незначні флуктуації дисперсії відносно її середнього рівня. При високому відношенні сигнал-шум вклад суррогатної завади в методичну похибку стає визначальним.

Ключові слова: суррогатні дані, суррогатна завада, методична похибка.

ANALYSIS OF METHODOLOGICAL ERROR OF THE SPECTRAL ANALYSIS USING SURROGATE DATA TECHNOLOGY

V.I. Vasylyshyn

The analysis of surrogate interference and methodical error accompanying the using the surrogate data technology when implementing spectral analysis of observed signals is performed in the paper. The histograms of distributions of the surrogate interference for different number of signal harmonic components and different algorithms of generation of surrogate data. It is shown that surrogate interference is like signal and has a non-stationary character, that is has a periodically changed mean and non-significant fluctuations of variance relative to its mean value. In the case of high signal-to-noise ratio the contribution of surrogate interference in the methodical error becomes determinative.

Keywords: surrogate data, surrogate noise, method noise.