

УДК 681.2:621.3.072:621.317.725

В.М. Чинков, В.В. Мошаренков

Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків

## УЗАГАЛЬНЕНИЙ ВИРАЗ ДЛЯ ОЦІНКИ МЕТОДИЧНОЇ ПОХИБКИ ПОВІРКИ ЕЛЕКТРОВІМІРЮВАЛЬНИХ ПРИБАДІВ ЗМІННОГО СТРУМУ КУСКОВО-СХІДЧАСТИМИ СИГНАЛАМИ СКЛАДНОЇ ФОРМИ

Отримано узагальнений вираз для оцінки методичної похибки повірки електровимірювальних приладів змінного струму кусково-східчастими сигналами спеціальної форми.

**Ключові слова:** сигнали спеціальної форми, електровимірювальні прилади змінного струму, повірка, методична похибка.

### Вступ

**Постановка задачі.** Одним з напрямків подальшого вдосконалення метрологічного обслуговування (повірки і калібрування) електровимірювальних приладів змінного струму (ЕВПЗС) є перехід від строго синусоїдальної форми повірочного (калібрувального) сигналу до багаточастотних аналогових сигналів складної форми [1 – 6], зокрема, спеціальної (прямокутної, трикутної, трапецеїдальної форми), що відтворюються генератором типу ГЗ-36. Наступним перспективним кроком у цьому напрямку може стати перехід від аналогових складних сигналів до кусково-східчастих, тобто з кусково-східчастої апроксимацією [7], потенційна точність відтворення яких значно вища за рахунок високоточних цифроаналогових перетворювачів. При цьому, природно, має місце методична похибка повірки або калібрування ЕВПЗС.

**Аналіз літератури.** На основі проведеного аналізу відомої літератури видно, що найбільш повно оцінки методичної похибки повірки ЕВПЗС проведені для одного з видів спеціальних сигналів [2, 4]. У [8] знайдено узагальнений вираз для оцінки методичної похибки повірки ЕВПЗС аналоговими сигналами складної форми, а в [9, 10] такі оцінки отримані для найбільш розповсюджених спеціальних аналогових сигналів прямокутної, трикутної та трапецеїдальної форми.

**Метою даної статті** є отримання узагальненого виразу для оцінки методичної похибки повірки ЕВПЗС кусково-східчастими сигналами складної форми.

### Основний матеріал

Вихідними для вирішення поставленої задачі є наступні співвідношення [7]:

– для імпульсної перехідної характеристики ЕВПЗС:

$$g_1(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} \frac{e^{p_n t}}{1 - e^{p_n T}}, \quad 0 < t < T, \quad (1)$$

де  $p_n$  – полюси передатної функції ЕВПЗС

$$G(p) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p - p_n}; \quad A_n \text{ – лишки в цих полюсах;}$$

– для кореляційної функції напруг у вимірювальних ланцюгах ЕВПЗС:

$$R_0(\tau) = -\frac{1}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k u_c(\tau + t_k), \quad (2)$$

де

$$u_c(\tau + t_k) = \int_0^T u_c(t) \delta(t - \tau - t_k) dt,$$

а підсумовування по  $k$  здійснюється по всіх стрибках функції  $u_c(t)$  на інтервалі періодичності  $(0, T)$ ;

– для кореляційної функції струмів у вимірювальних ланцюгах ЕВПЗС:

$$R(\tau) = G(0)R_0(\tau) - \frac{G'(0)}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k u_c(\tau + t_k) - \frac{1}{T} \sum_{k,l=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_l g_1(\tau + t_l - t_k). \quad (3)$$

Узагальнений вираз для оцінки методичної похибки повірки ЕВПЗС періодичним кусково-східчастим сигналом  $u_c(t)$  приймаючи за умови, коли постійна часу вимірювального ланцюга приладу мала в порівнянні з тимчасовим інтервалом між сусідніми сходинками  $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k$  (рис. 1).

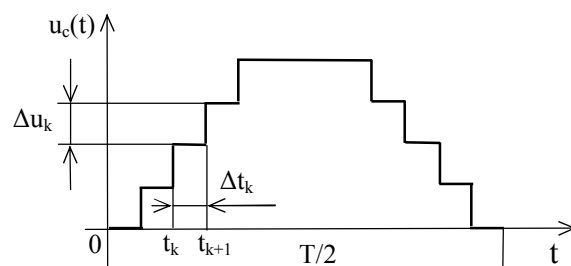


Рис. 1. Півперіод повірочного сигналу

Математично ця умова означає, що для всіх полюсів передатної функції ЕВПЗС  $G(p)$  виконуються нерівність

$$|p_n| \Delta t_k \gg 1,$$

яку можна записати і так:

$$\frac{|p_n|}{\omega} \omega \Delta t_k \gg 1,$$

тобто

$$\frac{2\pi|p_n|}{\omega} \cdot \frac{1}{N} \gg 1,$$

де  $N = T/\Delta t_k$  – кількість сходинок на період сигналу.

Таким чином, повинна виконуватися нерівність

$$N \ll \frac{2\pi|p_n|}{\omega} \sim \frac{1}{\varepsilon}.$$

Оскільки зазвичай  $\varepsilon \leq 10^{-3}$ , то це є цілком реальна умова.

Зауважимо, що за протилежної умови, коли сходинки сигналу  $u_c(t)$  настільки малі, що часовий інтервал  $\Delta t_k$  між ними набагато менший постійної часу приладу, в його електричних колах відбувається усереднення або згладжування сходинок.

Прилад стає нечутливим до сходинок, так що їх наявність у повірочному сигналі не призводить до похибки повірки.

Для аналізу похибки повірки за умови

$$p_n \Delta t \gg 1$$

звернемося до виду функції  $g_1(t)$ .

Для компактності записів представимо формулу (1) для цієї функції у вигляді

$$g_1(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} s_n(t), \quad (4)$$

де

$$s_n(t) = \frac{e^{p_n t}}{1 - e^{p_n T}}. \quad (5)$$

Оскільки всі полюси  $p_n$  великі, то при  $\text{Re } p_n < 0$  функція  $s_n(t)$  являє собою вузький пік поблизу точки  $t = 0$  (рис. 2, а) шириною приблизно

$$\Delta t \sim \frac{1}{|\text{Re } p_n|}.$$

При  $\text{Re } p_n > 0$  функція  $s_n(t)$  також являє собою вузький пік (рис. 2, б), але при  $t = T$ , і  $t = T$  визначається виразом

$$s_n(t) = \frac{e^{p_n T} e^{p_n(t-T)}}{1 - e^{p_n T}} \sim -e^{p_n(t-T)}.$$

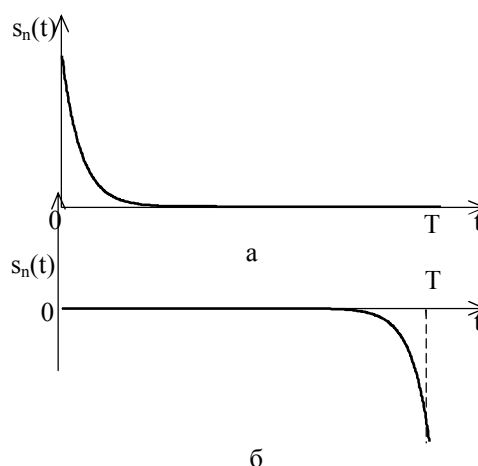


Рис. 2. Графік функції  $s_n(t)$ :  
а – при  $\text{Re } p_n < 0$ ; б – при  $\text{Re } p_n > 0$

Таким чином, з аналізу функції  $s_n(t)$  випливає, що функція  $g_1(t)$  відповідно до виразу (4) відмінна від нуля тільки поблизу точок  $t = 0$  та  $t = T$ .

Всі дослідження функції  $g_1(t)$  слід проводити не на інтервалі періодичності  $(0, T)$ , а на інтервалі періодичності  $(-T/2, T/2)$ , так як на цьому інтервалі вона має вузький пік у точці  $\tau = 0$ . При  $t < 0$  функції  $g_1(t)$  і  $s_n(t)$  отримують періодичним продовженням.

Обчислимо третій доданок у формулі (10), яка має фізичний сенс похибки.

Введемо позначення

$$\Delta R_2(\tau) = -\frac{1}{T} \sum_{k,l=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_l g_1(\tau + t_l - t_k). \quad (6)$$

Як зрозуміло з попереднього, величина  $\Delta R_2(\tau)$  відмінна від нуля тільки в малій околі точок  $\tau_i = t_l - t_k$  на інтервалі  $(-T/2, T/2)$ . Ці точки можна отримати так: побудувати різниці  $t_l - t_k$  у порядку зростання і нанести їх на тимчасову вісь. Зокрема, при рівномірному розбитті (рівномірній дискретизації) такими точками будуть наступні моменти часу:  $\tau_i = 0, \pm \Delta t, \pm 2\Delta t, \dots$  ( $\Delta t = T/N$ ). Праворуч від будь-якої такої точки  $\tau_i$  для величини  $\Delta R_2(\tau_i + 0)$  з виразу (6) знаходимо

$$\Delta R_2(\tau_i + 0) = -\frac{1}{T} g_1(+0) \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_{k+i}, \quad (7)$$

а ліворуч від точки  $\tau_i$  для величини  $\Delta R_2(\tau_i - 0)$  маємо

$$\Delta R_2(\tau_i - 0) = \frac{1}{T} g_1(-0) \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_{k+i}. \quad (8)$$

Виходячи з цього, найбільше значення величини  $\Delta R_2$  виходить при  $\tau_i = 0$ ,  $i = 0$ .

Абсолютна методична похибка перевірки у визначенні величини  $R(\tau)$  дорівнює

$$\Delta R = R(\tau) - |G_1| R_0(\tau + \psi/\omega), \quad (9)$$

де  $G_1 = |G_1| e^{j\psi_1} = G(j\omega)$  – комплексна передатна функція ЕВПЗС на робочій частоті.

З точністю до малої величин порядку  $0(\varepsilon)$  після розкладання функції  $R_0(\tau + \psi/\omega)$  у степеневий ряд до першого (лінійного) члена вираз (9) перетворимо до остаточного вигляду:

$$\Delta R = \Delta R_1 + \Delta R_2, \quad (10)$$

$$\Delta R_1 = G'(0) [R'_0(\tau) - R'_0(\tau + M)], \quad (11)$$

де  $M = \zeta \frac{G'(0)}{G(0)}$ .

Використовуючи формулу (2) для  $R'_0(\tau)$ , знаходимо

$$R'_0(\tau) - R'_0(\tau + M) = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k [u_c(\tau + M + t_k) - u_c(\tau + t_k)]. \quad (12)$$

Величина  $[u_c(\tau + M + t_k) - u_c(\tau + t_k)]$  відмінна від нуля тільки в  $\varepsilon$ -околі точок  $\tau_i$ , де вона дорівнює  $\Delta u_{k+i}$ .

Іншими словами кажучи, функція  $R'_0(\tau)$  неперервна всюди, крім точок  $\tau_i$ , а функція  $R_0(\tau)$  має в точках  $\tau_i$  зломи.

Підставляючи рівняння (12) в (9), отримаємо

$$\Delta R_1(\tau_i - 0) = \frac{G'(0)}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_{k+i}; \quad (13)$$

$$\Delta R_1(\tau_i + 0) = 0, \quad M > 0. \quad (14)$$

Умову  $M > 0$  завжди можливо виконати відповідним вибором операторних провідностей вимірювальних ланцюгів приладу.

Приймаючи до уваги співвідношення (7), (8) для  $\Delta R_2$  і (13), (14) для  $\Delta R_1$ , з формули (10) для абсолютної похибки перевірки запишемо

$$\Delta R(\tau_i + 0) = -\frac{g_1(+0)}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_{k+i}; \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \Delta R(\tau_i - 0) &= \\ &= [G'(0) - g_1(-0)] \frac{1}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_{k+i}, \end{aligned} \quad (16)$$

де

$$g_1(+0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} \frac{1}{1 - e^{p_n T}}; \quad (17)$$

$$g_1(-0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} \frac{e^{p_n T}}{1 - e^{p_n T}}; \quad (18)$$

$$G'(0) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n}. \quad (19)$$

Рівності (17), (18) вірні з точністю до експоненціально малих членів.

Зазначимо, що у співвідношеннях (17) і (18) справедливі наступні рівності:

$$\frac{1}{1 - e^{p_n T}} = \begin{cases} 1, & \text{Re } p_n < 0 \\ 0, & \text{Re } p_n > 0 \end{cases} + 0(e^{-|p_n|T}); \quad (20)$$

$$\frac{e^{p_n T}}{1 - e^{p_n T}} = \begin{cases} 0, & \text{Re } p_n < 0 \\ -1, & \text{Re } p_n > 0 \end{cases} + 0(e^{-|p_n|T}). \quad (21)$$

З урахуванням цих рівностей формули (17) і (18) приймають спрощений вигляд:

$$g_1(+0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-) A_n}{p_n^2}; \quad (22)$$

$$g_1(-0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(+ ) A_n}{p_n^2}. \quad (23)$$

Зазначимо, що у співвідношенні (22) підсумовування ведеться тільки по полюсах з негативною дійсною частиною, а в співвідношенні (23) – тільки по полюсах з позитивною матеріальною частиною, що підкреслено знаками  $(-)$  і  $(+)$  – в сумах.

Обчислимо величину  $[G'(0) - g_1(-0)]$  у формулі (16). З урахуванням рівностей (19) і (18), а потім (17) отримуємо

$$\begin{aligned} G'(0) - g_1(-0) &= \\ &= -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(+ ) A_n}{p_n^2} = \\ &= -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-) A_n}{p_n^2} = -g_1(+0). \end{aligned} \quad (24)$$

Підставимо  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-) A_n}{p_n^2}$  з формули (24) у вираз (16), маємо

$$\begin{aligned} \Delta R(\tau_i - 0) &= \\ &= -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-) A_n}{p_n^2} \frac{1}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_{k+i}. \end{aligned} \quad (25)$$

З формул (15) і (25) випливає, що в точках  $\tau_i$  функція неперервна, так що після перетворень знаходимо

$$\Delta R(\tau_i) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-) A_n}{p_n^2} \rho_i, \quad (26)$$

де

$\rho_i = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_{k+i}$  – дискретна згортка величини

$\Delta u_k$  (або дискретна автокореляційна функція).

Тому

$$\begin{aligned} |\rho_i| &\leq \rho_0 = \\ &= \frac{1}{T} \sum_{k=1}^{\infty} (\Delta u_k)^2 = \frac{N}{T} \overline{\Delta u_k^2} = \frac{N}{T} (\Delta u)^2, \end{aligned} \quad (27)$$

де  $\Delta u = \sqrt{\overline{\Delta u_k^2}}$  – середньоквадратичне значення сходинок  $\Delta u_k$  напруги  $u_c(t)$ ;  $N$  – кількість сходинок на період сигналу.

Отже, з урахуванням нерівності (27) формула (26) приходить до виду

$$\Delta R(\tau_i) \leq \frac{N}{T} (\Delta u)^2 \left| \sum_{n=1}^{\infty} (-)^n \frac{A_n}{P_n^2} \right|. \quad (28)$$

## Висновок

Отримано вираз (28), який є узагальненням і з його використанням можуть бути проведені оцінки методичних похибок перевірки конкретних видів ЕВПЗС кусково-східчастими сигналами спеціальної форми.

## Список літератури

1. Туз Ю.М. Источник калибровочного напряжения / Ю.М. Туз, Ю.С. Есиков // Измерительная техника. – 1973. – №9. – С. 42-44.
2. Минц М.Я. Об использовании сигналов прямоугольной формы для поверки электромеханических приборов / М.Я. Минц, В.Н. Чинков // Измерительная техника. – 1980. – №3. – С. 42-43.
3. Минц М.Я. Поверка электромеханических приборов сигналами прямоугольной формы с регулируемой

скважностью / М.Я. Минц, В.Н. Чинков // Измерительная техника. – 1987. – №4. – С. 64-66.

4. Чинков В.Н. Теоретические основы электромеханических измерительных приборов переменного тока сигналами прямоугольной формы / В.Н. Чинков, А.А. Каревик // Украинський метрологічний журнал. – 2002. – №2. – С. 58-61.

5. Минц М.Я. О поверке электромеханических измерительных приборов сигналами специальной формы / М.Я. Минц, В.Н. Чинков // Измерительная техника. – 1989. – №8. – С. 63-65.

6. Чинков В.Н. Теоретические основы калибровки электромеханических измерительных приборов переменного тока сигналами прямоугольной формы / В.Н. Чинков, А.А. Каревик // Украинський метрологічний журнал. – 2002. – №2. – С. 58-61.

7. Чинков В.М. Узагальнена математична модель електромірювальних приладів при вхідних періодичних кусково-східчастих сигналах складної форми / В.М. Чинков, В.В. Мошаренков // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2014. – Вип. 1(117). – С. 72-74.

8. Чинков В.Н. Обобщенная математическая модель электроизмерительных приборов при входных периодических сигналах сложной формы / В.Н. Чинков, В.В. Мошаренков // Збірник наукових праць ХУПС. – Х.: ХУПС, 2011. – Вип. 3(29). – С. 221-223.

9. Чинков В.Н. Оценки методических погрешностей при поверке электромеханических измерительных приборов сигналами специальной формы / В.Н. Чинков, В.В. Мошаренков // Збірник наукових праць ХУПС. – Х.: ХУПС, 2013. – Вип. 3(36). – С. 199-202.

10. Чинков В.Н. Методы поверки электроизмерительных приборов переменного тока аналоговыми сигналами специальной формы / В.Н. Чинков, В.В. Мошаренков // Украинський метрологічний журнал. – 2012. – №2. – С. 10-16.

Надійшла до редколегії 7.03.2014

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.Б. Кононов, Харківський університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба, Харків.

## ОБОБЩЕННОЕ ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ ПОВЕРКИ ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА КУСОЧНО-СТУПЕНЧАТЫМИ СИГНАЛАМИ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

**В.Н. Чинков**, В.В. Мошаренков

Получено обобщенное выражение для оценки методической погрешности поверки электроизмерительных приборов переменного тока кусочно-ступенчатыми сигналами специальной формы.

**Ключевые слова:** сигналы специальной формы, электроизмерительные приборы переменного тока, поверка, методическая погрешность.

## GENERALIZED EXPRESSION FOR EVALUATION OF METHODOLOGICAL ERROR OF CHECK OF ELECTROMEASURING DEVICES OF ALTERNATING CURRENT BY SIGNALS OF DIFFICULT FORM

**V.N. Chinkov**, V.V. Mosharenkov

The generalized is got expression for the evaluation of methodical error of check of electromeasuring devices of alternating current by the analog test special signals of different form.

**Keywords:** signals of nospread function, electromeasuring devices of alternating current, check, methodical error.