УДК 681.5

С.В. Герасимов, О.І. Тимочко

Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків

МЕТОДИ ОБРОБКИ ВИХІДНИХ СИГНАЛІВ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ ПРИ ВИЗНАЧЕННІ ЇХ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ

Запропоновані методи обробки вихідних сигналів при визначенні технічного стану динамічних систем. Розроблені методи дозволяють суттєво спростити технічну реалізацію вимірювальних приладів для контролю (визначення) технічного стану динамічних систем при експлуатації. Ці методи підвищують перешкодозахищеність при обробці вихідних вимірювальних сигналів і, при цьому, підвищують оперативність визначення технічного стану динамічних систем.

Ключові слова: *вихідний вимірювальний сигнал, контроль технічного стану, динамічні системи.*

Постановка проблеми та аналіз літератури

У попередніх публікаціях [1 – 3] запропоновані методи синтезу оптимальних вимірювальних сигналів для визначення технічного стану динамічних систем (ДС) при їх експлуатації. Обґрунтовано, що процес визначення технічного стану ДС полягає у дії на вхід відомим вимірювальним сигналом $u(t)$, який формується генератором тестових сигналів і має певні характеристики. Під впливом вхідного вимірювального сигналу $u(t)$ на виході системи, що контролюється, утворюється вихідний сигнал (сигнал-відгук) $y(t)$, або реакція певної форми залежно від форми вхідного сигналу та параметрів контролю. Вхідний $u(t)$ і вихідний сигнали $y(t)$ подаються до вимірювального приладу (аналізатору), за допомогою якого визначаються параметри контролю динамічної системи q_j, $j = \overline{1,n}$, де n – кількість параметрів контролю системи, або апостеріорні (узагальнені) параметри z_i, $i = \overline{1,m}$, m – апостеріорна кількість параметрів контролю, значення яких дозволяють визначити технічний стан системи, що контролюється [1, 2].

У статі запропоноване суттєве спрощення алгоритмів обробки вихідного сигналу при одночасному збереженні високої перешкодозахищеності. Це спрощення досягається за допомогою методів обробки, які не використовують максимально повної інформації, що міститься в сукупності миттєвих значень вихідного сигналу. У цих методах для оцінки значень параметрів контролю ДС використовується не вся сукупність миттєвих значень вихідного сигналу систем, а усереднені значення вихідного сигналу: середнє за часом контролю значення сигналу неузгодження. Спрощення алгоритмів обробки дозволяє значно спростити технічну реалізацію вимірювальних приладів (аналізаторів) для контролю (визначення) технічного стану ДС при їх експлуатації.

Метою даної статті є розробка методів обробки вихідних сигналів ДС при контролі (визначенні) їх технічного стану для удосконалення алгоритмів роботи вимірювальних приладів.

Основна частина

Позначимо сигнал на виході ДС через $y(q_j, t)$. Функціональну залежність вихідного сигналу від вхідного сигналу вказувати не будемо, оскільки в подальшому будемо вважати вхідний вимірювальний сигнал відомим. Методи синтезу оптимального вхідного сигналу розглянуті в [1, 2].

При адитивній перешкоді $\xi(t)$ вихідний сигнал (сигнал-відгук) $y(q_j, t)$ є сумою "корисного" сигналу $y_0(q_j, t)$ і перешкоди $\xi(t)$: $y(q_j, t) = y_0(q_j, t) + \xi(t)$. До перешкоди $\xi(t)$ входить також і похибка, яка вноситься при вимірюванні миттєвих значень вихідного сигналу вимірювальною апаратурою. Уся інформація про стан ДС входить у сукупність миттєвих значень вихідного сигналу – $y(q_j, t)$. При дискретних вимірюваннях вихідного сигналу в моменти часу $t_1, t_2, ..., t_s$, де s – кількість відліків вихідного сигналу, інформація про параметри контролю входить у набір миттєвих значень у дискретних точках відліку – випадковий вектор $y(q_j, t_k) = \{y(q_j, t_1), y(q_j, t_2), ..., y(q_j, t_s)\}$. Задача контролю, яку вирішує аналізатор сигналу, полягає в тому, щоб за відомими значеннями величин $y(q_j, t)$ або $y(q_j, t_k)$ (у випадку дискретних вимірювань) визначити значення параметрів z_i, які є функціями від параметрів контролю ДС

$z_i = z_i(q_j)$. Фізичний зміст параметрів z_i в окремих випадках може бути різним. Параметри z_i можуть, наприклад, описувати стійкість системи, це можуть бути запаси стійкості за амплітудою та фазою, коефіцієнти підсилення та зсуви фаз на будь-якій частоті, постійні часу окремих ланок тощо. Зокрема, параметри z_i можуть співпадати за всіма або з частиною q_j. Висновки, які необхідно отримати за результатами контролю про стан параметрів z_i, також можуть бути різними [1, 2].

Зі сказаного видно, що задача розробки методики обробки вихідного сигналу при контролі та визначення алгоритму роботи аналізатора повинна вирішуватися статистичними методами.

При використанні статистичних методів основною величиною, яка описує контроль і надає максимальну інформацію про результати контролю є апостеріорна функція розподілу $\rho(z/y)$ [3]. Функція $\rho(z/y)$ є щільністю ймовірності параметрів z_i при умові, що вихідний сигнал, який спостерігається в моменти часу t_k, дорівнює $y(t_k)$. Позначимо апріорну функцію розподілу параметрів ДС q_j через $\rho_1(q)$, а функцію розподілу перешкоди через $\rho_2(\xi)$, тоді апостеріорна функція розподілу $\rho(z/y)$ може бути знайдена із співвідношення $\rho(z/y) = \rho(z, y)/\rho(y)$. У цьому виразі $\rho(z, y)$ є сумісною функцією розподілу z_i і y_i, а $\rho(y)$ є функцією розподілу величин y_i. Після виразів функцій розподілу $\rho(z, y)$ і $\rho(y)$ через вихідні апріорні функції $\rho_1(q)$ і $\rho_2(\xi)$ та враховуючи, що перешкода ξ не залежить від q_j, отримаємо

$$\rho(z, y) = \int_1^s\int_1^n \rho_1(q_j)\rho_2(\xi_k)\,\xi\left[z - z(q_j)\right]\xi(y)\,dq\,d\xi; \quad (1)$$

$$\rho(y) = \int_1^m \rho(z, y)\,dz = \int_1^s\int_1^n \rho_1(q_j)\rho_2(\xi_k)\,\xi(y)\,dq\,d\xi; \quad (2)$$

$$\rho(z/y) = \frac{\int_1^s\int_1^n \rho_1(q_j)\rho_2(\xi_k)\,\xi\left[z - z(q_j)\right]\xi(y)\,dq\,d\xi}{\int_1^s\int_1^n \rho_1(q_j)\rho_2(\xi_k)\,\xi(y)\,dq\,d\xi}, \quad (3)$$

де $\xi(y) = \xi\left[y_k - y_0(q_j) - \xi_k\right]$.

У формулах (1)–(3) під змінними q, z, y, ξ розуміємо сукупності параметрів

$$\{q_1, ..., q_j, ..., q_n\}, \quad \{z_1, ..., z_i, ..., z_m\},$$

$$\{y(t_1), ..., y(t_k), ..., y(t_s)\}, \{\xi(t_1), ..., \xi(t_k), ..., \xi(t_s)\},$$

$$dq\,d\xi \equiv \prod_{j=1}^{n} dq_j \prod_{k=1}^{s} d\xi(t_k).$$

Дельта-функції в підінтегральних виразах забезпечують виконання рівностей $z = z(q)$ і $y = y_0(q) + \xi$. Після проведення інтегрування за ξ_k,

$$\rho(z/y) = \frac{\int_1^n \rho_1(q_j)\rho_2\left[y - y_0(q_j)\right]\xi\left[z - z(q_j)\right]dq}{\int_1^n \rho_1(q_j)\rho_2\left[y - y_0(q_j)\right]dq}. \quad (4)$$

Для випадку, коли параметри q_j і перешкоди ξ_i незалежні та розподілені за нормальним законом, а z_i і $y(t_k)$ лінійно залежать від q_j, функція розподілу $\rho(z/y)$ була обчислена раніше [3].

Функція розподілу $\rho(z/y)$ (4) несе максимально повну інформацію про параметри $z = \{z_1, ..., z_i, ..., z_m\}$, яку можна отримати за відомим у результаті вимірювання вихідним сигналом $y(t) = y_0(q, t) + \xi(t)$. Тому, аналізатор, який видає на виході максимально повну інформацію про параметри z_i, повинен за результатами вимірювань вихідного сигналу системи, що контролюється, розраховувати функцію $\rho(z/y)$, тобто бути „приймачем Вудворта”. Алгоритм роботи такого аналізатора задається формулою (4). Оскільки усі величини, які входять у цей вираз, або відомі заздалегідь, або стають відомими після вимірювання параметрів вихідного сигналу, то для побудови такого аналізатора нема принципових труднощів. Однак, технічна реалізація алгоритму (4) є складною. Це пов’язано, по-перше, з необхідністю мати великий об’єм пам’яті для запам’ятовування функцій $\rho_1(q)$, $\rho_2(\xi)$, $y_0(q)$ і $z(q)$ і, по-друге, з великим об’ємом обчислень, які необхідно виконати відповідно виразу (4).

У тому випадку, коли перешкода (або похибка вимірювання) мала, так що „ширина” функції $\rho_2(\xi)$ набагато менше „ширини” функції $\rho_1(q)$ (для гаусовських кривих це буде при $\sigma_2^2 << \sigma_1^2$), формула (4) дещо спрощується. Дійсно, для цього випадку можна в підінтегральних виразах у (4) замінити функцію $\rho_1(q)$ на постійну величину, яка дорівнює значенню функції $\rho_1(q)$ у тій точці, де функція $\rho_2\left[y - y_0(q)\right]$ має максимум, після цього формула (4) приймає вигляд:

$$\rho(z/y) \approx$$

$$\approx \frac{\int_1^n \rho_2\left[y - y_0\left(q_j\right)\right] \xi\left[z - z\left(q_j\right)\right]dq}{\int_1^n \rho_2\left[y - y_0\left(q_j\right)\right]dq}. \quad (5)$$

Однак, навіть спрощена формула (5) все ще складна для технічної реалізації серійних аналізаторів за рахунок великої собівартості.

З іншого боку, та максимальна інформація про параметри z_i, яку надає функція $\rho(z / y)$, може бути, в деяких випадках, дуже докладною та із-за цього, громіздкою. На практиці при контролі систем зазвичай достатньо знати не весь хід функцій $\rho(z / y)$, а тільки її найбільш суттєві ознаки, такі як, наприклад, положення максимуму „центру тяжіння", „ширину". При цьому, частина інформації, яка є у функції розподілу $\rho(z / y)$, відсівається, зате інформація, що залишилася, становиться більш компактною та простою для подальшого використання.

Конкретний вибір суттєвих ознак функції розподілу $\rho(z / y)$ може бути відмінним у залежності від прийнятого критерію оцінки результатів спостережень. Розглянемо критерії оцінки, які найбільш часто використовуються.

При використанні критерію максимальної апостеріорної імовірності за оцінку параметрів z_i приймається величина $z^* = \left\{z_1^*, ..., z_i^*, ..., z_m^*\right\}$, яка відповідає максимуму функції $\rho(z / y)$, тобто оцінки параметри z_i^* визначаються з рівнянь:

$$\frac{\partial\rho\left(z_i^* / y\right)}{\partial z_i^*} = 0. \quad (6)$$

Оскільки функція $\rho(y)$ не залежить від z_i, то максимум функції $\rho(z / y)$ співпадає з максимумом функції $\rho(z, y)$.

Рівняння (6) з урахуванням (4) визначають алгоритм роботи аналізатора, діючого на основі критерію максимальної апостеріорної ймовірності.

У загальному випадку, без будь-яких додаткових перетворень функцій $\rho_1(q)$, $\rho_2(\xi)$, $y_0(q)$ і $z(q)$, алгоритм, заснований на рівнянні (6), є дуже складним, не простіше алгоритму аналізатора, який розраховує апостеріорну ймовірність.

У багатьох випадках, коли маються додаткові дані про функції $\rho_1(q)$, $\rho_2(\xi)$, $y_0(q)$ і $z(q)$, рівняння (6) можуть бути представлені в більш простому вигляді, якщо заздалегідь виконати частину обчислювальної роботи. Розглянемо випадок, коли параметри $z_i(q)$ лінійно залежать від вектора q: $z_i(q) = z_{i0} + \sum_{j=1}^{n}\alpha_{ij}q_j$, а функції $\rho_1(q)$, $\rho_2(\xi)$, $y_0(q)$ довільні, обчислимо величини $\frac{\partial\rho(z, y)}{\partial z_i} = 0$:

$$\frac{\partial\rho(z, y)}{\partial z_i} = \\ = \int_1^n \rho_1\left(q_j\right)\rho_2\left[y - y_0\left(q_j\right)\right] \frac{\partial}{\partial z_i}\xi\left[z_i - z_i\left(q_j\right)\right]dq.$$

Помножимо обидві частини цього виразу на величини α_{ij} і просумуємо за індексом i:

$$\sum_{i=1}^{m}\alpha_{ij}\frac{\partial\rho(z, y)}{\partial z_i} = \\ = \int_1^n \rho_1(q)\rho_2\left[y - y_0(q)\right] \sum_{i=1}^{m}\alpha_{ij}\frac{\partial}{\partial z_i}\xi\left[z_i - z_i\left(q_j\right)\right]dq. \quad (7)$$

Помітимо, що оскільки функції залежать від різниці $\xi\left[z_i - z_i\left(q_j\right)\right]$, то диференціювання за першим аргументом еквівалентно диференціюванню за другим аргументом зі зміною знаку.

З іншого боку, як виходить з виразу для $z_i\left(q_j\right)$

$\sum_{i=1}^{m}\alpha_{ij}\frac{\partial}{\partial z_i} = \frac{\partial}{\partial q_j}$, тому

$$\sum_{i=1}^{m}\alpha_{ij}\frac{\partial}{\partial z_i}\rho\left[z_i - z_i\left(q_j\right)\right] = -\frac{\partial}{\partial q_j}\xi\left[z - z\left(q_j\right)\right].$$

Після інтегрування за частинами рівняння (7) запишемо:

$$\sum_{i=1}^{m}\alpha_{ij}\frac{\partial\rho(z, y)}{\partial z_i} = \\ = \int_1^n \frac{\partial}{\partial q_j}\left\{\rho_1(q)\rho_2\left[y - y_0(q)\right]\right\} \xi\left[z - z(q)\right]dq.$$

Величина, яка знаходиться у фігурних скобках отриманого співвідношення, з точністю до множника $\rho(y)$ представляє собою апостеріорну функцію розподілу параметрів q_j:

$$\rho(q / y) = \rho_1(q)\rho_2\left[y - y_0(q)\right] \rho(y).$$

Позначимо через q_j^* оцінки параметрів q_j, для яких функція $\rho(q / y)$ максимальна:

$$\frac{\partial\rho\left(q^*, y\right)}{\partial q_j^*} = \rho(y)\frac{\partial}{\partial q_j^*}\left\{\rho_1\left(q_j^*\right)\rho_2\left[y - y_0\left(q_j^*\right)\right]\right\} = 0. \quad (8)$$

Оскільки кількість параметрів q_j більше або дорівнює кількості z_i $(n \ge m)$, то в точці $z = z^* = z(q^*)$ повинна перетворюватися в нуль і величина $\partial\rho(z, y)/\partial z_i$, тобто точка z^* повинна бути точкою екстремуму функції $\rho(z, y)$. Таким чином, при лінійній залежності параметрів z_i від q_j алгоритм роботи аналізатора, який працює відповідно з критерієм максимальної апостеріорної ймовірності, декілька спрощується порівняно з (6) і полягає у алгоритмі (8). У випадку, коли функція $\rho(q / y)$ поблизу точки максимуму $q = q^*$ змінюється значно швидше, чим величини $z(q)$, можливе спрощення формули (4) при довільній, нелінійній залежності параметрів z_i від q_j. У цьому випадку, очевидно, максимум функції розподілу $\rho(z / y)$ буде знаходиться в точці $z^* = z(q^*)$, де q^* визначається з виразу (8). Така ситуація буде мати місце, наприклад, при невеликій перешкоді, коли функція $\rho(q / y)$ має різкий максимум у точці $q = q^*$.

Якщо апріорна область „розкиду" параметрів системи, що контролюється, значно переважає апостеріорну область „розкиду", тобто коли точність вимірювання вихідного сигналу така значна, що $\sigma_\xi^2 << \sigma_q^2$ і функція $\rho_2(\xi)$ має значно меншу „ширину", ніж $\rho_1(q)$, можливе подальше спрощення формули (8). У цьому випадку положення точки максимуму $q = q^*$ у (8) визначається, в основному, максимумом другого співмножника у фігурних дужках, тобто максимумом функції $\rho_2\left[y - y_0(q)\right]$, і алгоритм роботи аналізатора задається співвідношенням:

$$\frac{\partial}{\partial q_j^*} = \rho_2\left[y - y_0\left(q_j^*\right)\right] = 0. \qquad (9)$$

Алгоритм, який визначається формулою (9), відповідає роботі аналізатора відповідно до критерію максимальної правдоподібності.

Висновки

Розглянуті в статті можливі алгоритми роботи аналізаторів (4)–(6), (8), (9) доводять принципову можливість побудови аналізаторів, які працюють на основі запропонованих співвідношень. Однак, у загальному випадку, при довільних законах розподілу $\rho_1(q)$ і $\rho_2(\xi)$, реалізація цих алгоритмів потребує більшого об'єму обчислювальної роботи. Тому при довільних законах розподілу $\rho_1(q)$ і $\rho_2(\xi)$ логічно розділити функції вимірювальної та контролюючої апаратури. Отримані в результаті контролю дані про вихідний сигнал повинні бути при цьому передані для подальшої обробки мікро контролером (мікропроцесором), для обчислень згідно наведених вище алгоритмів.

Для деяких типів функцій розподілу алгоритми можна спростити настільки, що буде доцільно розробити автономний аналізатор, в якому поєднані функції вимірювальної та контрольної апаратури. Одною з ситуацій, що найбільш часто зустрічаються, які допускають таке спрощення алгоритмів, є та, коли параметри q_j і перешкоди ξ_k розподілені за нормальним законом. Цей випадок розглянемо в наступних публікаціях.

Список літератури

1. *Чинков В.М. Дослідження та обґрунтування критеріїв оптимізації вимірювальних сигналів для контролю технічного стану систем автоматичного управління / В.М. Чинков, С.В. Герасимов // Український метрологічний журнал. – 2013. – № 4. – С. 43-47.*
2. *Чинков В.М. Варіаційний метод і методики синтезу оптимального вимірювального сигналу для контролю технічного стану системи автоматичного управління / В.М. Чинков, С.В. Герасимов // Український метрологічний журнал. – 2014. – № 1. – С. 59-64.*
3. *Герасимов С.В. Розрахунок функції розподілу вихідного сигналу об'єкту контролю при визначенні його технічного стану / С.В. Герасимов // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2014. – Вип. 1 (117). – С. 13–17.*
4. *Бронштейн И.Н. Справочник по математике / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М.: Наука, 1986. – 544 с.*

Надійшла до редколегії 21.05.2014

Рецензент: д-р техн. наук, доцент М.А. Павленко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ВЫХОДНЫХ СИГНАЛОВ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ИХ ТЕХНИЧНОГО СОСТОЯНИЯ

С.В. Герасимов, А.И. Тимочко

Предложены методы обработки выходных сигналов при определении технического состояния динамических систем. Разработанные методы позволяют существенно упростить техническую реализацию измерительных приборов для контроля (определения) технического состояния динамических систем при эксплуатации. Эти методы повышают помехозащищенность при обработке выходных измерительных сигналов и, при этом, повышают оперативность определения технического состояния динамических систем.

Ключевые слова: *выходной измерительный сигнал, контроль технического состояния, динамические системы/*

METHODS OF TREATMENT OF OUTPUT CALLS OF DYNAMIC COLLECTIONS AT DEFINITION OF THEIR ENGINEERING CONDITION

S.V. Gerasimov, A.I. Tymochko

The methods of treatment of output calls are offered at definition of engineering condition of dynamic collections. The designed methods allow substantially to simplify engineering realization of instruments for the check (definitions) of engineering condition of dynamic collections during production activity. These methods allow to improve protecting from a noise background at treatment of output measuring calls and to decrease time of definition of engineering condition of dynamic collections.

Keywords: *output measuring call, check of engineering condition, dynamic collections/*