# Радіоелектронні системи

## УДК 621.396.1

Ф.М. Андреев<sup>1</sup>, А.В. Статкус<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Харьков <sup>2</sup> Национальный технический университет «ХПИ», Харьков

# АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НЕЗАВИСИМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ТРЕТЬЕЙ ПРОИЗВОДНОЙ ДАЛЬНОСТИ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ НЕБАЛЛИСТИЧЕСКОГО УЧАСТКА ТРАЕКТОРИИ ЦЕЛИ

Проведена оценка точности измерения третьей производной дальности R<sup>(3)</sup> по данным функционирования системы когерентной обработки пачечного сигнала РЛС надгоризонтного обнаружения баллистических и космических объектов. Адекватность модели ошибок оценки R<sup>(3)</sup> подтверждена результатами сравнения с данными имитационного моделирования. Установлена возможность обнаружения небаллистического участка траектории по результатам оценки R<sup>(2)</sup> и R<sup>(3)</sup> при когерентной обработке пачки длительностью более 1,2 с.

**Ключевые слова:** радиолокационная станция надгоризонтного обнаружения, система когерентной обработки, ошибки оценок, третья производная дальности, адекватность модели ошибок, небаллистический участок траектории.

### Введение

Актуальность проблемы. Обработка результатов измерений координат целей для определения параметров траекторий баллистических ракет (БР) и элементов орбит ИСЗ проводится в предположении баллистического движения, то есть движения только под действием силы земного притяжения. Однако, возможны ситуации, когда РЛС надгоризонтного обнаружения (НГО) баллистических и космических объектов (БКО) наблюдают цели с включенным двигателем: движение ракеты-носителя на участке вывода или движение КО, головных частей БР на участках маневра [1, С. 119]. Поэтому первоначально необходимо убедиться, что полученная выборка результатов измерения координат соответствует баллистическому полету объекта. В противном случае параметры траекторий БР и элементов орбит ИСЗ определяются с большими погрешностями. Следовательно, задача обнаружения целей с небаллистическим участком (НБУ) движения является актуальной.

Анализ известных результатов. При переходе траектории цели с НБУ на баллистический происходит скачок ускорений по дальности R, азимуту є и углу места  $\theta$ . Величина этого скачка пропорциональна интенсивности возмущающих сил и времени, прошедшего от начала баллистического участка. Поэтому одним из параметров, используемых для обнаружения НБУ движения цели, является ускорение. В работе [1] для вычисления оценок составляющих баллистического ускорения R<sup>(2)</sup>,  $\varepsilon$ <sup>(2)</sup>,  $\theta$ <sup>(2)</sup> используется вектор сглаженных значений параметров траекторий цели  $\vec{R}_a = (R, \varepsilon, \theta, R^{(1)}, \varepsilon$ <sup>(1)</sup>,  $\theta$ <sup>(1)</sup>), где

 $R^{(1)}$ ,  $\epsilon^{(1)}$ ,  $\theta^{(1)}$  – скорости изменения дальности R, азимута  $\epsilon$  и угла места  $\theta$  соответственно, и корреляционная матрица  $\Psi_{R_a}$  ошибок вектора  $\vec{R}_a$ . Индекс а указывает на то, что это сглаженные параметры. С использованием сглаженной информации по соответствующим формулам вычисляются оценки составляющих баллистического ускорения  $R^{(2)}$ ,  $\epsilon^{(2)}$ ,  $\theta^{(2)}$  [1, С. 63, (2.48)] и дисперсия погрешностей таких оценок  $\sigma^2(y), y \in = (R^{(2)}, \epsilon^{(2)}, \theta^{(2)})$ [1, с. 73, (3.7), (3.9)]. Далее проверяются неравенства

$$\left|\mathbf{x}_{a}^{(2)}-\tilde{\mathbf{x}}^{(2)}\left(\vec{\mathbf{R}}_{a}\right)\right| < \sqrt{\sigma^{2}\left(\hat{\mathbf{x}}_{a}^{(2)}\right)} + \sigma^{2}\left(\mathbf{x}^{(2)}\right),$$

где  $x \in (R, \varepsilon, \theta)$ ,  $x_a^{(2)}$  – вторые производные, рассчитанные по информации, полученной сглаживанием координаты и ее скорости [1, с. 115, (4.30)]. Если неравенства выполняются, цель считается баллистической. Поскольку по сравнению с другими угловые координаты в РЛС НГО «Днепр-М» измеряются с большими погрешностями, приходится считаться с вероятностью принятия ошибочных решений при использовании указанных неравенств.

**Нерешенная часть проблемы**. Существенно уменьшить вероятность ошибочных решений удается благодаря использованию упрощенных уравнений движения на баллистическом участке

$$R_{\rm b}^{(2)} = R(\epsilon^{(1)})^2 \,, \tag{1}$$

$$R_{\rm b}^{(3)} = -3R^{(1)}R^{(2)}/R$$
, (2)

где є<sup>(1)</sup> – скорость изменения азимута цели. Признак НБУ присваивается цели, когда оценки радиального

ускорения  $\widehat{R}_{b}^{(2)}$  и третьей производной дальности  $\widehat{R}_{b}^{(3)}$ , полученные с использованием результатов сглаживания дальности и азимута в виде оценок  $\widehat{R}$ ,  $\widehat{R}^{(1)}$ ,  $\widehat{R}^{(2)}$ ,  $\widehat{R}^{(1)}$ , превышают допустимые для баллистических целей пороговые значения

$$\widehat{R}^{(2)} < T_2 = -10 \,\text{m/c}^2 , \quad \left| \widehat{R}_{\mu}^{(3)} \right| < T_3 = <2 \,\text{m/c}^3 .$$
 (3)

Основной недостаток двух указанных вариантов обнаружения НБУ траектории цели – использование информации всего интервала сопровождения цели. При такой организации процедуры в случае обнаружения НБУ вся энергия РЛС, отведенная для этой цели, оказывается истраченной бесполезно. Устранить данный недостаток могла бы процедура обнаружения НБУ, выполняемая перед взятием цели на сопровождение. Однако в штатном алгоритме РЛС это невозможно: оценки R<sup>(2)</sup> и R<sup>(3)</sup> еще не сформированы.

Такая процедура может быть организована в случае введения специального режима облучения цели когерентной пачкой из N импульсов, доставляющего высокоточные измерения первых трех производных дальности. В [2] приведены формулы для оценки среднеквадратической ошибки (СКО) оценки радиального ускорения  $\hat{R}^{(2)}$  по данным системы цифровой когерентной обработки пачечного сигнала (СКОПС). В табл. 1 указаны рассчитанные с помощью этих формул значения СКО в зависимости от числа импульсов в пачке N при периоде следования зондирующих сигналов  $T_{CЛ} = 40,96$  мс, характерному для РЛС НГО типа «Днепр-М». Измерения  $R^{(3)}$ могут быть обеспечены путем расширения вектора параметров, определяемого системой когерентной обработки пачечного сигнала (СКОПС), с двух до трех. Суть статьи состоит в определении точности измерения  $R^{(3)}$  по результатам работы СКОПС и возможности введения в РЛС НГО режима высокоточного измерения не только  $R^{(1)}$ ,  $R^{(2)}$ , но и  $R^{(3)}$ .

При обеспечении достаточной точности оценок это позволит принимать решение о небаллистическом участке траектории уже после шести облучений цели (первые пять из которых относятся к этапу захвата цели), то есть в самом начале ее сопровождения, а не в конце этого этапа, как в штатном алгоритме. Сэкономленные энергетические ресурсы РЛС могут быть использованы по другим важным целям.

Таблица 1

Среднеквадратические ошибки оценки радиального ускорения  $\widehat{R}^{(2)}$  по данным СКОПС

N, число импульсов пачки	16	20	24	28	32
$\sigma_2 = \sigma [\hat{R}^{(2)}], m/c^2$	0,46	0,34	0,30	0,27	0,26

Цель статьи: построение аналитической модели точностных характеристик оценки третьей производной дальности по данным когерентных измерений и анализ возможности использования независимых измерений третьей производной дальности для обнаружения небаллистического участка траектории цели.

# 1. Оценка точности измерения R<sup>(3)</sup> по данным СКОПС

При расчете ошибок будем учитывать: потенциальные ошибки, обусловленные только шумом; ошибки при распространении радиоволн, обусловленные изменениями параметров среды их распространения; аппаратурные ошибки за счет дискретности отсчетов, несовершенства аппаратуры, нестабильности ее характеристик [3].

Оценка потенциальной составляющей ошибки выполнена в работе [4]. Для пачки из N импульсов дисперсия потенциальной ошибки измерения  $\sigma_3^2$  третьей производной дальности  $R^{(3)}$  когда момент измерения привязан к центру пачки, равна

$$\sigma_3^2 = \left(\lambda/(2\pi)\right)^2 \frac{25200L}{N(N-1)^6 T_{CJ}^6 q_0^2},$$
(4)

где  $\lambda$  – рабочая длина волны; L – коэффициент, учитывающий потери в тракте на неоптимальность обработки, равные  $L_1 \cong 3,75$  для аналого-цифровой (гибридной) СКОПС и  $L_2 \cong 1,2$  для цифровой СКОПС;  $q_0^2$  – отношение сигнал-шум по мощности в расчете на один импульс пачки. При рабочем отношении  $q_0^2$  = 100 и  $\lambda$  = 1,9 м (РЛС «Днепр-М») потенциальная СКО  $\hat{R}^{(3)}$  составляет  $\sigma_3$  =5,2 м/с<sup>3</sup> при N = 16, и  $\sigma_3$  = 0,27 м/с<sup>3</sup> при N = 32.

За исключением РЛС типа AN/TPY-2 (США) остальные РЛС НГО работают в дециметровом и метровом диапазонах волн. Поэтому составляющая ошибки оценки  $\hat{R}^{(3)}$ , обусловленная распространением радиоволн на трассах локации, сводится к рефракционным ошибкам в ионосфере. Можно показать, что в первом приближении ионосферная ошибка измерения  $R^{(3)}$  является постоянным от отсчета к отсчету смещением, которое линейно зависит от истинного значения третьей производной дальности  $R_0^{(3)}$  в момент измерения, соответствующий центру пачки

 $m_{3 HOH} \approx -K_{HKP} R_0^{(3)} \Delta \delta_r M_{HOH} \sin^3 m_V$ , (5) где  $\Delta \delta_r$ ,  $m_V$  – углы между фактической траекторией луча и прямым лучом, а также между вектором скорости цели  $\bar{V}$  и прямым лучом соответственно в месте расположения цели в данный момент времени,  $M_{\rm HOH} = \left(\Delta R_{\rm HOH}^{(3)}\right)_{\rm MAKC} / \left(R^{(3)}\right)_{\rm MAKC} \left(\Delta \delta_{\rm r}\right)_{\rm MAKC}$ ,  $\left(\Delta R_{\rm HOH}^{(3)}\right)_{\rm MAKC} -$  максимальное значение ионо-сферной ошибки; з  $\approx 10^{-3}$  /Дб<sub>г</sub>, К<sub>НКР</sub> – коэффициент, учитывающий возможность компенсации ионосферных ошибок в РЛС НГО. При угловой рефракционной ошибке  $\Delta \delta_{\rm r} \leq 3$  мрад максимальное абсолютное значение смещения для РЛС НГО метрового диапазона не превосходит десятых долей процента измеряемой величины R<sup>(3)</sup> и при  $|R^{(3)}| \leq 20$  м/с<sup>3</sup> составляет не более 0,03 м/с<sup>3</sup>. Это означает, что при используемых на практике в РЛС НГО метрового диапазона пачечных сигналах, а тем более дециметрового диапазона, ионосферную составляющую

Анализ аппаратурной составляющей ошибки измерения проведем аналогично тому, как это сделано в работе [2] для случая радиальных скорости и ускорения. Для случая R<sup>(3)</sup> дисперсия аппаратурной флюктуационной ошибки измерения будет иметь вид

ошибки измерения R<sup>(3)</sup> можно не учитывать.

$$y_{2\Phi AO}^{2} = \left(\lambda/(2\pi)\right)^{2} \frac{25200}{N(N-1)^{6} T_{CJI}^{6}} y_{\Phi AOj}^{2}, \quad (6)$$

где  $y_{\Phi AOj}^2$  – дисперсия флюктуационной аппаратурной ошибки отсчета фазы СКОПС в j-м такте зондирования. В работе [2] показано, что для гибридной СКОПС  $y_{\Phi AOj}^2 \approx 1,5 \times 10^{-3} [\text{рад}^2]$ , а для цифровой СКОПС  $y_{\Phi AOj}^2 \approx 1,5 \times 10^{-4} [\text{рад}^2]$ . Медленно изменяющаяся составляющая аппаратурной ошибки, характеризующая смещение результирующей ошибки, может быть представлена в виде

$$m_{3M} = \left(\frac{24\pi}{p^2}\right) \Delta m_{\Gamma 2} / T_H^3 = 4 p \pi \mathcal{A} f_{\Gamma 2} \Delta t_i / T_H T_{MOA}^2$$
,(7)

где  $\Delta \psi_{\Gamma 2}$  – фазовая ошибка, обусловленная нестабильностью колебаний гетеродина 2,  $\Delta f_{\Gamma 2} = f_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} = \pm 0,8$  Гц (при  $f_{\Gamma 2} = 16$ МГц),  $g_{\Gamma 2} = f_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} = 16$ МГц),  $f_{\Gamma 2} = f_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} + g_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} = f_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} + g_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} = f_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} + g_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} = f_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} + g_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} = f_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} + g_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} = f_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} + g_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} = f_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} + g_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} = f_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} + g_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} = f_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} + g_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} = f_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} + g_{\Gamma 2} \cdot g_{\Gamma 2} + g_{\Gamma$ - относительная нестабильность колебаний гетеродина 2,  $\Delta t_i \leq T_{CII}$  – время запаздывания до цели в ј-м периоде зондирования. Абсолютную нестабильность частоты второго гетеродина  $\Delta f_{\Gamma 2}$  в пределах интервала наблюдения T<sub>H</sub> = (N-1)T<sub>CЛ</sub> можно трактовать как тональную фазовую модуляцию его колебаний с периодом Т<sub>МОЛ</sub> > 2Т<sub>Н</sub> [5]. Опыт эксплуатации приемника РЛС НГО типа «Днепр-М» показывает, что формула (7) удовлетворительно характеризует медленно изменяющуюся составляющую аппаратурной ошибки при  $T_{MOJ} \approx 5c.$ 

Результирующую СКО  $\varepsilon_3$  оценки  $\widehat{R}^{(3)}$  определяем как

$$\begin{split} \epsilon_{A,3} = & \left[ \left( \frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 \frac{25200 \left( L + \sigma_{\Phi AO}^2 q_0^2 \right)}{N \left( N - 1 \right)^6 T_{CJ}^6 q_0^2} + \right. \\ & \left. + \left( 24\lambda \Delta f_{\Gamma 2} \Delta t_j \middle/ \left( T_H T_{MOZ}^2 \right) + m_{3HOH} \right)^2 \right]^{1/2} . \quad (8) \end{split}$$

Выражение (8) можно рассматривать как аналитическую модель точностных характеристик оценки  $\hat{R}^{(3)}$  по данным СКОПС.

# 2. Проверка адекватности аналитической модели ошибок оценки R<sup>(3)</sup>

Проверка адекватности аналитической модели ошибок измерения третьей производной дальности  $R^{(3)}$  проводилась путем определения степени согласия с результатами имитационного статистического моделирования аналого-цифровой СКОПС, реализованной в РЛС НГО типа «Днепр-М» при воздействии на ее вход отсчетов аддитивной смеси фазы сигнала и шума. Сигнальная фазовая последовательность  $\{\phi_{01}\}_1^N$  соответствовала закону движения БКО на интервале накопления пачки  $T_H$  с учетом третьей производной дальности

$$\varphi_{0l} = (4p/\pi) \sum_{n=1}^{3} R_{0}^{(n)} (t_{0} - t_{l})^{n} / n!, \ l = \overline{l, N}, \quad (9)$$

где  $\vec{R}_0 = \left(R_0^{(1)}, R_0^{(2)}, R_0^{(3)}\right)^T$  – вектор истинных зна-

чений радиальных параметров движения БКО в рассматриваемом случае,  $t_0$  – момент привязки измерений,  $t_l$  – момент прихода l-го отсчета (импульса) сигнала. При моделировании предусматривались такие значения числа импульсов в пачке N = 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32. Порядок формирования помеховой фазовой последовательности описан в работе [6]. Процедура формирования логарифма апостериорного распределения вероятности (ЛАРВ) моделировала алгоритм расчета корреляционного интеграла в точках (гипотезах) значений трехмерного вектора

$$\mathbf{H}_{ijk} : \vec{\mathbf{R}}_{AUCKO-3} = \left(\mathbf{R}_{i}^{(1)}, \mathbf{R}_{j}^{(2)}, \mathbf{R}_{k}^{(3)}\right)^{\mathrm{T}} = [\mathbf{R}_{AUCKO-3}]_{ijk}.$$

области априорного существования вектора радиальных параметров, которые оценивались с шагом, равным величине разрешающей способности по соответствующему радиальному параметру

$$\delta R^{(n)} = n! \lambda / (2T_H^n), \quad n = 1, 2, 3.$$
 (10)

По реализации логарифма апостериорного распределения вероятности определялся аргумент его максимума. Он является оценкой максимального правдоподобия радиальных параметров движения БКО с точностью до шага гипотезы по оцениваемым параметрам, то есть аналитическая модель в виде выражения (8) является оценкой нижней границы ошибок фазовых измерений, что соответствует случаю формирования континуального логарифма апостериорного распределения вероятности в пределах области анализа. В общем случае, поскольку СКОПС формирует дискретный вариант логарифма апостериорного распределения вероятности, точность его оценок  $\hat{R}^{(3)}$  будет несколько ниже точности, доставляемой аналитической моделью.

Для исключения влияния дискретности процедуры сигнальная фазовая последовательность моделировалась таким образом, что параметры входного сигнала совпадали с одним из узлов дискретной решетки гипотез аналого-цифровой СКОПС. СКО третьей производной дальности е<sub>с.3</sub> рассчитывалась как

$$e_{c,3} = \hat{y}\left(R^{(3)}\right) = \left[\frac{1}{n-1}\sum_{m=1}^{n} \left(R_{0}^{(3)} - \hat{R}_{m}^{(3)}\right)^{2}\right]^{1/2}, (11)$$

где  $\hat{R}_{m}^{(3)}$  – т -я реализация оценки третьей производной дальности, п – объем испытательной выборки. Данная СКО может рассматриваться как статистическая оценка нижней границы ошибки измерения третьей производной дальности.

# 3. Обоснование объема испытательной выборки

Число реализаций оценки  $\hat{R}^{(3)}$  (объем испытательной выборки) выбиралось исходя из требования обеспечения приемлемого уровня доверительной вероятности р и погрешности оценки математического ожидания исследуемой оценки  $\delta \varepsilon_3$  при наличии оценки дисперсии оценки  $\hat{\sigma}_3^2$  на основании выражения [7, 8]:

$$\mathbf{n}_0 = \mathbf{Z}_{1-\alpha/2}^2 \cdot \hat{\sigma}_3^2 / \left[\delta \varepsilon_3\right]^2, \qquad (12)$$

где  $Z_{1-\alpha/2}$  – квантиль распределения оценки, соответствующий уровню значимости  $\alpha = 1-p$ . В ходе эксперимента была установлена нормальность исследуемых оценок. Максимальная дисперсия оценок при отсутствии аномальных измерений и дискретной схеме оценивания  $\hat{R}^{(3)}$  не превосходит половины цены деления (10), то есть

$$\hat{\sigma}_{\max,3}^2 = \left[\frac{1}{2}\delta R^{(3)}\right]^2.$$
 (13)

Именно она используется при обосновании гарантированного числа опытов n<sub>0</sub> в (12). Для обеспечения компромисса между необходимыми для моделирования вычислительными ресурсами, точностью и достоверностью результатов эксперимента погрешность оценки математического ожидания ошибок исследуемой оценки выбиралась на уровне  $\delta \varepsilon_3 = 0,056 \, \delta R^{(3)}$  (5,6% шага гипотезы по  $R^{(3)}$ ), а доверительная вероятность – на уровне p = 0,95, что соответствует  $Z_{0,975} = 1,96$ . При выбранных значениях величин объем испытательной выборки составил n = 300 опытов.

## Результаты проверки адекватности модели

Проверка адекватности аналитической модели ошибок (8) проведена при отношении сигнал-шум по мощности  $q_0^2 = 100$  и значениях параметров, приведенных в п.1 настоящей статьи.

Результаты проверки представлены на рис. 1 в виде зависимостей результирующей аналитической СКО ед., и результирующей СКО ес., оценки третьей производной дальности, полученной по данным моделирования, от числа накапливаемых импульсов N. Кроме того, приведены кривые  $e_{c,3}\pm\delta\epsilon_3$ , где  $\delta\epsilon_3=0,056\delta R^{\left(3\right)},$  которые задают границы доверительного коридора, в котором заключены истинные значения ошибки с доверительной вероятностью, равной р = 0,95. Результирующая СКО оценки третьей производной дальности по данным аналитического моделирования є<sub>А,3</sub> принадлежит 95%-м доверительным коридорам относительно результирующих ошибок по данным статистического моделирования єс.3 при выборке из n = 300 измерений. В теории ошибок это считается свидетельством адекватности аналитической модели результатам моделирования [7]. Из анализа рис. 1 следует, что это выполняется для значений N > 10. Следовательно, аналитическая модель (8) может быть использована для исследования возможностей повышения точности оценок и эффективности применения СКОПС в РЛС НГО.



Рис. 1. Результирующие ошибки оценки  $\hat{R}^{(3)}$  по данным цифровой СКОПС

Радіоелектронні системи

При этом необходимо учитывать, что она является нижней границей ошибки оценки третьей производной дальности. На основании анализа зависимостей  $e_{A,3}$  и  $e_{c,3}$  можно сделать следующие выводы: а) независимая оценка  $\hat{R}^{(3)}$  имеет сравнительно высокую точность в условиях функционирования РЛС НГО при N = 32; б) ионосферная составляющая ошибки практически не влияет на точность оценки  $\hat{R}^{(3)}$  (m<sub>3ИОН</sub>  $\approx$  0).

В табл. 2 приведены результаты расчета результирующей СКО измерения третьей производной дальности в зависимости от числа импульсов в пачке для гибридной (строка 2) и цифровой СКОПС (строка 3) при выше приведенных значениях параметров модели.

Таблица 2

СКО оценки третьей производной дальности  $\hat{R}^{(3)}$  по данным СКОПС

, ,					
Ν	16	20	24	28	32
$\epsilon_3^{AUCKO}$ , m/c <sup>3</sup>	10,57	4,66	2,41	1,38	0,86
$\epsilon_3^{\text{UCKO}}$ , m/c <sup>3</sup>	5,9	2,61	1,35	0,78	0,49

# Анализ применимости когерентной оценки R<sup>(3)</sup> для обнаружения НБУ

Точностные характеристики совместных оценок параметров движения задаются корреляционной матрицей ошибок (КМО)  $\Psi$ . Анализ КМО оптимальной оценки параметров квадратичной траектории по результатам сглаживания п измерений дальности приведен в [9]. При равноточных и равнодискретных измерениях дальности элементы КМО совместных оценок  $\hat{R}$ ,  $\hat{R}^{(1)}$ ,  $\hat{R}^{(2)}$  элементы КМО  $\Psi_n = \|\psi_{ij}\|$ , i, j = 1, 2, 3, имеют вид [9, с. 225].

$$\begin{split} \psi_{11} &= \frac{3 \left(3 n^2 - 3 n + 2\right)}{n \left(n + 1\right) \left(n + 2\right)} \sigma_0^2 = D_R = D_1, \\ \psi_{12} &= \psi_{21} = -\frac{18 \left(2 n - 1\right)}{n \left(n + 1\right) \left(n + 2\right) T_0} \sigma_0^2, \end{split} \tag{14}$$

$$\begin{split} \psi_{13} &= \psi_{31} = \frac{60}{n(n+1)(n+2)T_0^2} \sigma_0^2 ,\\ \psi_{22} &= \frac{12(2n-1)(8n-11)}{n(n^2-4)(n^2-1)T_0^2} \sigma_0^2 = D_{R^{(1)}} = D_2 ,\\ \psi_{23} &= \psi_{32} = -\frac{360}{n(n^2-4)(n+1)T_0^3} \sigma_0^2 ,\\ \psi_{33} &= \frac{720}{n(n^2-4)(n^2-1)T_0^4} \sigma_0^2 = D_{R^{(2)}} = D_3 , \end{split}$$

где  $\sigma_0$  – СКО, а T<sub>0</sub> – период следования измерений дальности.

Учитывая, что 
$$\psi_{ij} = k_{ij} \sqrt{\psi_{ii} \psi_{jj}}$$
, i, j = 1, 2, 3,

[10, с. 72, (1.4.38)], коэффициенты корреляции оценок получаем в виде

$$k_{12} = -3 \sqrt{\frac{(n-2)(n-1)(2n-1)}{(3n^2 - 3n + 2)(8n - 11)}},$$

$$k_{13} = 5/\sqrt{15} \times \sqrt{(n-2)(n-1)/(3n^2 - 3n + 2)},$$

$$k_{23} = -\sqrt{15} \times (n-1)/\sqrt{(2n-1)(8n - 11)}.$$
(15)

На рис. 2, а диагональные элементы КМО оценок, то есть дисперсии оценок, представлены в зависимости от n при типичных для РЛС НГО значениях  $\sigma_0 = 350$  м,  $T_0 = 2,61$  с. На рис. 2, б приведены зависимости коэффициентов корреляции от числа сглаженных измерений. Как видно, коррелированность всех оценок очень высока и растет с ростом n.

Определение свойств оценки  $\widehat{R}_{b}^{(3)}$  выполняем статистическим моделированием [11], задаваясь истинными значениями вектора R, R<sup>(1)</sup>, R<sup>(2)</sup> в диапазоне возможных значений и формируя для них массив оценок с гауссовским распределением и КМО (14). Гауссовость оценки вектора обусловлена высоким отношением сигнал-шум в условиях функционирования РЛС НГО. Типичные диаграммы парного рассеяния оценок и гистограммы их распределений приведены на рис. 3. По этим выборкам в соответствии с (2) формируется выборка  $\widehat{R}_{h}^{(3)}$  и оцениваются ее свойства. Анализ показал, что оценка (2) имеет нормальное распределение с весьма малой СКО порядка 1...5 см/с<sup>3</sup>, но существенным смещением  $\Delta R_{\rm b}^{(3)}$  на уровне 0,25...1,2 м/с<sup>3</sup>, зависящим от истинных значений параметров движения.

Сопоставительный анализ качества классификации НБУ по правилу (3) для оценки R<sup>(3)</sup> по данным сглаживания (2) и по данным СКОПС выполняется на основе теории статистических решений расчетом вероятности ошибочного решения РЕ, доставляемого каждым из бинарных классификаторов (когерентного «1» и со сглаживанием «2»), то есть отнесения баллистической траектории к НБУ и наоборот [12]. Как установлено выше, СКО оценки (2) значительно ниже, чем СКО когерентной оценки R<sup>(3)</sup> однако последняя имеет меньшее смещение  $\left|\Delta R^{(3)}\right| \le 0,1 \text{ м/c}^3$ . На рис. 4, а приведен характерный вид распределений оценки R<sup>(3)</sup> (вертикальный масштаб изменен для наглядности) – когерентной и сглаживанием, а на рис. 4, б – вероятность ошибки классификации P<sub>E</sub> в диапазоне значений R<sup>(3)</sup> на основе этих оценок. Как следует из рис. 4, б, на интервале 1,5...2 м/с<sup>3</sup> (т.е. на интервале  $[T_3 - \Delta R_b^{(3)}, T_3]$ )







Рис. 3. Диаграммы рассеяния для пар оценок  $\hat{R}$ ,  $\hat{R}^{(1)}$ ,  $\hat{R}^{(2)}$  и гистограммы их распределений по данным сглаживания измерений дальности

вероятность ошибки классификатора 2 (со сглаживанием) равна 1, а в остальном интервале истинных значений его классификация безошибочна. Классификатор 1 (когерентный) имеет ненулевую ошибку в значительном диапазоне значений  $R^{(3)}$  с наибольшим значением при  $R^{(3)} = T_3$ . В качестве показателя эффективности классификации используем среднюю вероятность ошибки  $\overline{P}_E$  по всему априорному

интервалу анализа  $R_{min}^{(3)} \le R^{(3)} \le R_{max}^{(3)}$  $\overline{P}_E = \int_{R_{min}^{(3)}}^{R_{max}^{(3)}} P_E(R^{(3)}) dR^{(3)},$  (16) т.е. площадь под кривой  $P_E(R^{(3)})$  на рис. 4, б для классификаторов 1 и 2, а сравнительное качество классификаторов определяем отношением  $\gamma = \overline{P}_{E1}/\overline{P}_{E2}$ . При типичных условиях функционирования РЛС НГО  $\overline{P}_{E1} \approx 0,399$  против  $\overline{P}_{E2} \approx 0,448$ , что дает  $\gamma \leq 1$ . Этот результат свидетельствует о соизмеримости средней достоверности обнаружения НБУ по данным СКОПС и по данным штатного алгоритма РЛС. На этом основании делаем вывод о целесообразности применения оценки R<sup>(3)</sup> по данным СКОПС для обнаружения небаллистического участка траектории в РЛС НГО.

4



Рис. 4. Статистические характеристики a – оценок  $R^{(3)}$  – когерентной (coherent) и сглаживанием (smoothing) и б – бинарной классификации «баллистический – небаллистический участок траектории» на их основе

#### Выводы

Благодаря независимости, однозначности и состоятельности оценки третьей производной дальности ее целесообразно использовать в алгоритме оперативной классификации типа цели при определении небаллистического участка траектории (маневра) БКО.

По результатам модельного анализа СКО измерения R<sup>(3)</sup> установлена целесообразность измерения трех производных дальности вместо двух в системе когерентной обработки пачечного сигнала при введении дополнительного режима облучения цели когерентной пачкой из 32 импульсов.

Методами теории статистических решений показано, что такой режим работы позволяет осуществлять оперативную классификацию небаллистического участка цели в самом начале этапе сопровождения, а не после его завершения, как в штатном алгоритме. В случае обнаружения такого участка имеется возможность избежать дальнейшего непроизводительного расхода энергетики РЛС НГО на сопровождение данной цели.

## Список литературы

1. Саврасов Ю.С. Алгоритмы и программы в радиолокации / Ю.С. Саврасов – М.: Радио и связь, 1985. -216 c

2. Андреев Ф.М. Оиенка точности измерения радиальных скорости и ускорения по данным системы когерентной обработки РЛС / Ф.М. Андреев, А.В. Статкус // Системи управління, навігації та зв'язку. – К.: ДП «ЦНДІ HIУ», 2012. – Bun. 4 (24). – C. 17-24.

3. Слока В.К. Вопросы обработки радиолокационных сигналов. / В.К. Слока. – М.: Сов. радио, 1970. – 256 с.

4. Андреев Ф.М. Потенциальные возможности корреляционной обработки пачечных когерентных радиолокационных сигналов в координатах первых трех производных дальности цели / Ф.М. Андреев, А.В. Статкус // Сб. науч. трудов 2-го Международного радиоэлектронного форума «Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития». – Т. 2. – Х., 2005. – С. 147-150.

5. Рейвен С.В. Требования к опорным генераторам для когерентных радиолокационных станиий / С.В. Рейвен // ТИИЭР. – 1966. – Т. 54, № 2. – С. 150-157.

6. Андреев Ф.М. Оценка ошибок измерения радиальных скорости и ускорения цели по результатам моделирования / Ф.М. Андреев, А.В. Статкус // Вісник Харківського національного університету. – Х., 2013. Bun. 1089. - C. 5-14.

7. Демидов Б.А. Теория и методы военно-научных исследований вооружения и военной техники / Б.А. Демидов. – Х.: ВИРТА ПВО, 1990. – 558 с.

8. Бусленко Н.П. Математическое моделирование производственных процессов / Н.П. Бусленко. – М.: Наука, *1964. – 364 с.* 

9. Кузьмин С.З. Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации / С.З. Кузьмин. М.: Сов. радио, 1974. – 432 с.

10. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника / В.И. Тихонов. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.

11. Дьяконов В. МАТLАВ: учебный курс / В. Дьяконов. – СПб.: Питер, 2001. – 560 с.

12. Горелик А.Л. Методы распознавания: учеб. пособие / А.Л. Горелик, В.А. Скрипкин. – М.: Высшая школа, 1984. – 208 с.

### Поступила в редколлегию 31.07.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. С.М. Порошин, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков.

## АНАЛІЗ МОЖЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ НЕЗАЛЕЖНИХ ВИМІРЮВАНЬ ТРЕТЬОЇ ПОХІДНОЇ ДАЛЬНОСТІ ДЛЯ ВИЯВЛЕННЯ НЕБАЛІСТИЧНОЇ ДІЛЯНКИ ТРАЄКТОРІЇ ЦІЛІ

Ф.М. Андреев, А.В. Статкус

Запропоновано оцінку точності вимірювань третьої похідної дальності  $R^{(3)}$  за даними функціонування системи когерентної обробки пачкового сигналу РЛС надобрійного виявлення. Адекватність моделі похибок оцінки R<sup>(3)</sup> підтверджено результатами порівняння з даними імітаційного моделювання. Визначено можливість виявлення небалістичної ділянки траєкторії за результатами оцінки  $R^{(2)}$  та  $R^{(3)}$  при когерентній обробці пачки тривалістю більше 1,2 с.

Ключові слова: радіолокаційна станція надобрійного виявлення, система когерентної обробки, похибки оцінок, третя похідна дальності, адекватність моделі похибок, небалістична ділянка траєкторії.

## POSSIBILITY OF USING THE RANGE THIRD DERIVATIVE COHERENT MEASUREMENT FOR DETECTION OF NON-BALLISTIC TARGET TRAJECTORY SECTION

F.M. Andreev, A.V. Statkus

Measurement accuracy for range derivative of third order  $R^{(3)}$  supplied with the pulse train coherent processing system (CPS) of Early Warning Radar has been estimated. Its adequacy is proven with simulation. It is established that the CPS has ability to detect a non-ballistic section of the target trajectory using measurements of  $R^{(2)}$  and  $R^{(3)}$  obtained with the pulse train duration over 1.2 second.

**Keywords:** EWR, pulse train coherent processing system, measurement accuracy, range third derivative, error model adequacy, non-ballistic trajectory section.