

УДК 681.5

В.А. Крамарь

Севастопольский национальный технический университет, Севастополь

ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И УСТОЙЧИВОСТЬ КОНТУРА СТАБИЛИЗАЦИИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

В работе рассматривается задача применения критерия типа критерия Найквиста к системе стабилизации летательного аппарата с учетом упругих колебаний. В результате построения математических моделей летательного аппарата с учетом упругих колебаний получены мероморфные передаточные функции, что обуславливает обоснование построения годографа Найквиста и применения критерия типа Найквиста к рассматриваемому типу систем.

Ключевые слова: контур стабилизации, критерий Найквиста, мероморфная передаточная функция.

Введение

Упругие свойства летательного аппарата (ЛА) могут существенно проявляться в его динамике движения. Переходные процессы в контуре стабилизации, происходящие под действием аэродинамических сил, сопровождаются упругими деформациями корпуса ЛА, которые сказываются на сигналах измерительных устройств. Например, углы изгиба корпуса вносят дополнительную составляющую в сигналы гироскопов, а ускорения упругих колебаний проявляются в сигналах акселерометров. Благодаря этому в контуре стабилизации возникают дополнительные обратные связи – коротко говоря – упругие звенья, которые следует учитывать при анализе свойств контура. Математическое описание этих звеньев, как и последующий анализ с их учетом контура стабилизации представляет собой весьма сложную задачу. Обычно удовлетворяются приближенными моделями явления в виде одного или нескольких колебательных звеньев, соответствующих основному тону упругих колебаний [1 – 3]. Вопрос о том, насколько точны подобные приближения модели, решается, в основном, экспериментальными средствами.

В настоящей статье рассматриваются математические модели ЛА и вопрос применения критерия устойчивости типа критерия Найквиста.

Статья построена следующим образом: первый раздел содержит описание объекта управления; во втором разделе рассматривается принцип построения годографа Найквиста; формулировка модифицированного критерия Найквиста представлена в

третьем разделе; в заключении представлены основные выводы по проведенным исследованиям.

В работах [4, 5] рассмотрен подход к получению передаточных функций и частотных характеристик ЛА как упругого звена являющиеся мероморфными функциями. Также получены упрощения с помощью аппарата разложения мероморфных функций на простейшие дроби.

1. Модели системы стабилизации ЛА

Пренебрегая взаимовлиянием каналов курса и крена, рассмотрим непрерывную одномерную модель системы стабилизации курса ЛА в виде, приведенном на рис. 1. На этом рисунке ψ – угол рыскания ЛА, δ – угол отклонения руля ЛА, ψ_3 – заданный угол курса рыскания БЛА; ε – ошибка стабилизации.

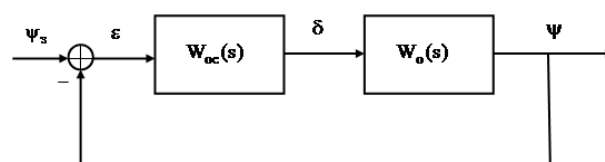


Рис. 1. Контур стабилизации курса жесткого ЛА

Динамика стабилизации определяется передаточными функциями $W_0(s)$ – объекта управления (летательного аппарата во вращательном движении вокруг центра масс) и $W_{oc}(s)$ – цепи обратной связи системы стабилизации. При возникновении малых упругих деформаций, не изменяющих аэродинамиче-

ские силы ЛА, передаточная функция $W_{oc}(s)$ объекта остается прежней, но контур стабилизации изменяется, поскольку появляются новые связи. Если чувствительным элементом цепи обратной связи является гироскопическое устройство, реагирующее на угол рыскания, характеризующий положение корпуса ЛА относительно неизменного направления, то измененный контур будет иметь вид, указанный на рис. 2.

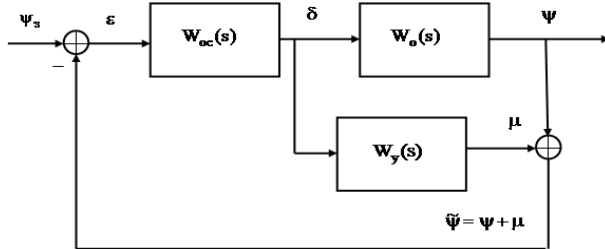


Рис. 2. Измененный контур стабилизации корпуса жесткого ЛА

На этом рисунке $W_y(s)$ – передаточная функция упругой связи объекта, определяемая равенством $\mu(s) = W_y(s)\delta(s)$. (1)

Для того, чтобы определить передаточную функцию $W_y(s)$, заметим, что по уравнениям движения жесткого ЛА можно установить соотношение в изображениях между углом скольжения ЛА и углом отклонения руля

$$\beta(s) = C(s)\delta(s),$$

где $C(s)$ – соответствующая передаточная функция жесткого ЛА. После этого выражению для изгиба корпуса ЛА в области изображения по Лапласу можно придать вид [4, 5]:

$$\mu(x, s) = [V^\beta(x, s)C(s) + V^\delta(x, s)]\delta(s),$$

где $V^\beta(x, s)$, $V^\delta(x, s)$ – передаточные функции БЛА как упругого звена.

Фиксируя в этом выражении значение x по заданному положению в аппарате гироскопического устройства ($x = x_\Gamma$), и принимая

$$W_y(s) = V^\beta(x_\Gamma, s)C(s) + V^\delta(x_\Gamma, s), \quad (2)$$

получим соотношение (1), где $\mu(s) = \mu(x_\Gamma, s)$.

Каждая из передаточных функций $W_y^1(s)$, $W_y^2(s)$ определяется выражением вида (2) со значениями абсциссы x_Γ^1 , x_Γ^2 соответственно. При совпадении x_Γ^1 , x_Γ^2 упругие связи объединяются, а

$$W_{oc}(s) = [W_{oc}^1(s) + sW_{oc}^2(s)]W_{oc}^3(s).$$

Аналогично можно рассматривать структурные схемы системы стабилизации при использовании в системе акселерометров.

Рассмотрим схему, изображенную на рис. 2. В этом случае уравнение замкнутой системы в изображениях, если принять за выход угол $\tilde{\psi}$, имеет вид

$$\tilde{\psi}(s) = \frac{[W_o(s) + W_y(s)]W_{oc}(s)}{1 + [W_o(s) + W_y(s)]W_{oc}(s)}\psi_3(s).$$

Введя обозначения

$$W(s) = W_{ж}(s) + W_y(s)W_{oc}(s), \quad (3)$$

$$W_{ж}(s) = W_o(s)W_{oc}(s),$$

последнее соотношение далее будем рассматривать в виде

$$\tilde{\psi}(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)}\psi_3(s).$$

Аналогичное соотношение можем найти также для переменной ψ :

$$\psi(s) = \frac{W_o(s)W_{oc}(s)}{1 + W(s)}\psi_3(s).$$

Соотношение (3) позволяет исследовать систему стабилизации ЛА с учетом его упругих свойств. Введем передаточную функцию замкнутой системы

$$\Phi(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)} \quad (4)$$

с передаточной функцией прямой цепи стабилизации $W(s)$, определяемой соотношением (3).

Будем считать, что передаточные функции $W_o(s)$, $W_{oc}(s)$, а следовательно и $W_{ж}(s)$ являются рациональными функциями. Передаточная функция беспилотного летательного аппарата как упругого звена $W_y(s)$, определяемая соотношением (2), является мероморфной функцией с чисто мнимыми полюсами. Поэтому и передаточные функции $W(s)$, $\Phi(s)$ также являются мероморфными, причем передаточная функция прямой цепи $W(s)$ имеет, как видно из выражения (3), бесконечное множество чисто мнимых простых полюсов.

При этих общих свойствах передаточных функций, исходя из соотношений (3), (4) рассмотрим вопрос о критерии устойчивости контура стабилизации, типа критерия Найквиста.

2. Построение годографа Найквиста

С целью применения критерия типа критерия Найквиста вначале свяжем свойства частотного годографа разомкнутой системы $W(j\omega)$, $0 \leq \omega < \infty$ с числом нулей и полюсов передаточной функции $\Phi(s)$ замкнутой системы в правой полуплоскости.

Запишем передаточную функцию $W(s)$ в виде

$$W(s) = \frac{p(s)}{q(s)},$$

где $p(s)$, $q(s)$ – целые функции. Если мы с этой целью введем представления

$$W_{oc}(s) = \frac{p_{oc}(s)}{q_{oc}(s)}, \quad W_o(s) = \frac{p_o(s)}{q_o(s)}, \quad W_y(s) = \frac{p_y(s)}{q_y(s)},$$

где $p_{oc}(s), p_o(s), q_{oc}(s), q_o(s)$ – полиномы, а $p_y(s), q_y(s)$ – целые функции, определяемые представлением (2), то будем иметь

$$q(s) = q_y(s)q_{oc}(s)q_o(s), \quad (5)$$

$$p(s) = p_o(s)p_{oc}(s)q_y(s) + p_y(s)p_{oc}(s)q_o(s). \quad (6)$$

Для передаточной функции замкнутой системы, записанной в виде отношение целых функций $P(s), Q(s)$:

$$\Phi(s) = P(s)/Q(s)$$

найдем

$$Q(s) = q(s) + p(s), \quad P(s) = p(s) \quad (7)$$

будем называть характеристической функцией замкнутой системы. Распределение нулей целой функции $Q(s)$ ее и определяет устойчивость контура стабилизации. Целая функция $q(s)$ – характеристическая функция разомкнутой системы. $q_y(s)$ – знаменатель представления передаточной функции ЛА как упругого звена (2). Такое представление неоднозначно, т.к. зависит от того, какое из представлений для передаточных функций ЛА как упругого звена [4, 5] используется. Вместе с тем во всех случаях множество нулей функции $q_y(s)$ составляют чисто мнимые нули характеристической функции упругих колебаний [4, 5]. В силу представления (5) это же множество нулей имеет и характеристическая функция $q(s)$. Эта функция имеет также и нуль $s = 0$ как нуль функции $q_o(s)$ (в силу астатизма объекта управления). Будем считать, что других нулей на мнимой оси функция $q(s)$ не имеет. Таким образом, исходя из того, что функция $q(s)$ имеет бесконечное множество простых нулей $s = \pm j\omega_n, n = 0, 1, 2, \dots$ с рядом частот

$$\omega_0 = 0 < \omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_n < \omega_{n+1} < \dots,$$

определяемых соотношением

$$\omega_n = \mu_n^2 / (k\ell^2),$$

нулями

$$0 < \mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_n < \mu_{n+1} < \dots$$

функции $\varphi(z)$ с асимптотическими значениями

$$\mu_n = (2n + 1) \frac{\pi}{2}, \quad n \rightarrow \infty,$$

рассмотрим характеристическую функцию замкнутой системы (7). Будем предполагать для простоты, что функция (6) чисто мнимых нулей не имеет. Для оценки числа нулей функции (7) применим принцип аргумента. Для этого, фиксируя некоторое подмножество частот $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N, \omega_{N+1}$, введем замкнутый контур C_N (с отрицательным направлением обхода).

Контур состоит из двух частей – участка мнимой оси $\Gamma_N = (-j\Omega_N, +j\Omega_N)$ с обходами по полу-

окружностям радиуса ε точек $s_n = \pm j\omega_n, n = 0, 1, 2, \dots$, справа и полуокружности радиуса $R_N = \Omega_N$. Число Ω_N выберем равным значению $\Omega_N = \frac{\omega_N + \omega_{N+1}}{2}$. Ясно, что при $N \rightarrow \infty$ $R_N \rightarrow \infty$, т.к. $\omega_N \rightarrow \infty$.

Введем в рассмотрение функцию

$$f(s) = \frac{Q(s)}{q(s)} = 1 + W(s). \quad (8)$$

Согласно принципу аргумента будем иметь

$$\Delta_{C_N} \arg f(s) = -2\pi(k_N - r_N), \quad (9)$$

где k_N – число нулей, а r_N – число полюсов функции $f(s)$ в области, охваченной контуром C_N .

В силу определения этой функции k_N представляет собою число нулей в указанной области характеристической функции $Q(s)$ замкнутой системы, а r_N – разомкнутой.

Таким образом, чтобы воспользоваться соотношением (9) для определения числа k_N , следует указать способ вычисления левой части этого соотношения. Будем предполагать, что $W(s)$ является правильной мероморфной функцией и на последовательности указанных чисел $R_N \rightarrow \infty$ выполняется условие

$$M(R_N) \rightarrow 0, \quad M(R) = \max_{|s|=R} |W(s)|, \quad \text{Res} \geq 0. \quad (10)$$

При этом условии рассмотрим соотношение (9). Запишем его левую часть в виде

$$\Delta_{C_N} \arg f(s) = \Delta_{\Gamma_N} \arg f(s) + 2\delta(N), \quad (11)$$

где $2\delta(N) = \Delta_{C_{R_N}} \arg f(s)$.

В силу того, что

$$\lim_{N \rightarrow \infty} f(s) \Big|_{s \in C_{R_N}} = 1,$$

будем иметь

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \delta(N) = 0.$$

Поскольку передаточная функция $W(s)$ принимает вещественные значения на вещественной оси и по принципу симметрии $W(\bar{s}) = \overline{W(s)}$, будем иметь

$$\Delta_{\Gamma_N} \arg f(s) = 2\Delta_{\Gamma_N^+} \arg f(s), \quad (12)$$

где Γ_N^+ – положительная часть контура Γ_N ($\text{Im}s > 0, s \in \Gamma_N$). Будем представлять эту часть как сумму

$$\Gamma_N^+ = C_0 + \sum_{n=0}^{N-1} \Gamma_n^+ + L^N$$

переходящих друг в друга контуров с положительным направлением обхода. Здесь C_0 – четверть окружности бесконечно малого радиуса ε , Γ_n^+ – кон-

тур, состоящий из отрезка мнимой оси $s = j\omega$, $\omega_n < \omega < \omega_{n+1}$ переходящего в полуокружность бесконечно малого радиуса $\varepsilon s = \varepsilon e^{-j\vartheta}$, $-\pi/2 \leq \vartheta \leq \pi/2$, L^N – отрезок мнимой оси $s = j\omega$, $\omega_{N-1} < \omega \leq \Omega_N$. Поскольку приращение аргумента на ориентированном контуре является аддитивной функцией его частей, будем иметь

$$\Delta_{\Gamma_N^+} \arg f(s) = \Delta_{C_0} \arg f(s) + \sum_{n=0}^{N-1} \Delta_{\Gamma_n} \arg f(s) + \Delta_{L^N} \arg f(s), \quad (13)$$

где $f(s) = 1 + W(s)$.

Для вычисления приращений аргумента функции $f(s)$ будем рассматривать годограф $W(s)$, $s \in \Gamma_N^+$ по частям, соответствующим слагаемым равенства (13). В соответствии с этим введем рассмотрение ветви годографа

$$W^n = W(j\omega), \quad \omega_n < \omega < \omega_{n+1}, \quad (14)$$

где $n = 0, 1, \dots, N$.

Для ветви годографа (14) будем иметь

$$W^n = W_{ж}(j\omega) + W_y(j\omega)W_{oc}(j\omega), \quad (15)$$

$$\omega_n < \omega < \omega_{n+1}$$

где $W_{ж}(j\omega) = W_o(j\omega)W_{oc}(j\omega)$.

Частотная характеристика упругого звена в выражении (15) в соответствии с соотношением (2) определяется в виде [4, 5]:

$$W_y(j\omega) = V^\beta(\omega)C(j\omega) + V^\delta(\omega).$$

Ветвь годографа (15) имеет две асимптоты. Действительно

$$W(j\omega) = \frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2} [\gamma_n^\beta C(j\omega_n) + \gamma_n^\delta] W_{oc}(j\omega_n) + U_n(j\omega), \quad (16)$$

где $U_n(j\omega)$ не имеет согласно рассматриваемым представлениям полюса в точке ω_n . Значит при $\omega \rightarrow \omega_n$:

$$W(j\omega) \rightarrow \frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2} [\gamma_n^\beta C(j\omega_n) + \gamma_n^\delta] W_{oc}(j\omega_n),$$

а вектор

$$a_n = [\gamma_n^\beta C(j\omega_n) + \gamma_n^\delta] W_{oc}(j\omega_n) \quad (17)$$

является репером асимптоты. Вычислив его, мы можем нанести на плоскости годографа (W) соответствующую асимптоту – множество точек xa_n , $-\infty < x < +\infty$.

При построении годографа вектор a_n будем задавать в тригонометрической форме

$$a_n = |a_n| e^{j\psi_n}, \quad |\psi_n| \leq \pi.$$

Если $\omega \rightarrow \omega_n$, $\omega < \omega_n$, то поскольку $\omega_n^2 - \omega^2 > 0$, годограф неограниченно приближается

к положительному лучу асимптоты – множеству точек xa_n , $x > 0$. Если $\omega > \omega_n$ и ω увеличивается от значения ω_n , то годограф отходит от отрицательного луча асимптоты – множества точек xa_n , $x < 0$. Таким образом, всякая ветвь (15) имеет две асимптоты, определяемые реперами a_n , a_{n+1} . От отрицательного луча n -й асимптоты ветвь отходит к положительному лучу $n+1$ асимптоты.

Чтобы рассмотреть отображение полуокружностей обхода точек $s = j\omega_k$ контура Γ , обратимся к представлению, аналогичному соотношению (16),

$$W(s) = \frac{1}{s^2 - (j\omega_k)^2} [\gamma_1^\beta C(j\omega_k) + \gamma_1^\delta] W_{oc}(j\omega_k) + U_k(j\omega),$$

где $U_k(s)$ аналитическая в точке $s = j\omega_k$ функция.

Это представление следует из соотношений (3) и соотношений для передаточных функций. Полагая для точек полуокружности обхода в плоскости (s)

$$s = j\omega_k + \varepsilon e^{j\vartheta}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{2},$$

будем иметь при $\varepsilon \rightarrow 0$ для точек полуокружности обхода в плоскости (W)

$$W(s) \sim -\frac{1}{2} \varepsilon^{-1} j e^{-j\vartheta} \frac{1}{\omega_k} a_k, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{2}.$$

При $\vartheta = -\pi/2$ и $\vartheta = +\pi/2$ будем иметь соответственно для асимптотических значений ($\varepsilon \rightarrow 0$):

$$W(s) \sim \varepsilon^{-1} \omega_k^{-1} a_k \quad \text{и} \quad W(s) \sim -\varepsilon^{-1} \omega_k^{-1} a_k.$$

Таким образом, полуокружность обхода точки $s = j\omega_k$ по дуге бесконечно малого радиуса в плоскости (s) переходит в полуокружность бесконечно большого радиуса с отрицательным (по часовой стрелке) направлением обхода в плоскости (W), отходящую от положительного луча и заканчивающуюся на отрицательном луче k -й асимптоты.

Теперь можем определить приращение аргумента (13). С этой целью рассмотрим сначала значения

$$\theta_n = \Delta_{\Gamma_n} \arg f(s) = \Delta_{\Gamma_n} \arg(1 + W(s)), \quad (18)$$

$$n = 0, 1, \dots, n-1$$

слагаемых под знаком суммы в правой части равенства (13). В соответствии с определением контура Γ^n соответствующий ему годограф изображен на рис. 3. Легко видеть, что в зависимости от положения точки $(-1, j0)$ в позиции e' и e'' будем иметь соответственно

$$\theta_n = \psi_{n+1} - \psi_n + \pi, \quad \text{или} \quad \theta_n = \psi_{n+1} - \psi_n - \pi.$$

Индексом I_n ветви годографа (14) назовем сумму индексов ее переходов через прямую $\text{Res} = -1$.

Теперь для значения приращения аргумента годографа $1 + W(s)$ на контуре Γ^n будем иметь

$$\theta_n = \psi_{n+1} - \psi_n + \pi I_n - \pi, \quad n = 0, 1, \dots, N. \quad (19)$$

Значение θ_0 определяется начальной ветвью

$$W^0 = W(j\omega), \quad 0 < \omega < \omega_1. \quad (20)$$

Для объекта с астатизмом первого порядка

$$W_{ж}(s) = \frac{1}{s} \tilde{W}_{ж}(s), \quad (21)$$

и вместо соотношения (16) находим

$$W(j\omega) = \frac{1}{j\omega} \tilde{W}_{ж}(j\omega) + V_0(j\omega),$$

где $V_0(j\omega) = W_y(j\omega)W_{oc}(j\omega)$

не имеет полюса в точке $\omega_0 = 0$. Таким образом, для начальной ветви будем иметь асимптоту с репером

$$a_0 = -j \lim_{s \rightarrow 0} W_{ж}(s)$$

и значениями $\psi_0 = \pm\pi/2$ в зависимости от знака $\lim_{s \rightarrow 0} sW_{ж}(s)$.

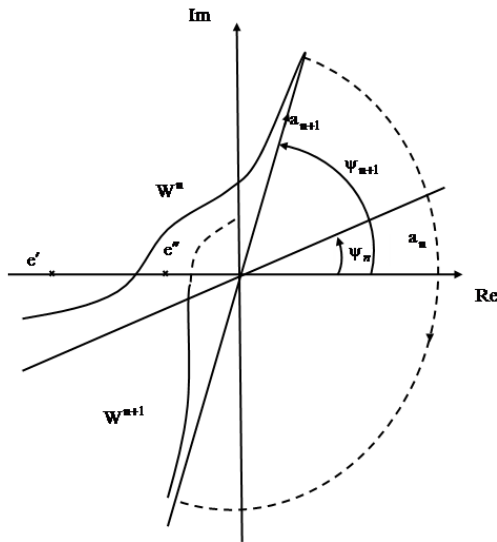


Рис. 3. Часть положительной ветви годографа

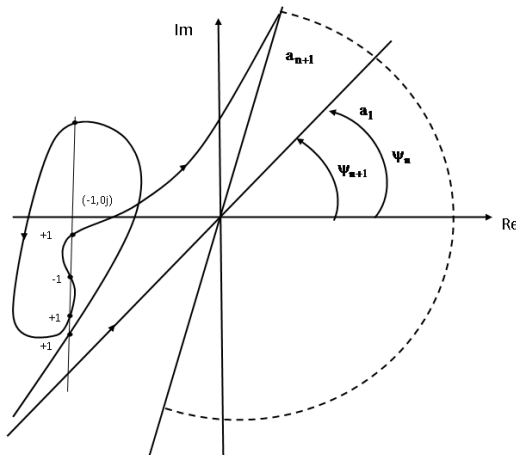


Рис. 4. Общий случай годографа

Для завершения определения вклада в приращение аргумента (13) начальной части годографа, заметим, что

$$\Delta_{C_0} \arg f(s) = -\pi/2 \quad (22)$$

для объекта с передаточной функцией (20).

Для определения последнего слагаемого в формуле (13), соответствующего частичной ветви годографа

$$W^N = W(j\omega), \quad \omega_N < \omega \leq \Omega_N = \frac{1}{2}(\omega_N + \omega_{N+1}),$$

которая отходит от N-й асимптоты и заканчивается в конечной точке плоскости $W(j\Omega_N)$, будем предполагать, что в силу условия (10) точка $W(j\Omega_N)$ сколь угодно близка к точке 0.

Дополняя это допущение об асимптотических свойствах частотных характеристик, примем, что при достаточно большом n ветви годографа $W(j\omega)$, $\omega_n < \omega < \omega_{n+1}$ простые. Другими словами, они проходят вблизи асимптот и имеют индекс $I_n = \pm 1$. В случае а) будем говорить о простой положительной и в случае б) о простой отрицательной ветвях.

Из него следует, что

$$\Delta_{I_N} \arg f(s) = \vartheta_N + \mu(N), \quad (23)$$

где $\vartheta_N = \pi - \psi_N$ и $\mu(N) \rightarrow 0$ при $N \rightarrow \infty$.

Объединяя равенства (13), (18), (19) находим

$$\Delta_{I_N} \arg f(s) = -\frac{\pi}{2} - \psi_0 + I_0\pi - (N-1) \sum_{n=1}^{N-1} I_n\pi + \mu(N)$$

а из соотношения (9), (11), (12) следует при достаточно большом N:

$$\begin{aligned} \pi k_N &= \pi\tau + \pi/2 + \psi_0 - I_0\pi + \\ &+ (N-1) \sum_{n=1}^{N-1} I_n\pi - [\mu(N) + \delta(N)], \end{aligned}$$

поскольку число полюсов разомкнутой системы в правой полуплоскости конечно и можно принять, что $r_N = r$, когда N - достаточно велико.

Из последнего равенства следует, что сумма $\mu(N) + \delta(N)$ кратна числу π , то при достаточно большом N она равна нулю. Таким образом, для числа полюсов замкнутой системы получаем следующую асимптотическую формулу при $N \rightarrow \infty$:

$$k_N = r + \frac{\pi/2 + \psi_0}{\pi} - I_0 + \left(N-1 - \sum_{n=1}^{N-1} I_n \right).$$

Рассмотрим число

$$\chi(N-1) = N-1 - \sum_{n=1}^{N-1} I_n.$$

Пусть $p \geq 1$ такое натуральное число, что при $n \geq p$ ветви годографа простые. Тогда

$$\chi(N-1) = N-1 - \sum_{n=1}^p I_n - \sum_{n=p+1}^{N-1} I_n = p - \sum_{n=1}^p I_n + 2v(p, N)$$

$$\text{или} \quad \chi(N-1) = \chi(p) + 2v(p, N)$$

где $v(p, N)$ - число всех простых отрицательных ветвей годографа W^n при $p < n < N$.

Это представление, таким образом, принимает вид

$$k_N = r + \frac{\frac{\pi}{2} + \psi_0}{\pi} - I_0 + \chi(p) + 2v(p, N), \quad (24)$$

где число $\chi(p) = p - \sum_{n=1}^p I_n$ от N не зависит.

3. Формулировка модифицированного критерия Найквиста

Выполненный анализ и полученное соотношение (22) позволяют сформулировать следующую теорему – аналог теоремы Найквиста для рассматриваемой системы с мероморфным звеном в контуре управления.

Теорема. Пусть передаточная функция (3) разомкнутой системы стабилизации – правильная мероморфная функция с асимптотическими свойствами (10) и простыми ветвями при достаточно большом n . Тогда:

1) при достаточно большом N число k_N правых полюсов передаточной функции $\Phi(s) = \frac{W(s)}{1+W(s)}$ замкнутой системы, охватываемых

полуокружностью радиуса $R_N = \frac{1}{2}(\omega_N + \omega_{N+1})$, определяется соотношением (24);

2) для того чтобы число правых полюсов $\Phi(s)$ было ограниченным, необходимо и достаточно, чтобы число отрицательных простых ветвей годографа $W(s)$ было конечным;

3) пусть при $n > p$ число отрицательных простых ветвей годографа конечно и равно $v(p)$. Тогда число правых полюсов замкнутой системы конечно и равно

$$k = r + \frac{\frac{\pi}{2} + \psi_0}{\pi} - I_0 + \chi(p) + 2v(p). \quad (25)$$

4) соотношение (25) при $k = 0$ вместе с неравенством

$$1 + W(j\omega) \neq 0, \quad \omega \geq 0$$

дает необходимое и достаточное условие устойчивости замкнутой системы.

Замечание. Если при $n \geq 1$ все ветви годографа простые, то равенство (24) принимает вид

$$k = r + \frac{\frac{\pi}{2} + \psi_0}{\pi} - I_0 + v,$$

где v – число всех простых отрицательных ветвей во множестве W^n , $n = 1, 2, \dots$

Заключение

Настоящая работа посвящена разработке метод анализа устойчивости системы с упругими динамическими звеньями. Он формулируется в виде соответствующим образом модифицированной теоремы Найквиста, наглядно показывающей влияние элементов разложения мероморфной передаточной функции в бесконечную сумму простых дробей соответствующим «тонам колебаний». Этот результат позволяет обоснованно упростить описание аэроупругих связей до элементарных консервативных звеньев или их совокупности на основании оценки влияния упрощений на запасы устойчивости контура стабилизации.

Список литературы

1. Мнев Е.Н. Гидроупругость оболочек / Е.Н. Мнев, А.К. Перцев. – Л.: Судостроение, 1970. – 306 с.
2. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1979. – С. 207-213.
3. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. Избранные работы / С.П. Тимошенко. – М.: Наука, 1971. – 808 с.
4. Крамарь В.А. Гарантоспособность аэрокосмических систем в условиях упругих колебаний / В.А. Крамарь // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – Х.: НАКУ «ХАИ». – 2012. – №6(58). – С. 78-83.
5. Крамарь В.А. Математические модели анализа многомерных многотактных непрерывно-дискретных систем автоматического управления / В.А. Крамарь. – Севастополь: СевНТУ, 2011. – 157 с.

Поступила в редколлегию 5.06.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.В. Скатков, Севастопольский национальный технический университет, Севастополь.

ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ І СТІЙКІСТЬ КОНТУРУ СТАБІЛІЗАЦІЇ ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ

В.О. Крамарь

В роботі розглядається задача застосування критерію типу критерію Найквіста до системи стабілізації літального апарату з урахуванням пружних коливань. В результаті побудови математичних моделей літального апарату з урахуванням пружних коливань отримуємо мероморфні передавальні функції, що обумовлює обґрунтування побудови годографа Найквіста та застосування критерію типу Найквіста до розглянутого типу систем.

Ключові слова: контур стабілізації, критерій Найквіста, мероморфна передавальна функція.

ELECTRONIC SUBOPTIMAL CONTROL SYSTEM FOR TRACKED MOBILE ROBOT

V.A. Kramar

In this paper we consider the use of the Nyquist-like criterion to the stabilization system of the aircraft with the elastic vibrations. As a result of the construction of mathematical models of the aircraft with the elastic vibrations the meromorphic transfer functions are obtained, resulting in justification of the construction and use of the hodograph Nyquist-like criterion to the considered type of systems.

Keywords: loop stabilization, Nyquist criterion, meromorphic transfer function.