УДК 519.217.4 + 519.633.2

К.А. Рыбаков

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва

РЕШЕНИЕ РОБАСТНОГО УРАВНЕНИЯ ДУНКАНА–МОРТЕНСЕНА–ЗАКАИ ДЛЯ СИСТЕМ ДИФФУЗИОННО-СКАЧКООБРАЗНОГО ТИПА НА ОСНОВЕ СПЕКТРАЛЬНОГО МЕТОДА

Рассматривается решение задачи оптимальной фильтрации сигналов в стохастических дифференциальных системах при наличии в уравнении модели объекта наблюдения пуассоновской составляющей. Для приближенного нахождения апостериорной плотности вероятности вектора состояния объекта наблюдения применяется спектральный метод, в основе метода лежит представление решения робастного уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи в виде ряда по функциям некоторой полной ортонормированной системы.

Ключевые слова: *апостериорная плотность вероятности, оптимальная фильтрация, стохастическая система, спектральный метод, уравнение Дункана–Мортенсена–Закаи.*

Введение

В этой статье развиваются идеи применения спектрального метода к решению задачи оптимальной фильтрации в стохастических дифференциальных системах. В работах [1, 2] были рассмотрены стохастические системы диффузионного типа и предложен приближенный метод получения оценки вектора состояния объекта наблюдения по результатам работы измерительной системы на основе решения робастного уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи с применением спектральной формы математического описания. Другие варианты спектрального метода, применяемые к подобным задачам, описаны в [3, 4].

Цель настоящей работы состоит в разработке приближенного метода получения оценки вектора состояния объекта наблюдения для стохастических систем диффузионно-скачкообразного типа, т.е. моделей стохастических систем, позволяющих учитывать случайные внешние воздействия и помехи различного типа: как непрерывные, так и импульсные. Математический аппарат для решения этой задачи – спектральная форма математического описания.

В работе показано, как получить робастное уравнение Дункана–Мортенсена–Закаи для систем диффузионно-скачкообразного типа (для случая, когда модель объекта наблюдения описывается стохастическим дифференциальным уравнением Ито с пуассоновской составляющей), спектральный аналог этого робастного уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи и его решение.

С краткой характеристикой спектральной формы математического описания можно ознакомиться в статье [2]. Более полно и развернуто, включая базовые понятия, определения, утверждения и методики ее применения для решения различных классов задач теории управления, этот математический аппарат описан в [5 – 7].

Постановка задачи оптимальной фильтрации

Предположим, что модель объекта наблюдения задается стохастическим дифференциальным уравнением Ито с пуассоновской составляющей [8]:

$$\begin{gathered} dX(t) = f(X(t))dt + \sigma(X(t))dW(t) + dQ(t), \\ X(t_0) = X_0, \end{gathered} \tag{1}$$

а модель измерительной системы – стохастическим дифференциальным уравнением без пуассоновской составляющей:

$$dY(t) = c(X(t))dt + dV(t), \;\; Y(t_0) = Y_0 = 0. \tag{2}$$

В формулах (1) и (2) $X \in R^n$ – вектор состояния, $Y \in R^m$ – вектор измерений; $t \in T = [t_0, t_1]$ – отрезок времени функционирования; $f(x)$ – вектор-функция $n \times 1$, $\sigma(x)$ – матричная функция $n \times s$, $c(x)$ – вектор-функция $m \times 1$; $W(t)$ и $V(t)$ – s-мерный и m-мерный стандартные винеровские процессы. Далее, $Q(t)$ – общий пуассоновский процесс, заданный следующим образом:

$$Q(t) = \sum_{k=1}^{P(t)} \Delta_k,$$

где $P(t)$ – пуассоновский процесс, считающий число разрывов для случайного процесса $X(t)$ к моменту времени t, Δ_k – независимые случайные величины из R^n, распределение которых задано плотностью вероятности $\eta(\Delta)$. Следовательно, $Q(t)$ – случайный процесс с кусочно-постоянными траекториями, траектории случайного процесса $X(t)$ имеют разрывы в те же моменты времени, что и соответствующие траектории $Q(t)$. Время между двумя последовательными разрывами траекторий $X(t)$ и $Q(t)$ является случайной величиной, имеющей показательное распределение с параметром λ – интенсивностью появления разрывов траекторий:

$$X(\tau_k) = X(\tau_k - 0) + \Delta_k, \quad \Delta_k \sim \eta(\Delta);$$

$$\tau_k - \tau_{k-1} \sim E(\lambda), \quad \tau_0 = t_0, \quad k = 1, 2, \ldots$$

Возможен вариант, когда интенсивность появления разрывов траекторий зависит от времени: $\lambda = \lambda(t)$.

Если величина приращения зависит от вектора состояния, то используется условная плотность вероятности $\eta(x \mid \xi)$, характеризующая распределение $X(\tau_k)$ при условии $X(\tau_k - 0) = \xi$. В частном случае $\eta(x \mid \xi) = \eta(x - \xi) = \eta(\Delta)$, $\Delta = x - \xi$.

Пуассоновская составляющая $dQ(t)$ может быть формально записана в виде

$$dQ(t) = \sum_k \Delta_k \delta(t - \tau_k) dt,$$

где $\delta(t)$ – асимметричная дельта-функция [9].

Процессы $W(t)$, $V(t)$ и начальное состояние X_0, заданное плотностью вероятности $\varphi_0(x)$, независимы.

Далее будем рассматривать нахождение апостериорной плотности вероятности $p(t, x \mid Y_0^t)$ вектора состояния X, где $Y_0^t = \{Y(\tau), \tau \in [t_0, t)\}$ – результаты измерений.

По известной апостериорной плотности вероятности $p(t, x \mid Y_0^t)$ и результатам измерений может быть найдена оценка вектора состояния объекта наблюдения на всем отрезке времени функционирования системы, а именно $\hat{X}(t) = \psi(t, Y_0^t)$, где $\psi(t, Y_0^t)$ – функция, обеспечивающая в каждый момент времени t выполнение некоторого заданного критерия качества оценки, и функционал относительно $p(t, x \mid Y_0^t)$. Например [10],

$$\psi(t, Y_0^t) = M[X(t) \mid Y_0^t] = \int_{R^n} x p(t, x \mid Y_0^t) dx$$

(M – знак математического ожидания)

или

$$\psi(t, Y_0^t) = \arg\max_{x \in R^n} p(t, x \mid Y_0^t).$$

Уравнение Дункана–Мортенсена–Закаи

Рассмотрим уравнение Дункана–Мортенсена–Закаи [11, 12] для ненормированной апостериорной плотности вероятности $\varphi(t, x \mid Y_0^t)$, которая связана с функцией $p(t, x \mid Y_0^t)$ соотношением

$$p(t, x \mid Y_0^t) = \frac{\varphi(t, x \mid Y_0^t)}{\int_{R^n} \varphi(t, x \mid Y_0^t) dx}. \qquad (3)$$

Это уравнение относится к классу стохастических дифференциальных уравнений в частных производных. В форме Стратоновича оно имеет вид

$$\frac{\partial \varphi(t, x \mid Y_0^t)}{\partial t} = \mathcal{L}\varphi(t, x \mid Y_0^t) - \lambda(t)\varphi(t, x \mid Y_0^t) + $$
$$+ \lambda(t)\int_{R^n} \eta(x \mid \xi)\varphi(t, \xi \mid Y_0^t) d\xi + \qquad (4)$$
$$+ \sum_{\alpha=1}^{m} c_\alpha(x) \frac{dY_\alpha(t)}{dt} \varphi(t, x \mid Y_0^t), \quad \varphi(t_0, x) = \varphi_0(x),$$

где

$$\mathcal{L}\varphi(t, x \mid Y_0^t) = \mathcal{A}\varphi(t, x \mid Y_0^t) - \tfrac{1}{2}\sum_{\alpha=1}^{m} c_\alpha^2(x)\varphi(t, x \mid Y_0^t),$$

$$\mathcal{A}\varphi(t, x \mid Y_0^t) = -\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}[f_i(x)\varphi(t, x \mid Y_0^t)] + $$
$$+ \tfrac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}[g_{ij}(x)\varphi(t, x \mid Y_0^t)],$$

$$g_{ij}(x) = \sum_{k=1}^{s} \sigma_{ik}(x)\sigma_{jk}(x), \quad i, j = 1, 2, \ldots, n.$$

Воспользуемся заменой ненормированной апостериорной плотности вероятности [13]:

$$\varphi(t, x \mid Y_0^t) = \exp\left\{\sum_{\alpha=1}^{m} c_\alpha(x) Y_\alpha(t)\right\} \rho(t, x \mid Y_0^t). \qquad (5)$$

Тогда

$$\underline{\sum_{\alpha=1}^{m} c_\alpha(x) \frac{dY_\alpha(t)}{dt} e^{\Sigma_x} \rho(t, x \mid Y_0^t) +}$$
$$+ e^{\Sigma_x} \frac{\partial \rho(t, x \mid Y_0^t)}{\partial t} = \mathcal{L} e^{\Sigma_x} \rho(t, x \mid Y_0^t) - $$
$$- \lambda(t) e^{\Sigma_x} \rho(t, x \mid Y_0^t) + \qquad (6)$$
$$+ \lambda(t)\int_{R^n} \eta(x \mid \xi) e^{\Sigma_\xi} \rho(t, \xi \mid Y_0^t) d\xi + $$
$$\underline{+ \sum_{\alpha=1}^{m} c_\alpha(x) \frac{dY_\alpha(t)}{dt} e^{\Sigma_x} \rho(t, x \mid Y_0^t),}$$

где через e^{Σ_x} для краткости обозначена функция

$$\exp\left\{\sum_{\alpha=1}^{m} c_\alpha(x) Y_\alpha(t)\right\}.$$

Подчеркнутые слагаемые уничтожаются, что и являлось целью замены (5). Таким образом, умножая левую и правую части уравнения (6) на $e^{-\Sigma_x}$, имеем

$$\frac{\partial \rho(t, x \mid Y_0^t)}{\partial t} = e^{-\Sigma_x} \mathcal{L} e^{\Sigma_x} \rho(t, x \mid Y_0^t) - $$
$$- \lambda(t)\rho(t, x \mid Y_0^t) + $$
$$+ \lambda(t)\int_{R^n} \eta(x \mid \xi) e^{\Sigma_\xi} e^{-\Sigma_x} \rho(t, \xi \mid Y_0^t) d\xi.$$

Выражение для $e^{-\Sigma_x}\mathcal{L}e^{\Sigma_x}\rho(t,x\,|\,Y_0^t)$ можно либо получить непосредственными преобразованиями, либо воспользоваться известным результатом [13].

Следовательно,

$$\begin{aligned}\frac{\partial\rho(t,x\,|\,Y_0^t)}{\partial t} &= \mathcal{L}\rho(t,x\,|\,Y_0^t)-\lambda(t)\rho(t,x\,|\,Y_0^t)+\\ &+\lambda(t)\int_{R^n}\eta(x\,|\,\xi)e^{\Sigma_\xi-\Sigma_x}\rho(t,\xi\,|\,Y_0^t)d\xi-\\ &-\sum_{\alpha=1}^{m}Y_\alpha(t)\mathcal{L}_\alpha\rho(t,x\,|\,Y_0^t)+\\ &+\sum_{\alpha=1}^{m}\sum_{\beta=1}^{m}Y_\alpha(t)Y_\beta(t)\mathcal{L}_{\alpha\beta}\rho(t,x\,|\,Y_0^t),\end{aligned}\qquad(7)$$

где $\mathcal{L}_\alpha=[\mathcal{C}_\alpha,\mathcal{L}]$, $\mathcal{L}_{\alpha\beta}=\frac{1}{2}[\mathcal{C}_\alpha,[\mathcal{C}_\beta,\mathcal{L}]]$; $[\mathcal{C}_\alpha,\mathcal{L}]$ и $[\mathcal{C}_\alpha,\mathcal{L}_\beta]$ – коммутаторы операторов, $\mathcal{C}_\alpha$ – операторы умножения на функции $c_\alpha(x)$, $\alpha,\beta=1,2,\ldots,m$; а $e^{\Sigma_\xi-\Sigma_x}$ – это функция вида

$$\exp\left\{\sum_{\alpha=1}^{m}\left(c_\alpha(\xi)-c_\alpha(x)\right)Y_\alpha(t)\right\}.$$

Начальное условие для уравнения (7) совпадает с начальным условием для уравнения (4), поскольку $e^{\Sigma_x}=1$ при $t=t_0$, т.е. $\rho(t_0,x)=\varphi_0(x)$.

Как и в [2], целесообразно учесть, что операторы умножения коммутируют, поэтому $\mathcal{L}_\alpha=[\mathcal{C}_\alpha,\mathcal{A}]$ и $\mathcal{L}_{\alpha\beta}=\frac{1}{2}[\mathcal{C}_\alpha,[\mathcal{C}_\beta,\mathcal{A}]]$. Уравнение (7) будем называть робастным уравнением Дункана–Мортенсена–Закаи, оно не относится к классу стохастических дифференциальных уравнений и в этом заключается его преимущество при применении спектральной формы математического описания.

Спектральный метод решения робастного уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи

Воспользуемся математическим аппаратом спектрального метода – спектральной формой математического описания – для решения робастного уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи.

Напомним [2], что спектральной характеристикой некоторой квадратично интегрируемой функции называется упорядоченная совокупность коэффициентов разложения этой функции относительно полной ортонормированной системы (базисной системы). Спектральная характеристика функции обычно представляется бесконечной матрицей-столбцом. Коэффициенты разложения (элементы матрицы-столбца) упорядочены в соответствии с порядком следования базисных функций. Спектральная характеристика линейного оператора, заданного на пространстве квадратично интегрируемых функций, – это совокупность спектральных характеристик образов базисных функций при применении этого оператора. Она представляется бесконечной матрицей (спектральные характеристики образов базисных функций – столбцы этой матрицы). Размерность матриц-столбцов (спектральных характеристик функций) и матриц (спектральных характеристик линейных операторов) определяется количеством индексов, с помощью которых нумеруются базисные функции. Например, если число индексов n, а такие базисные функции используются для представления функций вектора состояния $X\in R^n$, то эти размерности соответственно равны n и $2n$. Для представления функций времени и вектора состояния базисные функции, как правило, задают $n+1$ индексом, тогда размерности спектральных характеристик функций и спектральных характеристик линейных операторов будут равны $n+1$ и $2(n+1)$ соответственно. Более подробно о представлении спектральных характеристик многомерными матрицами и их свойствах можно ознакомиться в [6].

Введем обозначения используемых базисных систем: $\mathbb{E}=\{e(i_0,i_1,\ldots,i_n,t,x)\}_{i_0,i_1,\ldots,i_n=0}^{\infty}$ – ортонормированный базис пространства $L_2(T\times R^n)$, причем функции $e(i_0,i_1,\ldots,i_n,t,x)$ порождаются всевозможными произведениями функций, образующих ортонормированные базисы $\mathbb{Q}=\{q(i_0,t)\}_{i_0=0}^{\infty}$ и $\mathbb{P}=\{p(i_1,\ldots,i_n,x)\}_{i_1,\ldots,i_n=0}^{\infty}$ пространств $L_2(T)$ и $L_2(R^n)$ соответственно.

В качестве перечисленных базисных систем можно использовать полиномиальные, тригонометрические, кусочно-постоянные, а также другие функции, для которых сформированы таблицы спектральных преобразований [5 – 7, 14], и их произведения.

Воспользуемся обычными обозначениями при применении спектрального метода (они использовались и в [2]): $P(1,1)$ – спектральная характеристика оператора дифференцирования с учетом значения функции в начальный момент времени, определенная относительно базиса $\mathbb{Q}$; $q(1,0;t_0)$ – матрица-столбец значений функций системы $\mathbb{Q}$ при $t=t_0$:

$$q(1,0;t_0)=\left[q(0,t_0)\ \ q(1,t_0)\ \ q(2,t_0)\ \ \ldots\right]^T;$$

$A(n,n)$ и $C_\alpha(n,n)$ – спектральные характеристики операторов $\mathcal{A}$ и $\mathcal{C}_\alpha$, $\alpha=1,2,\ldots,m$, определенные относительно базиса $\mathbb{P}$; $H(n,n)$ – спектральная характеристика интегрального оператора $\mathcal{H}$:

$$\mathcal{H}\rho(x)=\int_{R^n}\eta(x\,|\,\xi)e^{\Sigma_\xi-\Sigma_x}\rho(\xi)d\xi,$$

определенная относительно базиса $\mathbb{P}$; $\Phi_0(n,0)$ –

спектральная характеристика плотности вероятности $\varphi_0(x)$ начального состояния X_0, также определенная относительно базиса $\mathbb{P}$; $\Lambda(1,1)$ и $Y_\alpha(1,1)$ – спектральные характеристики операторов умножения на функции $\lambda(t)$ и $Y_\alpha(t)$ соответственно (отрезок времени T и измерения Y_0^t, $t = t_1$, предполагаются фиксированными), определенные относительно базиса $\mathbb{Q}$, $\alpha = 1, 2, \ldots, m$; $R(n+1,0)$ – спектральная характеристика функции $\rho(t, x \mid Y_0^t)$, определенная относительно базиса $\mathbb{E}$.

Для того чтобы выписать спектральный аналог робастного уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи, воспользуемся результатами статей [2, 15], а также напомним [2], что если $A(n,n)$ – спектральная характеристика, определенная относительно базиса $\mathbb{P}$, для некоторого линейного оператора $\mathcal{A}$, который задан на пространстве функций вектора состояния, то спектральная характеристика $E(1,1) \otimes A(n,n)$, определенная относительно базиса $\mathbb{E}$, соответствует этому же оператору, применяемому к функциям времени и вектора состояния (время – параметр). Если же $Y(1,1)$ – спектральная характеристика, определенная относительно базиса $\mathbb{Q}$, для некоторого линейного оператора $\mathcal{Y}$, заданного на пространстве функций времени, то спектральная характеристика $Y(1,1) \otimes E(n,n)$ соответствует этому же оператору, но применяемому к функциям времени и вектора состояния (вектор состояния – параметр). Здесь $E(1,1)$ и $E(n,n)$ – единичные матрицы размерности 2 и $2n$, соответствующие тождественным операторам на пространствах функций времени и функций вектора состояния. Если на пространстве функций времени и вектора состояния задан оператор, который представляется в виде композиции $\mathcal{Y} \circ \mathcal{A}$, то его спектральная характеристика выражается формулой $Y(1,1) \otimes A(n,n)$.

С учетом введенных обозначений запишем спектральный аналог робастного уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи (уравнение относительно неизвестной спектральной характеристики $R(n+1,0)$):

$$\begin{gathered}\big(P(1,1) \otimes E(n,n)\big) \cdot R(n+1,0) - q(1,0;t_0) \otimes \Phi_0(n,0) = \\ = \big(E(1,1) \otimes L(n,n)\big) \cdot R(n+1,0) - \big(\Lambda(1,1) \otimes E(n,n)\big) \cdot \\ \cdot R(n+1,0) + \big(\Lambda(1,1) \otimes H(n,n)\big) \cdot R(n+1,0) - \\ -\sum_{\alpha=1}^{m} \big(Y_\alpha(1,1) \otimes L_\alpha(n,n)\big) \cdot R(n+1,0) + \\ +\sum_{\alpha=1}^{m} \sum_{\beta=1}^{m} \big((Y_\alpha(1,1) \cdot Y_\beta(1,1)) \otimes L_{\alpha\beta}(n,n)\big) \cdot R(n+1,0),\end{gathered}$$

в котором, согласно [2], спектральные характеристики $L(n,n)$, $L_\alpha(n,n)$ и $L_{\alpha\beta}(n,n)$ выражаются следующим образом:

$$\begin{gathered}L(n,n) = A(n,n) - \tfrac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^{m} C_\alpha^2(n,n), \\ L_\alpha(n,n) = [C_\alpha(n,n), A(n,n)], \\ L_{\alpha\beta}(n,n) = \tfrac{1}{2}[C_\alpha(n,n), [C_\beta(n,n), A(n,n)]].\end{gathered}$$

Сгруппируем все слагаемые с множителем $R(n+1,0)$ в левой части равенства, а тензорное произведение $q(1,0;t_0) \otimes \Phi_0(n,0)$ перенесем в правую часть:

$$\begin{gathered}\big(P(1,1) \otimes E(n,n) - E(1,1) \otimes L(n,n) + \Lambda(1,1) \otimes E(n,n) - \\ - \Lambda(1,1) \otimes H(n,n) + \sum_{\alpha=1}^{m} Y_\alpha(1,1) \otimes L_\alpha(n,n) - \\ -\sum_{\alpha=1}^{m} \sum_{\beta=1}^{m} (Y_\alpha(1,1) \cdot Y_\beta(1,1)) \otimes L_{\alpha\beta}(n,n)\big) \cdot R(n+1,0) = \\ = q(1,0;t_0) \otimes \Phi_0(n,0),\end{gathered}$$

тогда

$$\begin{gathered}R(n+1,0) = \big(P(1,1) \otimes E(n,n) - E(1,1) \otimes L(n,n) + \\ +\Lambda(1,1) \otimes \big(E(n,n) - H(n,n)\big) + \sum_{\alpha=1}^{m} Y_\alpha(1,1) \otimes L_\alpha(n,n) - \\ -\sum_{\alpha=1}^{m} \sum_{\beta=1}^{m} (Y_\alpha(1,1) \cdot Y_\beta(1,1)) \otimes L_{\alpha\beta}(n,n)\big)^{-1} \cdot \\ \cdot \big(q(1,0;t_0) \otimes \Phi_0(n,0)\big).\end{gathered}$$

Далее,

$$\begin{gathered}\rho(t, x \mid Y_0^t) = \\ = \sum_{i_0, i_1, \ldots, i_n = 0}^{\infty} r_{i_0 i_1 \ldots i_n} \cdot e(i_0, i_1, \ldots, i_n, t, x), \qquad (8) \\ (t, x) \in T \times R^n,\end{gathered}$$

где $r_{i_0 i_1 \ldots i_n}$ – элементы спектральной характеристики $R(n+1,0)$, т.е. коэффициенты разложения функции $\rho(t, x \mid Y_0^t)$ в ряд по функциям базиса $\mathbb{E}$.

После определения функции $\rho(t, x \mid Y_0^t)$ с помощью замены (5) можно перейти к ненормированной апостериорной плотности вероятности $\varphi(t, x \mid Y_0^t)$, а затем, пронормировав ее, используя (3), – к искомой апостериорной плотности вероятности $p(t, x \mid Y_0^t)$ и, следовательно, к нахождению оптимальной оценки $\widehat{X}(t)$.

При приближенном решении задачи нахождения функции $\rho(t, x \mid Y_0^t)$ достаточно ограничиться частичной суммой ряда (8). Тогда все введенные ранее спектральные характеристики функций и линейных операторов будут конечными матрицами.

Заключение

Для сокращения объема статьи рассматривались только стационарные модели объекта наблюдения и измерительной системы, однако предлагаемая методика решения задачи оптимальной фильтрации может применяться и для нестационарных моделей. Так, в случае зависимости функций $f(\cdot)$, $\sigma(\cdot)$ и $\eta(\cdot)$ от времени эта зависимость должна учитываться и в уравнениях Дункана–Мортенсена–Закаи: классическом и робастном. При зависимости функции $c(\cdot)$ от времени в робастном уравнении Дункана–Мортенсена–Закаи появится дополнительное слагаемое. Кроме того, можно рассматривать вариант задачи оптимальной фильтрации, когда размерности вектора измерений и вектора шума в уравнении измерительной системы не совпадают, а в случае совпадения коэффициент при шуме необязательно представляет собой единичную матрицу и может быть матричной функцией времени (но не функцией вектора состояния [10 – 12]). Не исключается и зависимость интенсивности $\lambda(\cdot)$ появления разрывов траекторий от вектора состояния. Все эти изменения можно учесть при применении спектрального метода.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-08-00323-а).

Список литературы

1. Рыбаков К.А. Применение спектрального метода к решению робастного уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи / К.А. Рыбаков // Информационные проблемы теории акустических, радиоэлектронных и телекоммуникационных систем (IPST-2013). II Международная научно-техническая конференция, Алушта, 28 сентября – 2 октября 2013 г.: Тез. докл. – Х.: НТУ «ХПИ», 2013. – С. 39-40.

2. Рыбаков К.А. Решение робастного уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи спектральным методом / К.А. Рыбаков // Системи обробки інформації. – 2013. – Вип. 7 (114). – С. 139–143.

3. Lototsky S. Nonlinear filtering revisited: a spectral approach / S. Lototsky, R. Mikulevicius, B.L. Rozovskii // SIAM Journal on Control and Optimization. – 1997. – V. 35. No. 2. – P. 435-461.

4. Luo X., Yau S.S.-T. Hermite spectral method to 1-D forward Kolmogorov equation and its application to nonlinear filtering problems / X. Luo, S.S.-T. Yau // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2013. – V. 58. No. 10. – P. 2495-2507.

5. Солодовников В.В. Спектральная теория нестационарных систем управления / В.В. Солодовников, В.В. Семенов. – М.: Наука, 1974.

6. Пантелеев А.В. Спектральный метод анализа нелинейных стохастических систем управления / А.В. Пантелеев, К.А. Рыбаков, И.Л. Сотскова. – М., 2006.

7. Рыбин В.В. Моделирование нестационарных непрерывно-дискретных систем управления спектральным методом в системах компьютерной математики / В.В. Рыбин. – М.: Изд-во МАИ, 2011.

8. Пугачев В.С. Стохастические дифференциальные системы. Анализ и фильтрация / В.С. Пугачев, И.Н. Синицын. – М.: Наука, 1990.

9. Артемьев В.М. Дискретные системы управления со случайным периодом квантования / В.М. Артемьев, А.В. Ивановский. – М.: Энергоатомиздат, 1986.

10. Пантелеев А.В. Нелинейные системы управления: описание, анализ и синтез / А.В. Пантелеев, Е.А. Руденко, А.С. Бортаковский. – М.: Вузовская книга, 2008.

11. Параев Ю.И. Введение в статистическую динамику процессов управления и фильтрации / Ю.И. Параев. – М.: Сов. радио, 1976.

12. Синицын И.Н. Фильтры Калмана и Пугачева / И.Н. Синицын. – М.: Логос, 2007.

13. Hazewinkel M. Lectures on linear and nonlinear filtering / M. Hazewinkel // Analysis and Estimation of Stochastic Mechanical Systems (ed. by W.O. Schiehlen, W. Wedig). – Springer-Verlag, 1988. – P. 103-136.

14. Рыбаков К.А. Многопараметрические базисные системы для представления функций в неограниченных областях / К.А. Рыбаков // Научный вестник МГТУ ГА. – 2013. – № 195 (9). – С. 45-50.

15. Рыбаков К.А. Вероятностный анализ стохастических систем с пуассоновской составляющей / К.А. Рыбаков // Научный вестник МГТУ ГА. – 2013. – № 194. – С. 55-62.

Поступила в редколлегию 9.06.2014

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. А.В. Пантелеев, Московский авиационный институт, Москва.

РІШЕННЯ РОБАСТНОГО РІВНЯННЯ ДУНКАНА-МОРТЕНСЕНА-ЗАКАЇ ДЛЯ СИСТЕМ ДИФУЗІЙНО-СТРИБКОПОДІБНОГО ТИПУ НА ОСНОВІ СПЕКТРАЛЬНОГО МЕТОДУ

К.О. Рибаков

У статті розглядається рішення задачі оптимальної фільтрації сигналів в стохастичних диференціальних системах при наявності в рівнянні моделі об'єкта спостереження пуассонівської складової. Для наближеного знаходження апостеріорної щільності ймовірності вектора стану об'єкта спостереження застосовується спектральний метод, в основі методу лежить уявлення рішення робастного рівняння Дункана-Мортенсена-Закаї у вигляді ряду за функціями деякої повної ортонормованої системи.

Ключові слова: *апостеріорна щільність ймовірності, оптимальна фільтрація, стохастична система, рівняння Дункана-Мортенсена-Закаї, спектральний метод.*

SOLVING ROBUST DUNCAN–MORTENSEN–ZAKAI EQUATION FOR JUMP-DIFFUSION MODELS BY SPECTRAL METHOD

K.A. Rybakov

In this paper, it is considered the solution of optimal filtering problem for stochastic differential systems with Poisson component. The spectral method is used for the approximate finding of conditional probability density for the system state. This method is based on representation of the solution for robust Duncan–Mortensen–Zakai equation as an expansion over some complete orthonormal system.

Keywords: *conditional density, Duncan–Mortensen–Zakai equation, optimal filtering problem, spectral method, stochastic system.*