

УДК 615.47

Е.С. Дрозденко, А.И. Дрозденко

Национальный технический университет Украины  
"Киевский политехнический институт", Киев

## ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВНУТРЕННЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ БИОЛОГИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ АКУСТОТЕРМОМЕТРИИ

Предложен подход к аналитическому расчету температурного поля внутри биологического объекта, позволяющий на основании решения уравнения теплопроводности по измеренной температуре внутри и на поверхности восстановить распределение температуры по глубине. С помощью прикладного пакета Mathcad смоделированы ситуации для граничных значений коэффициентов теплопроводности двухслойной модели биологического объекта, которые также отличались отношением коэффициентов теплопередачи и объемной мощности источников тепловыделения.

**Ключевые слова:** акустотермометр, акустотермометрия, биологический объект, внутренняя температура, многослойная модель, температурное поле, уравнение теплопроводности.

### Введение

Многие задачи медицинской диагностики и терапии в современном мире требуют знания распределения внутренней температуры биологического объекта [1 – 3]. В частности, очень важным является контроль температуры в зоне воздействия при нагреве – гипертермии, термотерапии, термоабляции (термодеструкции), а также при охлаждении – гипотермической перфузии или глубокой гипотермии. Акустотермометрия является, несомненно, достаточно перспективным методом при сопровождении такого рода процедур, поскольку позволяет получить информацию о температуре тканей неинвазивно, путем регистрации теплового акустического излучения на поверхности биологического объекта. Также следует отметить значимость акустотермометрии как самостоятельного метода ранней диагностики, поскольку изменения температуры внутренних органов предшествуют изменениям на структурном уровне, которые могут быть выявлены с помощью общепринятых методов исследования – УЗИ, рентгена, пальпации.

Вопросам решения обратной задачи акустотермометрии, когда на основе применения тех или иных методов пространственного сканирования и способов обработки измеренного сигнала восстанавливается пространственно-временное распределение температуры, посвящены работы [4 – 11]. В них рассматривались одномерные [4], двумерные [5, 6], трехмерные [7] случаи, исследовались алгоритмы восстановления температуры и оценивалась точность решения обратных задач при их применении [8, 9], описывались экспериментальные результаты [10, 11]. Однако идеи, предложенные в данных работах, требуют длительного накопления акустического сигнала, что является основным сдерживаю-

щим фактором на пути их применения в медицинской практике.

На кафедре акустики и акустоэлектроники НТУУ "КПИ" был теоретически обоснован и разработан на структурном уровне фокусируемый акустотермометр (рис. 1), реализующий усовершенствованный нулевой модуляционный метод [12, 13].

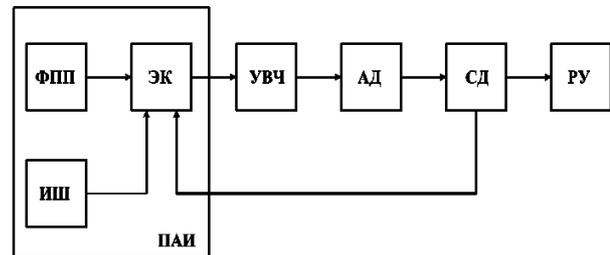


Рис. 1. Структурная схема фокусируемого акустотермометра:

- ФПП - фокусируемый пьезопреобразователь;
- ИШ - имитатор шума;
- ЭК - электронный коммутатор;
- ПАИ - приемник акустического излучения;
- УВЧ - усилитель верхних частот;
- АД - амплитудный детектор;
- СД - синхронный детектор;
- РУ - регистрирующее устройство

Он позволяет измерять температуру на глубине до 5 см (что является достаточным для ветеринарии и педиатрии) с точностью 0,5 °С, пространственной разрешающей способностью 1 мм в реальном масштабе времени. Измерения в данном случае проводятся одночастотным одноканальным методом без априорного знания частотно зависимых коэффициентов поглощения. Недостатком данного акустотермометра является то, что он позволяет измерять температуру только в фиксированной области – фокусе акустической линзы, и для получения пространственного распределения температуры по глу-

бине исследуемого объекта, требует применения реконструкционных методов.

Целью данной работы является получение такого распределения на основании решения уравнения теплопроводности.

### Решение уравнения теплопроводности

Ключевым механизмом переноса тепла в биотканях является теплопроводность. Обозначим пространственно-временное изменение температуры  $T = f(x, y, z, t)$ , где  $x, y, z$  – пространственные прямоугольные координаты,  $t$  – время.

Совокупность значений температур для всех точек пространства в данный момент времени  $t$  – температурное поле, представляет собой скалярную величину. Если температура является функцией только от координат, то поле является стационарным. Если же температура также зависит от времени, поле будет нестационарным.

Дифференциальное уравнение теплопроводности, связывающее пространственное распределение температуры с изменением ее во времени [14]:

$$\lambda_T \nabla^2 T + q_V = c_T \rho \frac{\partial T}{\partial t},$$

где  $\nabla^2$  – оператор Лапласа;  $T$  – температура;  $q_V$  – объемная мощность источников тепловыделения или мощность, выделяемая единицей объема;  $c_T$  – удельная теплоемкость;  $\rho$  – плотность;  $t$  – время;  $\lambda_T$  – коэффициент теплопроводности.

Данное уравнение показывает изменение энергии вещества в элементарном объеме. Это изменение определяется количеством теплоты, накопленной за счет теплопроводности, и количеством теплоты, выделившейся в элементарном объеме за счет внутренних источников тепла.

Для стационарного температурного поля:

$$\lambda_T \nabla^2 T + q_V = 0. \quad (1)$$

Если рассматривается одномерная задача, уравнение (1) запишется в виде:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{q_V}{\lambda_T} = 0. \quad (2)$$

В случае, когда модель среды включает в себя несколько слоев с различными теплофизическими характеристиками, уравнение (2) должно решаться для каждого из них в отдельности:

$$\frac{d^2 T_i}{dx^2} + \frac{q_{V_i}(x)}{\lambda_{T_i}} = 0. \quad (3)$$

Найдем решение уравнения теплопроводности (3) для каждого слоя упрощенной модели биологического объекта (рис. 2), у которого первый слой содержит равномерно распределенные источники

тепла (например, опухоль внутри тела) и через второй слой контактирует с окружающей средой. Температуру на внутренней поверхности нагретого слоя обозначим  $T_{S1}$ , на внешней поверхности биологического объекта, контактирующей с окружающей средой, –  $T_{S2}$ , а температуру самой среды –  $T_{cp}$ .  $\lambda_{T1}$ ,  $\lambda_{T2}$  – коэффициенты теплопроводности соответственно первого и второго слоев. Коэффициенты теплопередачи поверхностей первого и второго слоев, характеризующие интенсивность теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой –  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ .

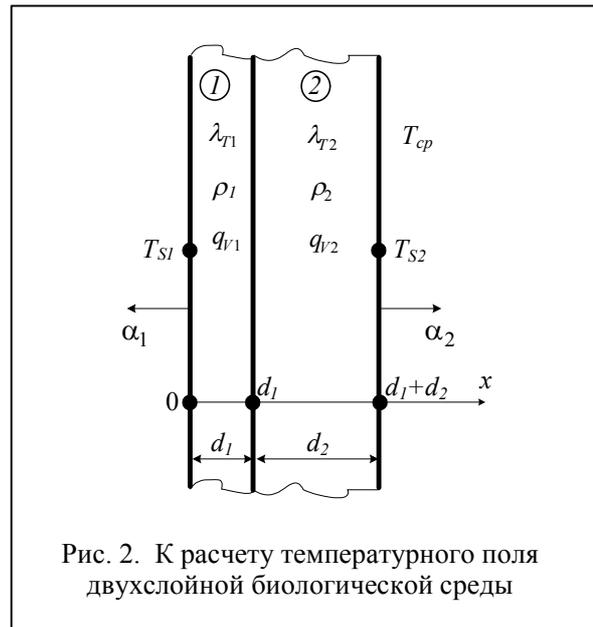


Рис. 2. К расчету температурного поля двухслойной биологической среды

Для интервала  $0 < x < d_1$ , проинтегрировав дважды правую и левую части (3), получим:

$$T_1(x) = -\frac{q_{V1}(x)}{\lambda_{T1}} \frac{x^2}{2} + C_1 x + C_2, \quad (4)$$

где  $C_1$ ,  $C_2$  – постоянные интегрирования.

Для интервала  $d_1 < x < d_1 + d_2$ :

$$T_2(x) = -\frac{q_{V2}(x)}{2\lambda_{T2}} (x - d_1)^2 + C_3 (x - d_1) + C_4, \quad (5)$$

где  $C_3$ ,  $C_4$  – постоянные интегрирования.

Для нахождения постоянных  $C_1 - C_4$ , а также температур на поверхностях  $T_{S1}$  и  $T_{S2}$  необходимо задать граничные условия (начальные условия не оговариваем, т.к. они необходимы только для случая нестационарных процессов) [14, 15].

Граничные условия первого рода: на поверхностях и границах слоев для каждого момента времени задаем распределение температуры

$$T_1(x)|_{x=0} = T_{S1}|_{x=0}; \quad (6)$$

$$T_2(x)|_{x=d_1+d_2} = T_{S2}|_{x=d_1+d_2}; \quad (7)$$

$$T_1(x)|_{x=d_1} = T_2(x)|_{x=d_1}. \quad (8)$$

Граничные условия второго рода: на границах слоев для каждого момента времени и каждой точки задаем значения теплового потока

$$\lambda_{T1} \frac{dT_1(x)}{dx} \Big|_{x=d_1} = \lambda_{T2} \frac{dT_2(x)}{dx} \Big|_{x=d_1}. \quad (9)$$

Граничные условия третьего рода характеризуют закон теплообмена между поверхностью и окружающей средой в процессе охлаждения и нагревания тела. При этом задается температура окружающей среды, а для описания процесса теплообмена между поверхностью и средой используется закон Ньютона-Рихмана [15]. Согласно данному закону количество теплоты, отдаваемое единицей поверхности тела в единицу времени, пропорционально разности температур поверхности тела и окружающей среды:

$$\lambda_{T1} \frac{dT_1(x)}{dx} \Big|_{x=0} = \quad (10)$$

$$= \alpha_1 (T_{S1} - T_{cp}) \Big|_{x=0};$$

$$-\lambda_{T2} \frac{dT_2(x)}{dx} \Big|_{x=d_1+d_2} = \quad (11)$$

$$= \alpha_2 (T_{S2} - T_{cp}) \Big|_{x=d_1+d_2}.$$

Подставив решения (4) и (5) в (6) – (11), и проделав необходимые преобразования, получим:

$$C_1 = \frac{\alpha_1}{\lambda_{T1}} (T_{S1} - T_{cp}); \quad (12)$$

$$C_2 = T_{S1}; \quad (13)$$

$$C_3 = \frac{\lambda_{T1}}{\lambda_{T2}} (T_{S1} - T_{cp}) - \frac{q_{V1}d_1}{\lambda_{T2}}; \quad (14)$$

$$C_4 = -\frac{q_{V1}d_1^2}{2\lambda_{T1}} + \frac{\alpha_1 d_1}{\lambda_{T1}} (T_{S1} - T_{cp}) + T_{S1}; \quad (15)$$

$$T_{S1} = \frac{q_{V2}d_2^2}{2\lambda_{T2}} + \frac{q_{V2}d_2}{\alpha_2} + \frac{q_{V1}d_1^2}{2\lambda_{T1}} + \frac{q_{V1}d_1d_2}{\lambda_{T2}} + \frac{q_{V1}d_1}{\alpha_2} + \frac{\alpha_1 d_2}{\lambda_{T2}} + \frac{\alpha_1 d_1}{\lambda_{T1}} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} + 1 + T_{cp}; \quad (16)$$

$$T_{S2} = \frac{q_{V1}d_1}{\alpha_2} + \frac{q_{V2}d_2}{\alpha_2} - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} (T_{S1} - T_{cp}) + T_{cp}. \quad (17)$$

С помощью прикладного пакета Mathcad на основании выражений (4), (5), (12) – (17) был выпол-

нен расчет температурного поля биологического объекта при таких значениях параметров:

– первый слой – биологическая ткань, содержащая опухоль, например, печень ( $\lambda_{T1} = 0,553$  Вт/(м·К) [16]);  $d_1 = 3$  см;

– второй слой – биологическая ткань с усредненными характеристиками, например жировая ткань и кожа ( $\lambda_{T2} = 0,25 \dots 1,5$  Вт/(м·К) [16]);  $d_2 = 3$  см;

– температура окружающей среды –  $T_{cp} = 25^\circ$  C;

–  $q_{V1} \gg q_{V2}$  – генерация тепла опухолью больше, чем контактирующей с ней жировой тканью и кожей;

–  $\alpha_1 \ll \alpha_2$  – теплопередача наружу биологического объекта значительно больше, чем внутрь.

Были смоделированы ситуации для граничных значений  $\lambda_{T2}$ , которые также отличались отношением коэффициентов теплопередачи и объемной мощности источников тепловыделения (рис. 3).

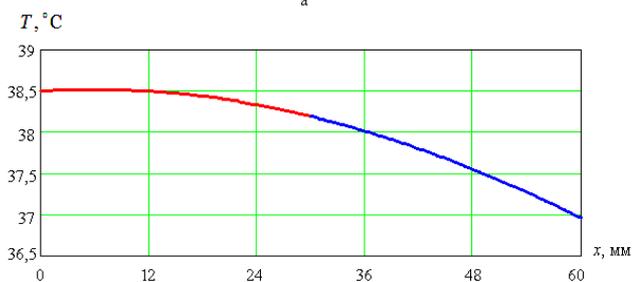
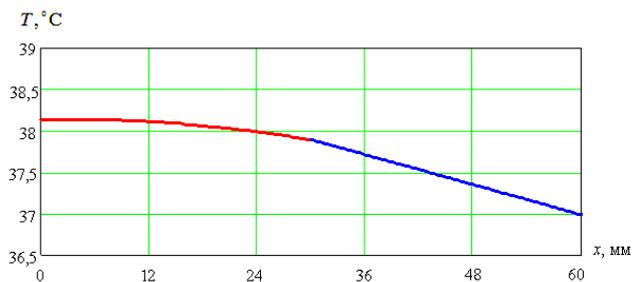


Рис. 3. Распределение внутренней температуры биологического объекта

### Выводы

Анализируя полученные результаты, можно отметить следующее: произвести точный расчет температурного поля в окрестности объекта исследования (опухоли) с помощью решения уравнения теплопроводности для слоистой модели достаточно сложно, поскольку:

– параметры биоткани, характеризующие процесс теплопроводности, значительно варьируют (зависят от многих причин);

- необхідно точно задавати розміри різних часток (товщини шарів);
- в реальному біологічному об'єкті будова тканин має досить складну структуру, множинність шарів і включень (наприклад, кровоносні судини);
- навіть для простішого стаціонарного випадку з двома шарами аналітичні вирази, описуючі температурні поля, мають досить громоздкий вигляд.

### Список літератури

1. Гусманов В.А. Основи діагностики захворювань внутрішніх органів / В.А. Гусманов, Б.М. Переверзев, А.В. Никитин. – Ростов-на-Дону: МарТ, 2003. – 352 с.
2. Ставицький Р.В. Неінвазивний динамічний контроль в процесі лікування онкологічних захворювань / Р.В. Ставицький, Л.А. Лебедев, Г.А. Паньшин // Медичинська техніка. – 2009. – №1. – С. 19-21.
3. Алехин А.И. Акустотермометричні вимірювання при лазерній гіпертермії / А.И. Алехин // Альманах клінічної медицини. – 2008. – Т. XVII, Ч. 2. – С. 8-11.
4. Аносов А.А. Одномерна обернена задача акустотермографії / А.А. Аносов, В.И. Пасечник // Акустичний журнал. – 1994. – Т. 40, №4. – С. 743-748.
5. Аносов А.А. Двумерна обернена задача акустотермографії / А.А. Аносов, М.Г. Исрефілов, В.И. Пасечник // Акустичний журнал. – 1995. – Т.41, №3. – С. 496-498.
6. Аносов А.А. Восстановление двумерного распределения внутренней температуры модельного объекта методом пассивной термоакустической томографии / А.А. Аносов, В.И. Пасечник, М.Г. Исрефілов // Акустичний журнал. – 1999. – Т. 45, №1. – С. 20-24.
7. Аносов А.А. Пространственная обернена задача акустотермографії / А.А. Аносов, В.И. Пасечник // Акустичний журнал. – 1994. – Т. 40, №6. – С. 885-889.
8. Бограчев К.М. Метод стандартного джерела в пассивной акустической томографии / К.М. Бограчев,

В.И. Пасечник // Акустичний журнал. – 2003. – Т. 49, №4. – С. 474-480.

9. Аносов А.А. Восстановление распределения глубинной температуры биообъектов с помощью линейных фазированных решеток / А.А. Аносов, Л.П. Гаврилов // Акустичний журнал. – 2005. – Т. 51, №4. – С. 447-455.

10. Кротов Е.В. Экспериментальные исследования возможностей многоканальной акустической термомографии / Е.В. Кротов, С.Ю. Ксенофонтов, А.Д. Мансфельд и др. // Изв. ВУЗов Радиофизика. – 1999. – Т. XLII, №5. – С. 479-484.

11. Аносов А.А. Восстановление двумерного распределения внутренней температуры модельного объекта методом пассивной термоакустической томографии / А.А. Аносов, В.И. Пасечник, М.Г. Исрефілов // Акустичний журнал. – 1999. – Т. 45, №1. – С. 20-24.

12. Дрозденко Е.С. Теоретическое обоснование фокусируемого одночастотного динамического акустотермометра / Е.С. Дрозденко, С.А. Найда // Электроника и связь. – 2010. – №2. – С. 234-236.

13. Дрозденко Е.С. Одноканальный фокусируемый акустотермометр для измерения внутренней температуры биологического объекта / Е.С. Дрозденко // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2013. – Т. 56, №4. – С. 62-67.

14. Михеев М.А. Основы теплопередачи / М.А. Михеев, И.М. Михеева. – М.: Энергия, 1977. – 343 с.

15. Шнейдер П. Инженерные проблемы теплопроводности / П. Шнейдер. – М.: Изд-во иностр. лит., 1960. – 478 с.

16. Березовский В.А. Биофизические характеристики тканей человека: Справочник / В.А. Березовский, Н.Н. Колотилов. – К.: Наукова думка, 1990. – 224 с.

Поступила в редколлегию 1.07.2014

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. С.А. Найда, Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт", Киев.

### ПРОСТОРОВИЙ РОЗПОДІЛ ВНУТРІШНЬОЇ ТЕМПЕРАТУРИ БІОЛОГІЧНОГО ОБ'ЄКТА ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ЗАДАЧ АКУСТОТЕРМОМЕТРІЇ

К.С. Дрозденко, О.І. Дрозденко

Запропоновано підхід до аналітичного розрахунку температурного поля всередині біологічного об'єкта, який дозволяє на підставі розв'язання рівняння теплопровідності за виміряною температурою всередині і на поверхні відновити розподіл температури по глибині. За допомогою прикладного пакету Mathcad змодельовані ситуації для граничних значень коефіцієнтів теплопровідності двошарової моделі біологічного об'єкта, які також відрізнялися відношенням коефіцієнтів теплопередачі і об'ємної потужності джерел тепловиділення.

**Ключові слова:** акустотермометр, акустотермометрія, біологічний об'єкт, внутрішня температура, багатшарова модель, температурне поле, рівняння теплопровідності.

### SPATIAL DISTRIBUTION OF BIOLOGICAL OBJECT INTERNAL TEMPERATURE AT THE ACOUSTOTHERMOMETRY TASKS DECISIONS

K.S. Drozdenko, O.I. Drozdenko

The approach to biological object internal temperature field analytical calculation is offered. It allows to recover depth temperature distribution on the basis of heat conductivity equation decision with measured temperature inwardly and on-the-spot. With the use of Mathcad applied package some situations are modeled for the scope values of biological object two-layer model heat conductivity coefficients. They also are differed by ratio of the heat transfer coefficients and heat allocation sources volume power.

**Keywords:** acoustothermometer, acoustothermometry, biological object, internal temperature, multi-layered model, temperature field, heat conductivity equation.