

УДК 519.232.2

В.Ю. Дубницкий, И.Г. Скорикова

Харьковский институт банковского дела Университета банковского дела НБУ (Киев)

РЕШЕНИЕ В ЯВНОМ ВИДЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕПРЕРЫВНОЙ ОДНОМЕРНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Сформулирована обратная задача моделирования непрерывной одномерной случайной величины. Для её решения при известном типе распределения необходимо найти явную зависимость параметров моделируемого распределения от заданных начальных характеристик – математического ожидания и среднеквадратического отклонения. Поставленная задача решена для следующих случаев: нормального распределения, показательного распределения, распределения Лапласа, распределения минимального значения, распределения максимального значения, двойного показательного распределения, логистического распределения, гамма-распределения, распределения Эрланга n -го порядка, распределения Рэлея, распределения Максвелла, параболического распределения, распределения Симпсона, распределения арксинуса, обратного Гауссовского распределения, распределения Коши, однопараметрического распределения модуля n -мерной случайной величины, гиперэкспоненциального распределения, бета-распределения, обобщённого бета-распределения, распределения Бирнбаума-Сандерса.

Ключевые слова: метод Монте-Карло, статистическое моделирование, плотность распределения непрерывной случайной величины, обратная задача статистического моделирования, нормальное распределение, показательное распределение, распределение Лапласа, распределение минимального значения, распределение максимального значения, двойное показательное распределение, логистическое распределение, гамма-распределение, распределение Эрланга n -го порядка, распределение Рэлея, распределение Максвелла, параболическое распределение, распределение Симпсона, распределение арксинуса, обратное Гауссовское распределение, распределение Коши, однопараметрическое распределение модуля n -мерной случайной величины, гиперэкспоненциальное распределение, бета-распределение, обобщённое бета-распределение, распределение Бирнбаума-Сандерса.

Введение

Статистическое моделирование уже много лет служит одним из самых эффективных методов изучения поведения сложных технических и организационных систем различной природы. С различной степенью подробности процедура статистического моделирования подробно описана в работах [1 – 4]. Основной и неотъемлемой её частью служит процедура получения случайных величин с заданным законом распределения. В рамках данной работы будем рассматривать задачу, возникающую при необходимости получения конечного множества одномерных псевдослучайных величин, имитирующих последовательность случайных величин с заданным распределением. Примем, что одномерная случайная величина X задана своей плотностью $f(x; \Theta)$, где Θ – вектор параметров. Примем, что размерность этого вектора не превосходит двух. Например, для случайной величины X , распределённой по нормальному закону, получим, что:

$$f(x; \theta_1, \theta_2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad -\infty < x < \infty. \quad (1)$$

В условии (1) параметр $\theta_1 = \mu$ – параметр положения и параметр $\theta_2 = \sigma$ – параметр масштаба. Известно из работы [5], что $\mu = m$ и $\sigma = s$, где m – математическое ожидание случайной величины X , s – её среднеквадратическое отклонение. Для полу-

чения нормально распределённой случайной величины X с параметрами μ, σ – $N_x(\mu, \sigma)$, используя приведенные в работе [5] соотношения, получим:

$$N_x(\mu, \sigma) = \mu + \sigma N_x(0, 1). \quad (2)$$

Учитывая приведенное в работе [5] условие получения величины $N_x(0, 1)$ и связь между параметрами данного распределения μ, σ и начальными характеристиками m, s , получим, что:

$$N_x(\mu, \sigma) = m + s \sqrt{\frac{12}{n}} \left(\sum_{i=1}^n r_i - \frac{n}{2} \right), \quad n > 6. \quad (3)$$

В условии (3) принято, что r_i – это i -я реализация квазислучайной, равномерно распределённой на интервале $[0, 1]$ величины. Методы её получения подробно описаны в работах [3, 4, 6].

Рассмотрим плотность показательного распределения вида:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}. \quad (4)$$

Известно [5], что для этого распределения $\theta = \lambda = 1/m$. Моделирующее соотношение, используемое для получения квазислучайной величины x_i , распределённой по показательному закону с параметром λ , примет вид:

$$EP(x_i) = -\frac{1}{\lambda} \ln r_i = -m \ln r_i. \quad (5)$$

Из приведенных примеров видно, что для начала процесса моделирования непрерывной случай-

ной величины необходимо выбрать закон её распределения и его параметров, в то же время, как правило, в начале исследования известны только желаемые значения среднего (моды, медианы) и среднеквадратического отклонения.

Постановка задачи. В рамках данной работы будут рассмотрены двухпараметрические распределения, в ином случае это будет оговорено отдельно. Предполагается, что известны зависимости вида:

$$\begin{cases} \theta_1 = g_1(m, s); \\ \theta_2 = g_2(m, s). \end{cases} \quad (6)$$

Требуется получить зависимости вида:

$$\begin{cases} m = v_1(\theta_1, \theta_2); \\ s = v_2(\theta_1, \theta_2). \end{cases} \quad (7)$$

В условии (7) значения величин m, s известны до начала моделирования. В рамках данной работы рассмотрены только те распределения непрерывных случайных величин, которые допускают решение задачи (7) в явном виде.

Анализ литературы. В доступной авторам данного сообщения литературе постановка аналогичной задачи не обнаружена.

Полученные результаты

В табл. 1 приведены результаты решения поставленной задачи для распределений, допускающих получение результата в явном виде. При составлении этой таблицы для первого, второго и третьего столбцов использованы данные, приведенные в работе [5].

Таблица 1

Результаты решения обратной задачи статистического моделирования для распределений, допускающих получение результата в явном виде

Тип распределения:	Плотность распределения	Зависимость параметров распределения от его начальных характеристик	Зависимость начальных характеристик от параметров распределения
Лапласа	$f(x) = \frac{1}{2} \lambda \exp(-\lambda x-\mu),$ $-\infty < x < \infty.$	$\mu = m, \quad s = \frac{\sqrt{2}}{\lambda}.$	$\mu = m, \quad \lambda = \frac{\sqrt{2}}{s}.$
Распределение минимального значения	$f(x) = \frac{1}{\lambda} \exp\left(\frac{x-\mu}{\lambda} - \exp\left(\frac{x-\mu}{\lambda}\right)\right),$ $-\infty < x < \infty.$	$m = \mu - \lambda\gamma^*, \quad s = \frac{\pi}{\sqrt{6}}\lambda.$	$\lambda = \frac{s\sqrt{6}}{\pi}, \quad \mu = m + \gamma\lambda.$
Распределение максимального значения	$f(x) = \frac{1}{\lambda} \exp\left(-\frac{x-\mu}{\lambda} - \exp\left(-\frac{x-\mu}{\lambda}\right)\right),$ $-\infty < x < \infty.$	$m = \mu + \lambda\gamma, \quad s = \frac{\pi}{\sqrt{6}}\lambda.$	$\lambda = \frac{s\sqrt{6}}{\pi}, \quad \mu = m - \gamma\lambda.$
Двойное показательное распределение	$f(x) = \lambda\mu \exp(-\lambda\mu - \mu e^{-\lambda x}),$ $-\infty < x < \infty.$	$m = (1/\lambda) \cdot (\ln \mu + \gamma),$ $s = \frac{\pi}{\lambda\sqrt{6}} = \frac{1,2825}{\lambda}.$	$\lambda = \pi / (s\sqrt{6}),$ $\hat{\mu} = \exp(1,2825/\sigma - \gamma).$
Логистическое распределение	$f(x) = \frac{\exp((x-\mu)/\lambda)}{\lambda [1 + \exp((x-\mu)/\lambda)]^2},$ $-\infty < x < \infty.$	$\mu = m,$ $s = \frac{\lambda\pi}{\sqrt{3}}.$	$\mu = m,$ $\lambda = \frac{\sqrt{3}}{\pi} s = 0,5513s.$
Гамма-распределение	$f(x) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}, \quad x > 0.$	$m = \frac{\alpha}{\lambda}, \quad s = \frac{\sqrt{\alpha}}{\lambda}.$	$\lambda = \frac{m}{s^2}, \quad \alpha = \frac{m^2}{s^2}.$
Распределение Эрланга n-го порядка	$f(x) = \frac{\lambda^n}{(n-1)!} x^{n-1} e^{-\lambda x}, \quad x > 0.$	$m = n^*/\lambda$	$\lambda = n/m.$
Распределение Рэлея	$f(x) = (x/a^2) \cdot \exp(-x^2/(2a^2)),$ $a > 0, \quad x > 0.$	$m = a\sqrt{\frac{\pi}{2}}.$	$a = m/\sqrt{\frac{\pi}{2}} = 0,7979m.$
Распределение Максвелла	$f(x) = 2x^2 / (a^3 \sqrt{2\pi}) \times$ $\times \exp(-x^2 / (2a^2)), \quad x \geq 0.$	$m = 2a\sqrt{2/\pi}.$	$a = \frac{m}{2\sqrt{2/\pi}} = 1,5958m.$
Параболическое распределение.	$f(x) = 6(x-\alpha)(\beta-x)/(\beta-\alpha)^3,$ $\alpha \leq x \leq \beta.$	$m = \frac{\alpha+\beta}{2}, \quad s = \frac{\beta-\alpha}{2\sqrt{5}}.$	$\alpha = m - s\sqrt{5},$ $\beta = m + s\sqrt{5}.$
Распределение Симпсона	$f(x) = \frac{2}{\beta-\alpha} \left(1 + \frac{ \alpha+\beta-2x }{\beta-\alpha}\right),$ $\alpha \leq x \leq \beta.$	$m = \frac{\alpha+\beta}{2}, \quad s = \frac{\beta-\alpha}{\sqrt{24}}.$	$\alpha = m - 2,4498s,$ $\beta = m + 2,4498s.$

Окончание табл. 1

Распределение арксинуса	$f(x) = 1 / \left[\pi \sqrt{\lambda^2 - (x - \mu)^2} \right],$ $\mu - \lambda < x < \mu + \lambda.$	$\mu = m,$ $s = \lambda / \sqrt{2}.$	$\mu = m,$ $\lambda = s\sqrt{2}.$
Обратное Гауссовское распределение	$f(x) = \sqrt{\frac{c\mu}{2\pi x^3}} \exp\left[-\frac{c(x-\mu)^2}{2\mu x}\right],$ $x > 0.$	$m = \mu,$ $s = \frac{\mu}{\sqrt{c}}.$	$m = \mu,$ $c = \frac{m}{s^2}.$

Примечание: *) γ – постоянная Эйлера, $\gamma = 0,5772$; **) n – порядок моделируемой системы, который предполагается известным до начала моделирования.

Рассмотрим решение поставленной задачи для распределения Коши, вид и числовые характеристики которого приведены в работе [5]:

$$f(x) = \frac{\lambda}{\pi \left[\lambda^2 + (x - \mu)^2 \right]}, \quad \lambda > 0, \quad -\infty < x < \infty. \quad (8)$$

Распределение Коши, как известно, в отличие от остальных, рассмотренных в данной работе, характеризуется параметром положения μ и параметром масштаба λ . Параметр положения μ совпадает с модой распределения, параметр масштаба λ совпадает с величиной срединного отклонения E . Докажем последнее утверждение. В работе [7, С. 116] дано определение срединного отклонения: «Вероятное отклонение-отрезок оси рядом с центром рассеивания, в который попадает 25% отклонений с той и с другой стороны». В данном случае центр рассеивания совпадает с параметром масштаба μ . В работе [8, С. 28] показано, что:

$$E = \frac{x_{0,75} - x_{0,25}}{2}, \quad (9)$$

где x_p – квантиль распределения уровня p , определяемая по условию вида [5]:

$$x_p = \mu + \lambda \operatorname{tg} \frac{\pi(2p-1)}{2}. \quad (10)$$

Подставив (10) в (9) получим, что:

$$E = \frac{1}{2} \left[\left(\mu + \lambda \operatorname{tg} \frac{\pi(2 \cdot 0,75 - 1)}{2} \right) - \left(\mu + \lambda \operatorname{tg} \frac{\pi(2 \cdot 0,25 - 1)}{2} \right) \right] = \lambda. \quad (11)$$

Так, как для большинства исследователей использование величины срединного отклонения не является общепринятым то, по аналогии с коэффициентом вариации $v = s/m$, для лучшего «ощущения» полученных результатов рекомендуется использовать величину $v_1 = E/m$.

Рассмотрим решение поставленной задачи для однопараметрического распределения модуля n -мерной случайной величины, вид и числовые характеристики которого приведены в работе [5].

Плотность этого распределения имеет вид:

$$f(x) = \left[2^{(n/2)-1} a^n \Gamma\left(\frac{n}{2} - 1\right) \right]^{-1} \times \quad (12)$$

$$\times x^{n-1} \exp(-x^2 / (2a^2)), \quad x > 0.$$

В условии (12) принято, что величина n – положительная, целая и известна до начала моделирования, параметр $a > 0$. Математическое ожидание этого распределения:

$$m = a \cdot B, \quad (13)$$

следовательно:

$$a = m / B. \quad (14)$$

В свою очередь:

$$B = \begin{cases} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{(n-1)!!}{(n-2)!!}, & n = 2k \\ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{(n-1)!!}{(n-2)!!}, & n = 2k - 1 \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (15)$$

Рассмотрим решение поставленной задачи для гиперэкспоненциального распределения, вид и числовые характеристики которого приведены в работе [5].

Плотность этого распределения имеет вид:

$$f(x) = 2p^2 \lambda \exp(-2p\lambda x) + \quad (16)$$

$$+ 2(1-p^2) \lambda \exp(-(1-p)\lambda x), \quad \lambda \geq 0.$$

В условии (16) принято, что параметр $\lambda > 0$, параметр p ограничен неравенством $0 < p < 0,5$. Числовые характеристики этого распределения и его параметры связаны условиями:

$$\begin{cases} m = 1/\lambda; \\ s^2 = \frac{1}{\lambda^2} \left[\frac{1}{2p(1-p)} - 1 \right]. \end{cases} \quad (17)$$

Примем, что $v^2 = s^2 / m^2$, где v – коэффициент вариации, и, разрешив систему (17) относительно λ и p , получим, что:

$$\lambda = 1/m, \quad (18)$$

$$p_1 = \frac{\sqrt{v^2 + 1} - \sqrt{v^2 - 1}}{2\sqrt{v^2 + 1}}, \quad p_2 = \frac{\sqrt{v^2 + 1} + \sqrt{v^2 - 1}}{2\sqrt{v^2 + 1}}. \quad (19)$$

Рассмотрим решение поставленной задачи для моделирования непрерывной случайной величины, распределённой в соответствии с бета-распределением, вид и числовые характеристики которого приведены в работе [5]:

$$f(x) = \frac{x^{u-1}(1-x)^{v-1}}{B(u,v)} = \frac{\Gamma(u+v)}{\Gamma(u)\Gamma(v)} x^{u-1}(1-x)^{v-1}, \quad (20)$$

$$0 < x < 1; u > 0, v > 0.$$

Числовые характеристики этого распределения связаны с его параметрами условиями вида [5]:

$$m = \frac{u}{u+v}, \quad (21)$$

$$s^2 = \frac{uv}{(u+v)^2(u+v+1)}. \quad (22)$$

Разрешая (21) и (22) относительно u и v , получим, что:

$$u = -\frac{m(m^2 - m + s^2)}{s^2}, \quad (23)$$

$$v = \frac{(m-1)(m^2 - m + s^2)}{s^2}. \quad (24)$$

Рассмотрим решение поставленной задачи для моделирования непрерывной случайной величины, распределённой в соответствии с обобщённым бета-распределением, вид и числовые характеристики которого приведены в работе [5]:

$$f(x) = \frac{(x-\alpha)^{u-1}(\beta-x)^{v-1}}{B(u,v)(\beta-\alpha)^{u+v-1}}, \quad (25)$$

$$\alpha < x < \beta, \quad \alpha > 0, \beta > 0. \quad (26)$$

Числовые характеристики в этом случае, в соответствии с работой [5], примут следующий вид:

$$m = \frac{\alpha v + \beta u}{u+v}, \quad (27)$$

$$s^2 = \frac{(\beta-\alpha)^2 uv}{(u+v)^2(u+v+1)}. \quad (28)$$

Разрешая (27) и (28) относительно u и v , получим, что:

$$u = \frac{(m-1)(T+K)}{P}, \quad (29)$$

$$v = \frac{(\beta-m)(T+K)}{P}. \quad (30)$$

При условии, что:

$$T = \alpha^2 + (\beta-m) \cdot (m-1) + 2\alpha\beta(1-m) \cdot (\beta-m) + \beta^3(m-1); \quad (31)$$

$$K = -\beta^2[\alpha + m(m-1)] + 2\alpha\beta - \alpha; \quad (32)$$

$$P = s^2(\beta^3 - 3\beta^2 + 3\beta - 1). \quad (33)$$

Приведенные выше распределения можно отнести к более или менее известным распределениям.

Далее рассмотрим менее распространённые распределения, которые также используют при моделировании систем различной природы и сведения о которых указаны в работах [9, 11]. Подробно рассмотрим решение поставленной задачи на примере распределения Бирнбаума-Сандерса [9]. Плотность этого распределения имеет вид:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x/\alpha} + \sqrt{\alpha/x}}{2\beta x} \cdot \phi\left(\frac{1}{\beta}(\sqrt{x/\alpha} - \sqrt{\alpha/x})\right),$$

$$\alpha > 0, \beta > 0, x > 0. \quad (34)$$

В условии (34) принято, что:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right), \quad (35)$$

то есть, плотность стандартного нормального распределения. В описании системы STATGRAPHICS v. XV.I [10] дано моделирующее соотношение для получения случайных величин, распределённых по закону Бирнбаума-Сандерса с параметрами α, β :

$$X_{b-s} = \frac{\left((N_x(0,1) \cdot \beta + \sqrt{4N_x(0,1)\beta^2})\alpha\right)}{4}. \quad (36)$$

Числовые характеристики распределения Бирнбаума-Сандерса, приведенные в описании системы STATGRAPHICS v. XV.I, таковы:

$$m = \alpha\left(1 + \beta^2/2\right), \quad (37)$$

$$s^2 = (\alpha\beta)^2\left(1 + 5\beta^2/4\right). \quad (38)$$

Рассматривая условия (37) и (38) как систему уравнений относительно переменных α и β и приняв, что:

$$A = m^2 + 3s^2, \quad (39)$$

получим её решение в виде:

$$\alpha_1 = \frac{\sqrt{A} + 4m}{3}; \quad \beta_1 = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{A + m^2 - 5s^2}}{\sqrt{s^2 - 5m^2}}; \quad (40)$$

$$\alpha_2 = \frac{\sqrt{A} + 4m}{3}; \quad \beta_2 = -\beta_1; \quad (41)$$

$$\alpha_3 = \frac{4m - \sqrt{A}}{3}; \quad \beta_3 = \beta_1; \quad (42)$$

$$\alpha_4 = \frac{4m - \sqrt{A}}{3}; \quad \beta_4 = -\beta_1. \quad (43)$$

Выводы

1. Сформулирована обратная задача моделирования непрерывной одномерной случайной величины. Для её решения при известном типе распределения необходимо найти явную зависимость параметров моделируемого распределения от заданных начальных характеристик – математического ожидания и среднеквадратического отклонения.

2. Поставленная задача решена для следующих случаев: нормального распределения, показательного распределения, распределения Лапласа, распределения минимального значения, распределения максимального значения, двойного показательного распределения, логистического распределения, гамма-распределения, распределения Эрланга n -го порядка, распределения Рэлея, распределения Максвелла, параболического распределения, распределения Симпсона, распределения арксинуса, обратного Гауссовского распределения, распределения Коши, однопараметрического распределения модуля n -мерной случайной величины, гиперэкспоненциального распределения, бета-распределения, обобщённого бета-распределения, распределения Бирнбаума-Сандерса.

3. Полученные результаты могут быть использованы на предварительной стадии моделирования систем.

3. Основы имитационного и статистического моделирования: монография / Ю.С. Харин, В.И. Малюгин, В.С. Кирлица [и др.]. – Минск: Дизайн ПРО, 1997. – 288 с.

4. Кнут Э. Искусство программирования. Т.2. Получисленные алгоритмы / Э. Кнут. – М.: Вильямс, 2007. – 832 с.

5. Вадзинский Р.Н. Справочник по вероятностным распределениям / Р.Н. Вадзинский. – М.: Наука, 2001. – 295 с.

6. Кнут Д. Искусство программирования. Т.2. Получисленные методы / Д. Кнут. – М.: Мир, 2007. – 832 с.

7. Медников В.Н. Динамика полёта и пилотирование самолёта / В.Н. Медников. – Изд. Военно-воздушной академии им. Ю.А. Гагарина, 1976. – 547 с.

8. Разумов К.А. Проектирование обогатительных фабрик / К.А. Разумов, В.А. Перов. – М.: Недра, 1982. – 518 с.

9. Meeker W.Q. Statistical Methods for Reliability Data / W.Q. Meeker, L.A. Escobar. – New York: John Wiley & Sons, inc., 1998. – 680 p.

10. Каплан А.В. Решение экономических задач на компьютере / А.В. Каплан. – М.: ДМКПресс, СПб.: Петер, 2004. – 600 с.

Список литературы

1. Боев В.Д. Компьютерное моделирование / В.Д. Боев, Д.И. Кирик, Р.П. Сыпченко. – СПб.: Военная академия связи, 2011. – 348 с.

2. Кропачёва Н.Ю. Моделирование случайных величин / Н.Ю. Кропачёва, А.С. Тихомиров // НовГУ им. Ярослава Мудрого. – Новгород: Великий Новгород, 2004. – 74 с.

Поступила в редколлегию 10.11.2014

Рецензент: д-р техн. наук, доцент О.В. Мищенко, Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Харьков.

РОЗВ'ЯЗАННЯ У ЯВНОМУ ВИГЛЯДІ ЗВОРОТНОЇ ЗАДАЧІ МОДЕЛЮВАННЯ НЕПЕРЕРВНОЇ ОДНОВИМІРНОЇ ВИПАДКОВОЇ ВЕЛИЧИНИ

В.Ю. Дубницький, І.Г. Скорікова

Сформульовано зворотню задачу моделювання неперервної одновимірної випадкової величини. Для її розв'язання при відомому типі розподілу необхідно знайти явну залежність параметрів розподілу, який моделюється, від заданих початкових характеристик: математичного сподівання та середньоквадратичного відхилення для наступних випадків: нормального розподілу, показникового розподілу, розподілу Лапласа, розподілу мінімального значення, розподілу максимального значення, подвійного показникового розподілу, логістичного розподілу, гамма-розподілу, розподілу Ерланга n -го порядку, розподілу Релея, розподілу Максвелла, параболического розподілу, розподілу Симпсона, розподілу арксинуса, зворотного Гауссового розподілу, розподілу Коші, однопараметричного розподілу модуля n -вимірної випадкової величини, гіперекспоненціального розподілу, бета-розподілу, узагальненого бета-розподілу, розподілу Бирнбаума-Сандерса.

Ключові слова: метод Монте-Карло, статистичне моделювання, щільність розподілу безперервної випадкової величини, зворотня задача статистичного моделювання, нормальний розподіл, показниковий розподіл, розподіл Лапласа, розподіл мінімального значення, розподіл максимального значення, подвійний показниковий розподіл, логістичний розподіл, гамма-розподіл, розподіл Ерланга n -го порядку, розподіл Релея, розподіл Максвелла, параболический розподіл, розподіл Симпсона, розподіл арксинуса, зворотний Гауссовий розподіл, розподіл Коші, однопараметричний розподіл модуля n -вимірної випадкової величини, гіперекспоненціальний розподіл, бета-розподіл, узагальнений бета-розподіл, розподіл Бирнбаума-Сандерса.

THE EXPLICIT SOLUTION OF INVERSE PROBLEM OF CONTINUOUS ONE-DIMENSIONAL RANDOM VARIABLE MODELING

V.Yu. Dubnitskiy, Ir.G. Skorirova

The explicit solution of inverse problem of continuous one-dimensional random variable modeling is defined. For its solution by known type of distribution it is necessary to find the explicit dependence of distribution parameters, which is modeling from set initial characteristics: ensemble average and standard deviation in the following cases: normal distribution, exponential distribution, Laplace distribution, extreme value minimum distribution, extreme value maximum distribution, double exponential distribution, logistic distribution, gamma distribution, Erlang distribution of n -th order, Rayleigh distribution, Maxwellian distribution, parabolic distribution, Simpson distribution, arc sine distribution, inverse Gaussian distribution, Cauchy distribution, one-parameter distribution of n -dimensional random value, hyperexponential distribution, beta distribution, common- beta distribution, Birnbaum-Sanders distribution.

Keywords: Monte Carlo method, statistical modeling, probability density function, n , inverse problem of statistic simulation, normal distribution, exponential distribution, Laplace distribution, minimum distribution, maximum distribution, double distribution, logistic distribution, gamma distribution, Erlang distribution of n -th order, Rayleigh distribution, Maxwellian distribution, parabolic distribution, Simpson distribution, inverse sine distribution, inverse Gaussian distribution, Cauchy distribution, one-parameter distribution of n -dimensional random value, hyperexponential distribution, beta distribution, common- beta distribution, Birnbaum-Sanders distribution.