

УДК 681.518:004.312

А.А. Борисенко, С.М. Маценко, С.М. Мальченков, О.И. Ямник

Сумский государственный университет, Сумы

О ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ФИБОНАЧЧИЕВЫХ ЧИСЕЛ

В статье проведена оценка помехоустойчивости фибоначчиевых чисел, образующих вместе с запрещенными комбинациями коды Фибоначчи. Для этой цели определяются доли запрещенных и разрешенных комбинаций в этих кодах, что позволяет сравнивать коды Фибоначчи с остальными помехоустойчивыми кодами, и оценить их эффективность для конкретных применений. Коды Фибоначчи эффективно могут быть применены в системах сбора и передачи информации, содержащих в качестве датчиков информации помехоустойчивые фибоначчиевые счетчики импульсов, регистры, дешифраторы и другие подобные устройства, а в качестве приемников информации компьютеры. Использование фибоначчиевых чисел в подобных системах передачи информации с предварительной цифровой обработкой позволяет осуществить их сквозной контроль и тем самым увеличить достоверность сбора, хранения и передачи информации.

Ключевые слова: помехоустойчивость, фибоначчиевые числа, доля.

Введение

Фибоначчиевыми называются числа, веса которых определяются последовательностью Фибоначчи – 1, 2, 3, ..., F_n [1 – 7]. Например, к ним относятся 13 пятиразрядных чисел с весами 1, 2, 3, 5, 8, представленными в табл. 1.

Таблица 1

Фибоначчиевые числа с весами 1, 2, 3, 5, 8

№	Фибоначчиевые числа					№	Фибоначчиевые числа				
	8	5	3	2	1		8	5	3	2	1
0	0	0	0	0	0	7	0	1	0	1	0
1	0	0	0	0	1	8	1	0	0	0	0
2	0	0	0	1	0	9	1	0	0	0	1
3	0	0	1	0	0	10	1	0	0	1	0
4	0	0	1	0	1	11	1	0	1	0	0
5	0	1	0	0	0	12	1	0	1	0	1
6	0	1	0	0	1						

Для фибоначчиевых чисел характерно наличие хотя бы одного 0 между двумя рядом стоящими единицами [1]. Их число или диапазон определяется суммой весов двух старших разрядов:

$$M = F_n + F_{n-1}, \quad (1)$$

где F_n – вес n -го разряда числа Фибоначчи; F_{n-1} – вес $n-1$ разряда числа Фибоначчи.

Появление же в фибоначчиевых числах двух и более рядом стоящих единиц свидетельствует о наличии в них ошибок. Поэтому такие числа относятся к запрещенным комбинациям. Они совместно с разрешенными числами образуют код Фибоначчи, число комбинаций которого при длине фибоначчиевых чисел n равно 2^n .

Так как появление рядом стоящих единиц обычно встречается в пакетах ошибок, то код Фибоначчи обнаруживает большинство пакетов ошибок. Одиночные ошибки, в отличие от пакетов, обнаруживаются только, если ошибочная единица возникнет

рядом с единицей фибоначчиевского числа. При этом местоположение этих единиц может быть легко определено, что является одним из достоинств кодов Фибоначчи. Кроме того, одиночные ошибки, стоящие между двумя единицами, могут быть исправлены. Однако ошибки в фибоначчиевых числах, как и в любых других кодах, могут быть обнаружены и исправлены только тогда, когда происходит их переход в запрещенные комбинации. И чем больше запрещенных комбинаций будет в коде, тем его помехоустойчивость будет выше. Поэтому важным этапом исследования любого помехоустойчивого кода является определение числа запрещенных кодовых комбинаций. В табл. 2 для рассмотренного выше примера из 13 фибоначчиевых чисел приведены запрещенные комбинации кода Фибоначчи.

Таблица 2

Запрещенные кодовые комбинации

№	Кодовая комбинация					№	Кодовая комбинация				
	8	5	3	2	1		8	5	3	2	1
0	0	0	0	1	1	10	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	0	11	1	1	0	0	0
2	0	0	1	1	1	12	1	1	0	0	1
3	0	1	0	1	1	13	1	1	0	1	0
4	0	1	1	0	0	14	1	1	0	1	1
5	0	1	1	0	1	15	1	1	1	0	0
6	0	1	1	1	0	16	1	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1	17	1	1	1	1	0
8	1	0	0	1	1	18	1	1	1	1	1
9	1	0	1	1	0						

Запрещенные комбинации дополняют представленные в табл. 1 разрешенные комбинации до числа $2^5 = 32$. Так как число запрещенных комбинаций определяется разностью $2^n - M = 2^n - (F_n + F_{n-1})$, то в табл. 2 их количество будет равно $2^5 - (8 + 5) = 19$.

Постановка задачі. Фибоначчиевые числа, являясь по своей природе помехоустойчивыми, представляют в первую очередь интерес для построения различных помехоустойчивых цифровых устройств и даже компьютеров [1]. Однако в ряде работ предлагается использовать их также и для передачи информации в виде помехоустойчивых кодов, в частности, в системах связи с самосинхронизацией [7]. Это ставит задачу оценки величины их помехоустойчивости по сравнению с другими помехоустойчивыми кодами, как учитывающими используемый канал связи, так и без его учета. В последнем случае будет исследоваться помехоустойчивость только фибоначчиевых цифровых устройств, используемых для предварительной обработки информации перед ее передачей. Однако, обычно, на практике ставится задача одновременно кодирования кодами Фибоначчи, как цифровых устройств, так и каналов связи.

Использование фибоначчиевых чисел в помехоустойчивых цифровых фибоначчиевых устройствах, решающих специальные задачи, например, таймеров, дальномеров, частотомеров, оправдано как повышением помехоустойчивости непосредственно этих устройств, так и возможностью помехоустойчивой передачи информации от них по каналам связи. В данном случае используется идея сквозного контроля одними и теми же кодами, как цифровых устройств, так и каналов связи [1]. Использование других более мощных помехоустойчивых кодов для гибридных задач обработки и передачи информации не всегда эффективно, так как требуются дополнительные затраты на построение кодирующих и декодирующих устройств, которые к тому же снижают скорость обработки информации [8, 9].

Для оценки эффективности применения фибоначчиевых чисел и на их основе кодов Фибоначчи сначала необходимо решить задачу определения доли обнаруживаемых ошибок, а затем определения доли необнаруживаемых ошибок. В первом случае это будет отношение числа запрещенных комбинаций к их общему числу, а во втором отношении к этому числу разрешенных комбинаций. Эти доли представляют собой вероятности появления запрещенных и разрешенных комбинаций при равной вероятности появления всех возможных комбинаций. Они характеризуют непосредственно коды без учета параметров каналов связи, тем самым представляя универсальные характеристики кодов. Задачи определения указанных долей или вероятностей и являются общей задачей работы.

Доля обнаруживаемых ошибок

Доля обнаруживаемых ошибок определяется по известной формуле [10]:

$$D = 1 - M/N, \quad (2)$$

где M – количество разрешенных кодовых комбинаций; N – количество всех возможных комбинаций заданной длины n .

Подставив в формулу (2) из формулы (1) значения величины M и $N = 2^n$, получим долю обнаруживаемых ошибок в фибоначчиевых числах:

$$D = 1 - \frac{F_n + F_{n-1}}{2^n}. \quad (3)$$

Произведем по формуле (3) оценку доли обнаруживаемых ошибок для кодов Фибоначчи с длинами комбинаций $n = 2, 3, \dots, 32$, предварительно определив для каждой из них число запрещенных комбинаций, и сведем полученные результаты в табл. 3. Она начинается с числа разрядов $n = 2$, так как в ней появляется первая запрещенная комбинация 11. Затем с целью определения доли обнаруживаемых ошибок, используя формулу (3), построим табл. 4.

Таблица 3

Числа запрещенных фибоначчиевых комбинаций для $n = 2, \dots, 32$

n	Числа запрещенных комбинаций	n	Числа запрещенных комбинаций
2	1	18	$2,554 \cdot 10^5$
3	3	19	$5,133 \cdot 10^5$
4	8	20	$1,031 \cdot 10^6$
5	19	21	$2,068 \cdot 10^6$
6	43	22	$4,148 \cdot 10^6$
7	94	23	$8,314 \cdot 10^6$
8	201	24	$1,666 \cdot 10^7$
9	423	25	$3,336 \cdot 10^7$
10	881	26	$6,679 \cdot 10^7$
11	$1,816 \cdot 10^3$	27	$1,337 \cdot 10^8$
12	$3,719 \cdot 10^3$	28	$2,676 \cdot 10^8$
13	$7,582 \cdot 10^3$	29	$5,355 \cdot 10^8$
14	$1,54 \cdot 10^4$	30	$1,072 \cdot 10^9$
15	$3,117 \cdot 10^4$	31	$2,144 \cdot 10^9$
16	$6,295 \cdot 10^4$	32	$4,289 \cdot 10^9$
17	$1,269 \cdot 10^5$		

Таблица 4

Доли обнаруживаемых ошибок в кодах Фибоначчи

n	Доли обнаруживаемых ошибок	n	Доли обнаруживаемых ошибок
2	0,25	18	0,974
3	0,375	19	0,979
4	0,5	20	0,983
5	0,594	21	0,986
6	0,672	22	0,989
7	0,734	23	0,991
8	0,785	24	0,993
9	0,826	25	0,994
10	0,86	26	0,995
11	0,887	27	0,996
12	0,908	28	0,997
13	0,926	29	0,997
14	0,94	30	0,998
15	0,951	31	0,998
16	0,961	32	0,999
17	0,968		

По построенной табл. 4 получим соответствующий ей график, показанный на рис. 1 сплошной линией, из которого следует, что доля обнаруживаемых ошибок в коде Фибоначчи с увеличением n возрастет и стремится в пределе к 1.

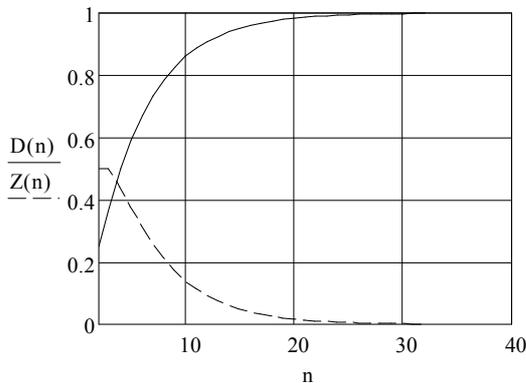


Рис. 1. График зависимости доли обнаруживаемых ошибок от разрядности кодов Фибоначчи n

Доля необнаруживаемых ошибок

Количество необнаруживаемых ошибок для рассматриваемого примера определяется как

$$D = (M - 1) / N. \tag{4}$$

Подставив в формулу (4) значение числа разрешенных комбинаций M , получим выражение для доли необнаруживаемых ошибок:

$$Z = ((F_n + F_{n-1}) - 1) / 2^n. \tag{5}$$

В табл. 5 для каждой из длин $n = 2, \dots, 32$ определим в соответствующем коде Фибоначчи число разрешенных кодовых комбинаций. Затем в соответствии с табл. 5 и формулой (5) построим табл. 6 долей необнаруживаемых ошибок. На рис. 1 в виде пунктирного графика показано уменьшение доли необнаруживаемых ошибок с ростом n , что говорит о соответствующем росте помехозащищенности кодов Фибоначчи.

Таблица 5

Числа разрешенных комбинаций кодов Фибоначчи для $n = 2, \dots, 32$

n	Числа разрешенных комбинаций	n	Числа разрешенных комбинаций
2	3	18	$6,765 \cdot 10^3$
3	5	19	$1,095 \cdot 10^4$
4	8	20	$1,771 \cdot 10^4$
5	13	21	$4,637 \cdot 10^4$
6	21	22	$7,503 \cdot 10^4$
7	34	23	$1,214 \cdot 10^5$
8	55	24	$1,964 \cdot 10^5$
9	89	25	$5,142 \cdot 10^5$
10	143	26	$8,32 \cdot 10^5$
11	232	27	$1,346 \cdot 10^6$
12	377	28	$2,178 \cdot 10^6$
13	610	29	$5,703 \cdot 10^6$
14	986	30	$9,227 \cdot 10^6$
15	$1,596 \cdot 10^3$	31	$1,493 \cdot 10^7$
16	$2,584 \cdot 10^3$	32	$2,416 \cdot 10^7$
17	$4,181 \cdot 10^3$		

Таблица 6
Доли необнаруживаемых ошибок кода Фибоначчи

n	Доли необнаруживаемых ошибок	n	Доли необнаруживаемых ошибок
2	0,5	18	0,026
3	0,5	19	0,021
4	0,438	20	0,017
5	0,375	21	0,014
6	0,313	22	0,011
7	0,258	23	$8,944 \cdot 10^{-3}$
8	0,211	24	$7,235 \cdot 10^{-3}$
9	0,172	25	$5,854 \cdot 10^{-3}$
10	0,139	26	$4,736 \cdot 10^{-3}$
11	0,113	27	$3,831 \cdot 10^{-3}$
12	0,092	28	$3,1 \cdot 10^{-3}$
13	0,074	29	$2,508 \cdot 10^{-3}$
14	0,06	30	$2,029 \cdot 10^{-3}$
15	0,049	31	$1,641 \cdot 10^{-3}$
16	0,039	32	$1,328 \cdot 10^{-3}$
17	0,032		

Помехоустойчивость фибоначиевых чисел

Характерным свойством фибоначиевых чисел является то, что обнаруженными в них могут быть только ошибки с переходами 0 в 1, и то далеко не все, а только те, что появляются рядом с единицами, что свидетельствует о возможной эффективности фибоначиевых чисел при применении в асимметричных каналах связи. Очевидно, что при преобладании ошибок с переходами 1 в 0 эффект их обнаружения будет уменьшаться. Однако он может быть вполне приемлемым, даже в таких случаях, при наличии сквозного контроля фибоначиевыми числами цифровых устройств и канала передачи информации, связывающего их с приемником информации.

Одним из примеров сквозного контроля может быть использование в качестве источника информации фибоначиевых цифровых счетчиков импульсов [11]. На рис. 2 представлена система сбора и передачи информации на их основе. Данная схема содержит счетчики, сетевой контроллер, канал связи, ЭВМ и устройство регистрации информации. Сетевой контроллер служит для мультиплексирования счетчиков и предполагает возможность считывания и записи данных с каждого из них в отдельности, канал связи организует передачу информации, ЭВМ преобразовывает фибоначиевые числа в двоичные числа, устройство регистрации отображает полученные данные.

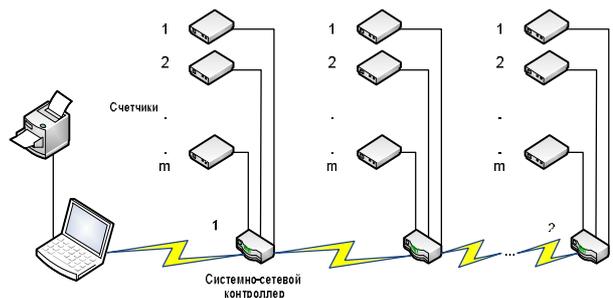


Рис. 2. Система сбора и передачи информации

Использование фибоначчиєвих чисел в подобних системах збору, реєстрації та передачі інформації може при невеликих додаткових затратах значительно увеличит достоверность полученной приемником информации.

Заклучение

В данной работе была дана методика оценка помехоустойчивости фибоначчиєвих чисел применительно к задачам збору, реєстрації та передачі інформації. С этой целью были разработаны методики определения долей запрещенных и разрешенных комбинаций в кодах Фибоначчи, что позволяет сравнивать их между собой при разной разрядности, а также с остальными аналогичными помехоустойчивыми кодами. Из приведенных результатов следует, что доля обнаруживаемых ошибок в кодах Фибоначчи растет с ростом разрядности их комбинаций, достигая в пределе 1. Особенно эффективны такие коды в системах с асимметрией вероятностей ошибок, так как ошибки в кодах Фибоначчи обнаруживаются при переходах 0 в 1. Таким образом, учитывая то, что коды Фибоначчи по своей природе способны обнаруживать ошибки в цифровых устройствах и одновременно в каналах связи, наиболее целесообразно их следует применять в системах, осуществляющих одновременно обработку и передачу информации, реализуя, таким образом, сквозной контроль этих систем. Однако в ряде случаев, особенно в асимметричных каналах, они способны эффективно защищать и непосредственно системы связи.

Список литературы

1. Стахов А.П. Введение в алгоритмическую теорию измерения / А.П. Стахов. – М.: Сов. радио, 1997. – 288 с.
2. Стахов А.П. Коды Фибоначчи и золотой пропорции как альтернатива двоичной системы счисления

Часть 2 / А.П. Стахов // Germany: Academic Publishing. – 2012. – № 2. – 318 с.

3. Stakhov A.P. Theory of Binet formulas for Fibonacci and Lucas p-numbers / A.P. Stakhov, B.N. Rozin // *Chaos, Solitons & Fractals*. – 2006. – № 5. – P. 1162-1177.

4. Стахов А.П. Коды Фибоначчи и золотой пропорции как альтернатива двоичной системы счисления. Часть 2 / А.П. Стахов // Academic Publishing. – Germany, 2012. – 318 с.

5. Борисенко А.А. Об одном методе счета в коде Фибоначчи / А.А. Борисенко, А.П. Стахов // *Вісник Сумського державного університету. Серія Технічні науки*. – 2011. – № 3. – С. 141-149.

6. Monteiro P. Minimal and maximal Fibonacci Representations: Boolean Generation / P. Monteiro, R. Newcomb // *The Fibonacci Quarterly*. – 1976. – Vol. 14. – № 1. – P. 613-638.

7. Стахов А.П. Кодирование данных в информационно-реєструючих системах / А.П. Стахов, Б.Я. Лихтциндер, Ю.П. Орлович, Ю.А. Сторожук. – К., 1985. – 127 с.

8. Borisenko Alexei A. A New Approach to the Classification of Positional Numeral Systems / Alexei A. Borisenko, Vyacheslav V. Kalashnikov, Nataliya I. Kalashnykova, Tatiana A. Protasova // In: Rui Neves Silva et al. (Eds.), *IOS Press (The Netherlands), Series Frontiers of Artificial Intelligence and Applications (FAIA)*. – 2014. – Vol. 282. – P. 441-450.

9. Borysenko O.A. Chapter 14: Topological synthesis of basic information networks / O.A. Borysenko, L.B. Petryshyn // *The methodical and instrumental aspects of production engineering*. – Krakow, AGH University of science and technology. – 2014. – P. 208-222.

10. Березюк Н.Т. Кодирование информации / Н.Т. Березюк, А.Г. Андрущенко, С.С. Моцицкий. – Х., 1978. – 252 с.

11. Борисенко А.А. Об одном способе построения счетчиков Фибоначчи / А.А. Борисенко, А.П. Стахов, С.М. Маценко, В.В. Сиряченко // *Вісник Сумського державного університету. Серія Технічні науки*. – 2012. – № 3. – С. 165-170.

Поступила в редколлегию 24.02.2015

Рецензент: д-р физ-мат наук, проф. А.С. Опанасюк, Сумский государственный университет, Сумы.

ПРО ПЕРЕШКОДОСТІЙКІСТЬ ФІБОНАЧЧІЄВИХ ЧИСЕЛ

А.А. Борисенко, С.М. Маценко, С.М. Мальченков, О.І. Ямник

У статті проведена оцінка завадостійкості фібоначчієвих чисел, що утворюють разом із забороненими комбінаціями коди Фибоначчи. Для цієї мети визначається частка заборонених і дозволених комбінацій в цих кодах, що дозволяє порівнювати коди Фибоначчи з іншими переешкодостійкими кодами і оцінити їх ефективність для конкретних застосувань. Коди Фибоначчи ефективно можуть бути застосовані в системах збору та передачі інформації, які містять в якості датчиків інформації переешкодостійкі фібоначчієві лічильники імпульсів, реєстри, дешифратори та інші подібні пристрої, а в якості приймачів інформації комп'ютери. Використання фібоначчієвих чисел в подібних системах передачі інформації з попередньою цифровою обробкою дозволяє здійснити їх наскрізний контроль і тим самим збільшити достовірність збору, зберігання і передачі інформації.

Ключові слова: завадостійкість, фібоначчієві числа, частка.

ABOUT NOISE IMMUNITY OF FIBONACCI NUMBERS

A. A. Borisenko, S. M. Matsenko, S. M. Malchenkov, O. I. Yamnick

The paper assessed the noise immunity of the Fibonacci numbers, forming together with the forbidden combinations of Fibonacci codes. For this purpose, is determined by the proportion of forbidden and allowed combinations of codes that allows you to compare Fibonacci codes with the rest of fail-safe code, and evaluate their effectiveness for specific applications. Fibonacci codes can be effectively applied in the collection and transmission of information contained in an information noise-proof sensors Fibonacci pulse counters, registers, decoders and other similar devices, as well as the receivers of information computers. The use of Fibonacci numbers in such communication systems with advanced digital processing allows their traceability and thereby increase the accuracy of data collection, storage and transmission of information.

Keywords: noise immunity, Fibonacci numbers, fraction.