

УДК 534.14:535

О.В. Богданов

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Київ

## ЗАЛЕЖНІСТЬ ПРУЖНИХ КОЛИВАНЬ ПАКЕТУ ВІД МОДУЛЯ ЮНГА ВНУТРІШНЬОГО ШАРУ ПРИ ФОТОТЕРМОАКУСТИЧНОМУ ПЕРЕТВОРЕННІ

В статті розглянуто залежність амплітуди та фази стаціонарного пружного коливання, які виникають у тонкому тришаровому пакеті, від зміни однієї з фізичних характеристик внутрішнього шару. Проведено аналіз впливу на пружні коливання модуля пружності (Юнга). Зовнішні шари пакету виконані з однакового матеріалу. Постановка задачі виконана в рамках теорії незв'язаної термопружності. Отримані результати показують нелінійну залежність пружних коливань від вказаного параметру.

**Ключові слова:** тришаровий пакет, фототермоакустичне (ФТА) перетворення, пружні коливання, модуль пружності (Юнга).

### Вступ

Застосування ефекту фототермоакустичного (ФТА) перетворення можливе в багатьох сферах техніки. Одним з прикладів є дефектоскопія тонкошарових виробів, наприклад, в мікроелектроніці. Це пов'язано з можливістю безконтактного збудження пружних коливань в досить тонкому об'єкті дослідження.

Теоретична частина питання непогано розвинута, проте, на сучасному етапі велика кількість робіт присвячені періодичному у часі ФТА перетворенню [1, 2]. Слід також зауважити, що теоретичний аналіз, зазвичай, обмежується лише пружнодеформованим станом на «тіньовій» поверхні об'єкта, що характерно для задач дефектоскопії (термооптична генерація звукових хвиль [3]).

Але в присутніх у відкритому доступі дослідженнях не вистачає аналізу параметрів пружних коливань від певних фізичних властивостей матеріалу. Цей недолік є дуже суттєвим для задач дефектоскопії, оскільки «дефектний» внутрішній шар може відрізнитися від оточуючого матеріалу лише певними параметрами.

**Метою** цієї статті є аналіз залежності пружних коливань від зміни значення модуля Юнга в середньому шарі об'єкту. Розуміючи, що випадок, коли в матеріалі змінюється лише одна з фізичних характеристик, є гіпотетичним, такий аналіз є доцільним як складова дослідження залежності пружних коливань при ФТА перетворенні від загальною сукупності фізичних параметрів матеріалів.

**Постановка задачі.** Загальна постановка задачі вже наводилася [4], проте, для більш повного розуміння матеріалу, нагадаємо її. Розглядається пружний тришаровий пакет (Рис. 1), на який діє амплітудо-модульований оптичний (лазерний) потік. Шари 1 та 3 представляють один той самий матеріал, а шар 2 – будемо вважати «дефектним», відмінність якого

(від шарів 1 та 3) полягає у відмінності оптичного коефіцієнта поглинання.

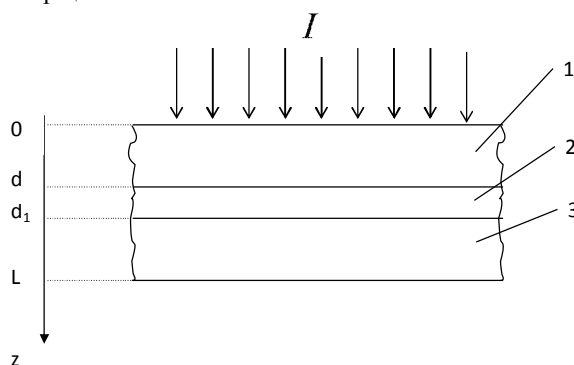


Рис. 1. Модель об'єкту дослідження

В результаті поглинання лазерного випромінювання в матеріалі об'єкта дослідження виникає неоднорідне теплове розширення шарів. Це теплове розширення, в свою чергу, викликає збудження в середовищі пружних коливань. Падіння лазерного потоку вважалось нормальним до границі розподілу повітря – пакет. Випромінювання було модульоване по інтенсивності

$$I = I_0 (1 + m \cdot \cos \omega t), \quad \omega = 2\pi f,$$

де  $m$  – коефіцієнт амплітудної модуляції (дорівнює 1),  $f$  – частота амплітудної модуляції.

В випадку генерації акустичних хвиль в тришаровому пакеті, 1 та 3 шари (Рис. 1) контактують з повітрям, передбачається що немає відтоку тепла з поверхонь зазначених шарів, а теплообмін протікає лише між шарами пакету, причому при переході тепла з одного шару в інший немає стрибків температури. Також було прийнято, що процес, який збуджується, змінюється в часі по гармонійному закону, а при його описі виправдано використання рівнянь теорії незв'язаної термопружності [4, 5].

Підсумовуючи усе раніш сказане, запишемо математичні рівняння, які описують процеси в пакеті, а також крайові умови для кожної з границь. При

зроблених допущеннях вихідна система включає в себе рівняння незв'язаної теплопровідності та рівняння руху кожного з пружних шарів ( $j=1-3$  в межах всього розділу):

$$\frac{\partial^2 \theta_j}{\partial z^2} - \frac{1}{\chi_j} \frac{\partial \theta_j}{\partial t} = -\frac{\beta_j G_j}{2\kappa_j} I_0 \exp(i\omega t - \beta_j z), \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial z^2} - \frac{1}{v_j^2} \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} = \eta_j \alpha_j \frac{\partial \theta_j}{\partial z}, \quad (2)$$

$$\sigma_j = C_j^T \frac{\partial u_j}{\partial z} - \alpha_j B_j^* \theta_j. \quad (3)$$

В приведених диференціальних рівняннях прийняті наступні позначення:

$\theta_j$  – різниця між температурою речовини в збудженому стані та температурою в стані спокою;

$\chi_j$ ,  $\kappa_j$ ,  $\beta_j$  – коефіцієнти теплопровідності, теплопровідності та оптичного поглинання, відповідно;

$G_1 = 1$ ,  $G_3 = \exp(-[\beta_1 - \beta_2]d - [\beta_2 - \beta_3]d_1)$ ,  $G_2 = \exp(-[\beta_1 - \beta_2]d)$ , – коефіцієнти для вирівнювання температурного поля (щоб на границях не було стрибків температури);

$$\omega = 2\pi f;$$

$u$  – виникаючі в шарі переміщення;

$v_j = \sqrt{(\lambda_j + 2\mu_j)/\rho_j}$  – швидкість розповсюдження пружних поздовжніх хвиль ( $\lambda_j$  та  $\mu_j$  – коефіцієнти Ламе,  $\rho_j$  – густина шару);

$\alpha_j$  – коефіцієнти лінійного теплового розширення матеріалу;

$$\eta_j = B_j^*/C_j^T, \quad B_j^* = 3\lambda_j + 2\mu_j, \quad C_j^T = \lambda_j + 2\mu_j.$$

Крайові умови запишуться в наступному вигляді:

на границі  $z = 0$ :

$$\kappa_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial z} = 0, \quad \sigma_1 = 0. \quad (4)$$

на границі  $z = d$ :

$$\theta_1 = \theta_2, \quad \kappa_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial z} = \kappa_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial z}, \quad (5)$$

$$u_1 = u_2, \quad \sigma_1 = \sigma_2.$$

на границі  $z = d_1$ :

$$\theta_2 = \theta_3, \quad \kappa_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial z} = \kappa_3 \frac{\partial \theta_3}{\partial z}, \quad (6)$$

$$u_2 = u_3, \quad \sigma_2 = \sigma_3.$$

на границі  $z = L$ :

$$\kappa_3 \frac{\partial \theta_3}{\partial z} = 0, \quad \sigma_3 = 0. \quad (7)$$

## Розв'язок задачі

Характер динамічного процесу змінюється в часі за гармонійним законом. Враховуючи те, що лазерне випромінювання генерує в середовищі пружні хвилі з частотою, рівною частоті амплітудної модуляції випромінювання [3], будемо шукати рішення у вигляді:

$$\begin{aligned} \theta(z, t) &= \Theta(z) \cdot e^{i\omega t}, \\ u(z, t) &= U(z) \cdot e^{i\omega t}. \end{aligned} \quad (8)$$

Розв'язуючи диференціальні рівняння (1), з урахуванням крайових умов (4) – (7), отримаємо наступні розв'язки для температурного поля в тришаровому пакеті

$$\begin{aligned} \Theta_j &= \left( C_{4j-3} \cdot \exp[-p_1 j z] + \right. \\ &\quad \left. + C_{4j-2} \cdot \exp[p_1 j z] \right) + \\ &\quad + S_{1j} \cdot \exp[-\beta_j z], \end{aligned} \quad (9)$$

де  $C_1 - C_{14}$  постійні інтегрування,

$$p_{1j} = \sqrt{\frac{\omega}{2\chi_j}}(1+i), \quad S_{1j} = \frac{\beta_j G_j I_0}{2\kappa_j (p_{1j}^2 - \beta_j^2)}.$$

Підставляючи (9) в рівняння (2), знаходимо розв'язок для перемішень пружного тришарового пакету:

$$\begin{aligned} U_j &= \left( -C_{4j-3} \cdot \exp[-p_1 j z] + \right. \\ &\quad \left. + C_{4j-2} \cdot \exp[p_1 j z] \right) \cdot M_{1j} + \\ &\quad + \left( C_{4j-1} \cdot \exp[-p_2 j z] + \right. \\ &\quad \left. + C_{4j} \cdot \exp[p_2 j z] \right) - \\ &\quad - S_{2j} \cdot \exp[-\beta_j z], \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{де } M_{1j} = \frac{\alpha_j \eta_j \cdot p_{1j}}{p_{1j}^2 - p_{2j}^2}, \quad p_{2j} = \frac{i\omega}{v_j}, \quad S_{2j} = \frac{\alpha_j \beta_j \eta_j \cdot S_{1j}}{\beta_j^2 - p_{2j}^2}.$$

Використовуючи отримані результати (9) та (10) знайдемо формули які описують теплові потоки та механічні напруги в шарах тришарового пружного пакету, підставляючи (9) та (10) в (3):

$$\begin{aligned} \kappa_j \frac{\partial \theta_j}{\partial z} &= \left( -C_{4j-3} \cdot \exp[-p_1 j z] + \right. \\ &\quad \left. + C_{4j-2} \cdot \exp[p_1 j z] \right) \cdot M_{2j} - \\ &\quad - S_{3j} \cdot \exp[-\beta_j z], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_j^\omega &= \left( C_{4j-3} \cdot \exp[-p_1 j z] + \right. \\ &\quad \left. + C_{4j-2} \cdot \exp[p_1 j z] \right) \cdot M_{3j} - \\ &\quad - \left( C_{4j-1} \cdot \exp[-p_2 j z] - \right. \\ &\quad \left. - C_{4j} \cdot \exp[p_2 j z] \right) \cdot M_{4j} + \\ &\quad + S_{4j} \cdot \exp[-\beta_j z], \end{aligned}$$

де  $M_{2j} = \kappa_j \cdot p_{1j}$ ,  $S_{3j} = \beta_j \kappa_j \cdot S_{1j}$ ,

$$M_{3j} = -\alpha_j B_j^* \frac{p_{2j}^2}{p_{2j}^2 - p_{1j}^2}, M_{4j} = C_j^T \cdot p_{2j},$$

$$S_{4j} = \frac{\alpha_j B_j^* p_{2j}^2}{p_{2j}^2 - \beta_j^2} \cdot S_{1j}. [4]$$

### Чисельні дослідження

Фізичні властивості шарів 1 та 3 (Рис. 1) обираємо рівними властивостям кремнію, оскільки саме цей матеріал є базовим для побудови сучасних мікросхем:

$$\alpha = 2,33 \cdot 10^{-6} \text{ м/град}, \quad \kappa = 156 \text{ Вт/м},$$

$$\beta = 1,2 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}, \quad \chi = 8,8 \cdot 10^{-5} \text{ град/с},$$

$$\nu = 8,43 \cdot 10^3 \text{ м/с}, \quad E = 10^{11} \text{ Па},$$

$$\nu = 0,27.$$

Для математичного моделювання було обрано випадок, коли модуль пружності другого шару може відрізнитися від модуля пружності «зовнішніх» шарів на порядок, як менше, так і в більшу сторону [6].

Результати чисельного дослідження для амплітудної модуляції оптичного випромінювання з частотами 100 Гц та 500 Гц представлені на Рис. 2; на Рис. 3 частоти амплітудної модуляції становили 1 кГц та 5 кГц.

З наведених кривих на Рис. 2 та Рис. 3, бачимо, що характер залежності пружних коливань, від зміни значення модуля пружності, має нелінійний вигляд. Особливістю залежності амплітуди пружних коливань повторюваність значень при двох різних значеннях модуля пружності, що вносить невизначеність для дефектоскопії матеріалів.

З іншого боку фаза пружних коливань змінюється однозначно в залежності від зміни модуля Юнга. Цей факт вказує на шлях реєстрації відмінності модуля пружності під час ФТА дефектоскопії.

### Висновки

У статті розглянуто залежність амплітуди та фази пружних коливань від зміни модуля пружності внутрішнього шару пружного тришарового пакету. Отримані результати показали нелінійність залежностей, що розглядалися. Показано, що зміну модуля Юнга можна реєструвати лише при одночасному аналізі амплітуди та фази пружних коливань.

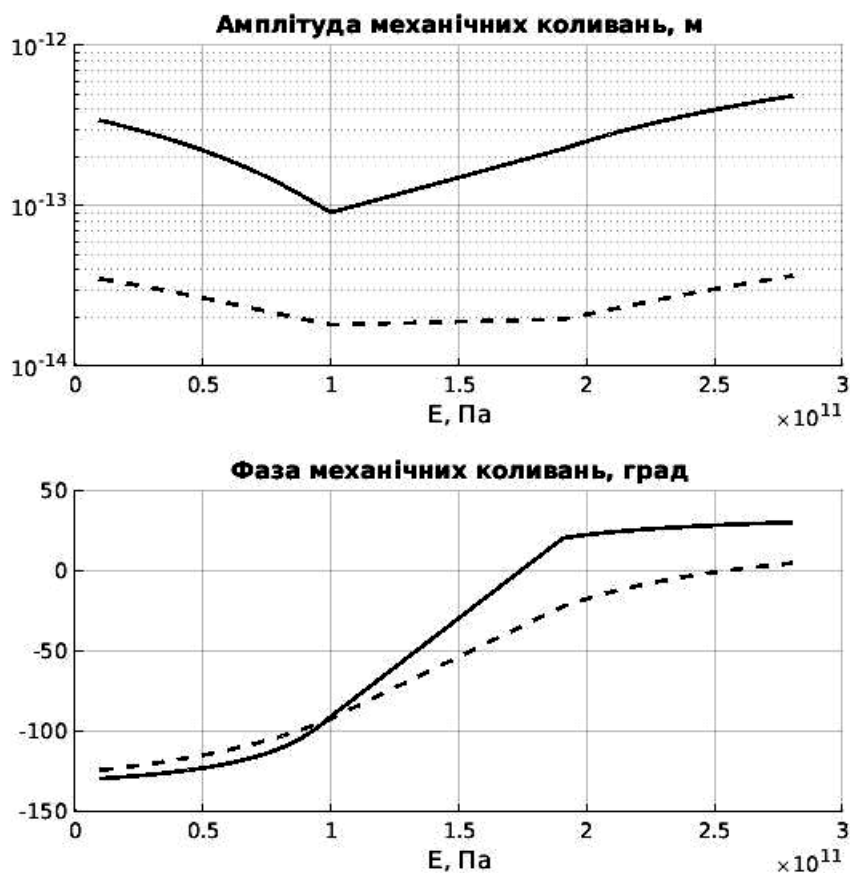


Рис. 2. Зміна амплітуди та фази механічних коливань «тіньової» поверхні тришарового пакета при частотах амплітудної модуляції оптичного випромінювання «-» – 100 Гц та «- -» – 500 Гц

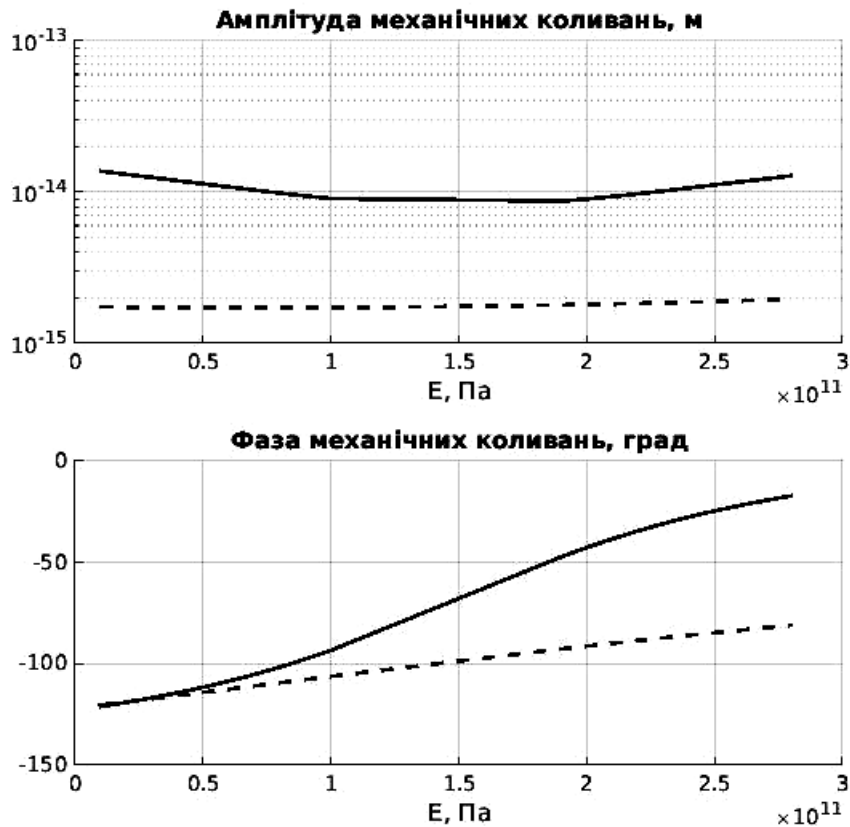


Рис. 3. Зміна амплітуди та фази механічних коливань «тіньової» поверхні тришарового пакета при частотах амплітудної модуляції оптичного випромінювання «-» – 1 кГц та «- -» – 5 кГц

### Список літератури

1. Термооптическое возбуждение четырехслойного пакета, содержащего электроупругий элемент / А.Э. Бабаев, В.Г. Савин, А.В. Богданов, А.В. Сотников // Электроника и связь. – 2002. – №15. – С. 20-24.
2. Гузь А.Н. Дифракция упругих волн в многосвязных телах / А.Н. Гузь, В.Т. Головчан. – К.: Наукова думка, 1972. – 254 с.
3. Кикоин И.К. Таблицы физических величин: Справочник / Под ред. акад. И.К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с.
4. Коваленко А.Д. Термоупругость / А.Д. Коваленко. – К.: Вища школа, 1975. – 216 с.

5. Корнаухов В.Г. Тепловое разрушение полимерных элементов конструкций при моногармоническом деформировании / В.Г. Корнаухов // Прикладная механика. – 2004. – Т. 40, № 6. – С. 30-70.

6. Ляшнев Л.М. Лазерное термооптическое возбуждение звука / Л.М. Ляшнев; отв. ред. В.И. Ильичев; АН СССР, Акустический институт им. Н. Н. Андреева. – М.: Наука, 1989. – 237 с.

Надійшла до редколегії 21.04.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.М. Петрищев, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Київ.

### ЗАВИСИМОСТЬ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ ПАКЕТА ОТ МОДУЛЯ ЮНГА ВНУТРЕННЕГО СЛОЯ ПРИ ФОТОТЕРМОАКУСТИЧЕСКОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ

А.В. Богданов

В статье рассмотрены зависимость амплитуды и фазы стационарного упругого колебания, которые возникают в тонком трехслойном пакете, от изменения одного из физических характеристик внутреннего слоя. Проведен анализ влияния на упругие колебания модуля упругости (Юнга). Внешние слои пакета выполнены из одинакового материала. Постановка задачи выполнена в рамках теории несвязанной термоупругости. Полученные результаты показывают нелинейную зависимость упругих колебаний от указанного параметра.

**Ключевые слова:** трехслойный пакет, фототермоакустическое (ФТА) преобразования, упругие колебания, модуль упругости (Юнга).

### THE DEPENDENCE OF THE ELASTIC VIBRATIONS PACKAGE OF YOUNG'S MODULUS OF THE INNER LAYER WHEN PHOTO THERMO ACOUSTIC CONVERTING

O.V. Bogdanov

In the article the dependence of the amplitude and phase of steady elastic vibrations occurring in a thin three-layer package of changes in the physical characteristics of one of the inner layer. An analysis of the elastic vibrations elastic modulus (Young's). Package outer layers are made of the same material. Problem is made in the framework of unbound thermoelasticity. The results show a nonlinear dependence of elastic waves from said parameter.

**Keywords:** three-layer package, photo thermo acoustic (PTA) conversion, elastic vibrations, elastic modulus (Young's).