

УДК 004.932.72'1

Н.Ю. Дихтяр<sup>1</sup>, Я.С. Мовсесян<sup>1</sup>, В.Е. Саваневич<sup>1</sup>, Е.Н. Диков<sup>2</sup><sup>1</sup> Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков<sup>2</sup> НИПКТИ микрографии, Харьков

## ДЕКОМПОЗИЦИЯ ОБЩЕЙ ЗАДАЧИ ОТОЖДЕСТВЛЕНИЯ АСТРОНОМИЧЕСКИХ КАДРОВ СО ЗВЕЗДНЫМИ КАТАЛОГАМИ НА СОВОКУПНОСТЬ ЧАСТНЫХ ЗАДАЧ

*Разработан метод отождествления измерений кадра астрономического телескопа и формуляров звездного каталога с декомпозицией общей задачи о назначениях на совокупность частных задач. Данный метод включает в себя операции формирования групп близких объектов, межгруппового и внутригруппового отождествления при которых измерения и группы близких измерений кадра отождествляются с формулярами и группами близких формуляров каталога. Метод позволяет на порядки снизить вычислительные затраты при автоматическом отождествлении измерений кадра с формулярами каталога.*

**Ключевые слова:** измерение кадра, формуляр каталога, межгрупповое отождествление внутригрупповое отождествление, группа близких объектов.

### Введение

Астрометрические исследования объектов Солнечной системы и других небесных объектов, продолжают оставаться актуальными. При этом выдвигаются достаточно высокие требования к точности астрономических наблюдений. Неотъемлемым этапом обработки астрономических изображений является их отождествление со звездными каталогами и взаимное отождествление между собой. При обработке кадров астрономических наблюдений данная операция выполняется путем отождествления астрономических измерений с формулярами звездного каталога. Метод отождествления предназначен для нахождения попарного соответствия между совокупностью сформированных на кадре измерений и множеством объектов звездного каталога, принадлежащих той же области небесной сферы, что и сформированный кадр.

**Анализ литературы.** Исследуемая задача рассматривалась во многих работах [1 – 6].

В работе [1] разработан метод отождествления измерений кадра астрономического телескопа с формулярами звездного каталога. Данный метод отождествления позволяет найти попарное соответствие между совокупностью сформированных на кадре измерений и множеством объектов звездного каталога, принадлежащих той же области небесной сферы, что и сформированный кадр. Задача отождествления сведена к задаче о назначениях на двудольном графе. Для решения задачи предлагается использовать венгерский метод [7 – 9].

Использование венгерского метода существенно экономнее глобального перебора гипотез о сочетании пар измерение кадра – формуляр каталога.

Однако при увеличении среднего количества измерений на кадре до десятков тысяч и венгерский метод перестает быть реализуемым за приемлемое время.

Статья посвящена исследованию отождествления измерений кадра с формулярами звездного каталога.

**Объектом исследования** в данной статье являются методы решения задачи исследования.

**Цель исследования** – сокращение вычислительных затрат при автоматическом отождествлении измерений кадра астрономического телескопа с формулярами звездного каталога.

### Общая задача отождествления измерений кадра и формуляров звездного каталога

Задача отождествления измерений кадра и формуляров каталога графически может быть представлена двудольным графом (рис. 1).

Множество вершин двудольного графа [10, 11]  $\Omega_{\text{catn}}$  можно разбить на два непересекающихся подмножества  $\Omega_{\text{cat1}}$  и  $\Omega_{\text{frame2}}$  так, что каждое ребро графа соединяет какую-нибудь вершину  $\Omega_{\text{cat1}}$  с какой-нибудь вершиной  $\Omega_{\text{frame2}}$ .

При этом

$$\Omega_{\text{cat1}} = \{\Theta_{11}, \dots, \Theta_{Q_{\text{cat1}}}\} \text{ и}$$

$$\Omega_{\text{frame2}} = \{\Theta_{12}, \dots, \Theta_{Q_{\text{frame2}}}\}$$

являются, соответственно, множествами измерений кадра и формуляров каталога, а дуги графа взвешены весами  $\alpha_{ij(k)}$  отождествления  $i$ -го измерения кадра и  $j$ -го формуляра каталога.

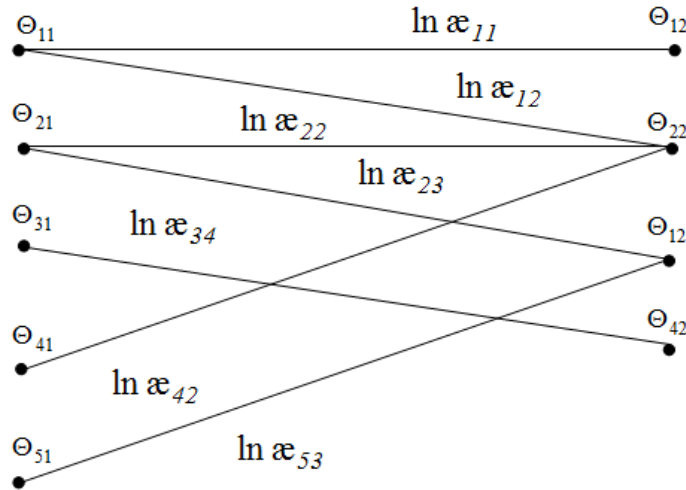


Рис. 1. Представление процесса отождествления измерений кадра и формуляров каталога двудольным графом

При этом задача отождествления кадра и каталога сводится к задаче о назначениях, которая формулируется следующим образом. Задано множество измерений кадра, каждое из которых может быть отождествлено с некоторыми из формуляров каталога. Вес отождествления измерения и формуляра  $\Theta_{\text{infr}}$  и  $\Theta_{\text{jnc}}$  при этом будет равен  $\alpha_{ij(k)}$ , что соответствует расстоянию между объектами пары. Необходимо найти наилучшее назначение.

Граф отождествления можно представить в виде матрицы смежности [12]  $\Pi_{\text{adj}}(\Omega_{\text{catm}})$ , элементами которой являются веса отождествления  $\alpha_{ij(k)}$ .

$$\Pi_{\text{adj}}(\Omega_{\text{catk}}) = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1Q_c} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2Q_c} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{Q_c 1} & \alpha_{Q_c 2} & \dots & \alpha_{Q_c Q_c} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Матрица смежности дополняется весами  $\ln C$ , для нулевой вероятности отождествления формуляров, и весом  $n \ln C$ , где  $n \gg 1$ , для вероятности отождествления фиктивных формуляров. После доопределения задачи отождествления к задаче о назначениях с однозначным решением в матрице смежности количество строк равно количеству столбцов. Строка матрицы смежности представляет собой веса отождествления  $i$ -го измерения кадра со всеми формулярами каталога, включая фиктивные.

Из каждой строки матрицы выбирается по одному элементу  $\alpha_{ij(k)}$ . При выборе элементов из строк матрицы  $\Pi_{\text{adj}}(\Omega_{\text{catn}})$  (2) необходимо, чтобы выбранные элементы находились в разных столбцах. Иначе получится, что несколько измерений кадра назначаются одному формуляру каталога.

Другими словами, для решения задачи отождествления измерений кадра и формуляров каталога необходимо выбрать из матрицы  $\Pi_{\text{adj}}(\Omega_{\text{catn}})$  (1) такую последовательности элементов (по одному из каждой строки и каждого столбца матрицы), суммарный вес которых имеет максимальное значение, при выполнении условия  $i(k) \neq j(l)$ ,  $k \neq l$ :

$$\sum_{k=1}^N \alpha_{ij(k)} \rightarrow \max. \quad (2)$$

Количество возможных вариантов отождествления  $Q_c$  измерений кадра и  $Q_c$  формуляров каталога равно  $Q_c!$ . Поэтому отождествление методом полного перебора не может быть реализовано за приемлемое время даже при малом количестве измерений (формуляров каталога). В этой связи отождествление измерений кадра и формуляров каталога (24) предложено выполнять венгерским методом [7 – 9] трудоемкость решения которого составляет  $O(n^3)$  приведенных операций [8].

### Декомпозиция общей задачи о назначениях на совокупность частных задач

Решение задачи о назначениях венгерским методом значительно сократит время обработки данных. Однако при увеличении количества отождествляемых измерений (формуляров) вычислительная сложность отождествления резко возрастает, а время решения задачи становится неприемлемо большим.

Выходом из описанной ситуации с неприемлемым временем отождествления измерений кадра и формуляров каталога может быть декомпозиция общей задачи о назначениях на частные подзадачи. Возможность данной декомпозиции вызвана самой физической природой исходных данных. Звезды на

небе чаще всего являются одиночными объектами. Реже, они группируются в небольшие кластеры, группы. При наличии хорошего начального приближения перепутать между собой одиночные звезды практически невозможно.

Также невозможно перепутать соседние кластеры, группы.

Иными словами анализ множеств измерений кадра и формуляров каталога позволяет сделать вывод о том, что соответствующие им двудольные графы существенно неполны и большинство пар измерений кадра с формулярами каталога имеют практически нулевую вероятность отождествления. Вместе с тем в долях двудольного графа, представляющего отождествляемые измерения кадра и формуляры каталога, можно выделить независимые подмножества вершин:  $\Omega_{cat1i}$ ,  $\Omega_{cat2j}$ ,  $\Omega_{cat1i} \in \Omega_{cat1}$ ,  $\Omega_{cat2j} \in \Omega_{cat2}$ . Причем любые измерения подмножества  $\Omega_{cat1i}$  могут отождествляться только с формулярами одного из подмножеств  $\Omega_{cat2j}$ . При данных особенностях решение общей задачи о назначениях можно заменить совокупностью решений частных задач о назначениях для каждой пары подмножеств  $\Omega_{cat1i}$ ,  $\Omega_{cat2j}$ .

При декомпозиции общей задачи о назначениях на частные подзадачи отпадает смысл формирования общей матрицы смежности. Для решения частных подзадач формируются частные матрицы смежности. Количество строк такой матрицы соответствует количеству измерений кадра в подмножестве  $\Omega_{cat1i}$ , количество столбцов соответствует количеству формуляров подмножества  $\Omega_{cat2j}$ .

## Метод формирования групп близких объектов

При декомпозиции общей задачи о назначениях на частные подзадачи необходимо предварительно группировать в кластеры объекты, которые находятся близко друг к другу. Такие группы объектов можно назвать группами близких объектов. Группы близких объектов достаточно удалены друг от друга, а их объекты не могут принадлежать другим группам близких объектов.

В работе группы близких объектов формируются с использованием критерия ближайшего соседа [13, 14], который использует метрику ближайшего соседа:

$$r_{iknear} = \min_{j \in \Omega_{knear}} \sqrt{(x_{jknear} - x_{iknear})^2 + (y_{jknear} - y_{iknear})^2} \quad (3)$$

где  $\Omega_{knear}$  – множество объектов  $k$ -ой группы близких объектов;  $k_{near}$  – номер группы близких объектов;  $r_{iknear}$  – расстояние между  $i$ -м объектом и  $k$ -ой группой близких объектов;  $x_{nk}$ ,  $y_{nk}$  – координаты  $n$ -го объекта  $k$ -ой группы близких объектов;

Два объекта принадлежат одной группе близких объектов, если расстояние между ними меньше наперед заданной константы  $r_{mea\_group}$  или если между указанными объектами есть объекты, составляющие цепь, в которой расстояние между соседними объектами цепи не превышает заданное предельное расстояние  $r_{mea\_group}$  между соседними объектами группы (рис. 2).

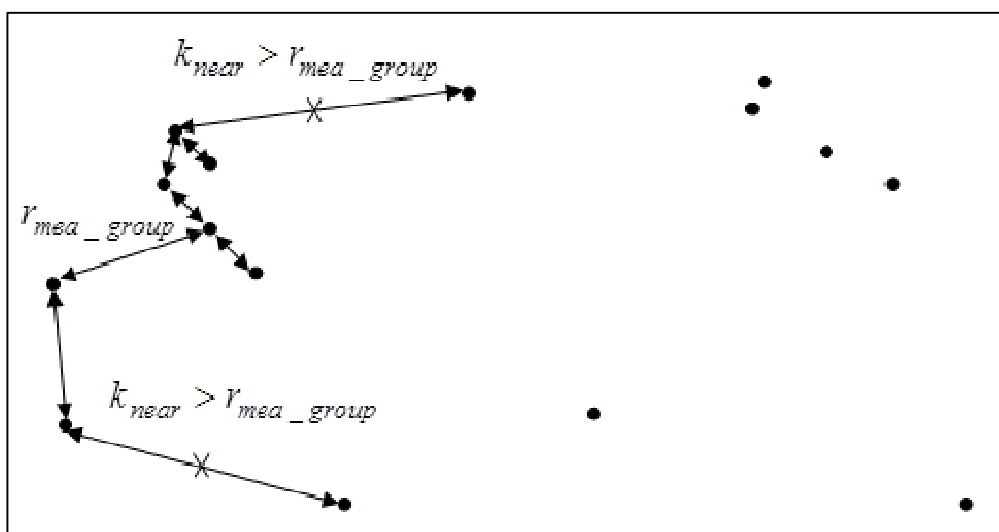


Рис. 2. Формирование групп близких объектов

Для формирования групп близких объектов (измерений кадра, формуляров каталога, соответ-

ствующих близким объектам) предложен метод, включающий такую последовательность действий.

1. Создается группа близких объектов, в которую входит первое измерение кадра (первое изолированное измерение кадра), которое не входит в состав ни одной из ранее введенных групп.

2. Производится поиск соседних измерений (не входящих в другие группы, находящихся от данного измерения группы на расстоянии меньшем, чем заданное предельное расстояние  $r_{\text{mea\_group}}$  между соседними объектами группы).

3. Если такое измерение кадра найдено, то оно добавляется в данную группу.

4. Операции, описанные в п. 2 и 3 производятся для каждого измерения, попавшего в данную группу.

5. Группа считается заполненной, когда произведен поиск соседних измерений кадра для всех измерений группы.

6. Формирование групп измерений на кадре считается законченным, когда на кадре не осталось ни одного измерения, не входящего в какую-либо группу.

Данные операции осуществляются как на множестве измерений кадра, так и на множестве формуляров каталога.

Значительная часть измерений кадра (формуляров каталога) расположена достаточно удаленно друг от друга. Следовательно, это измерения (формуляры каталога), которые не могут быть включены в состав групп близких объектов по указанной причине.

Такие измерения (формуляры каталога) являются изолированными и называются одиночными объектами/измерениями/формулярами, они же являются группой близких объектов, состоящей из одного объекта. Использовать для отождествления одиночных измерений венгерский метод нет необходимости.

Для сокращения вычислительных затрат по формированию групп близких объектов целесообразно использовать предварительное разбиение объектов (измерений кадра, формуляров каталога) на классы согласно методам иерархической классификации [2].

### **Межгрупповое и внутригрупповое отождествление измерений кадра с формулярами звездного каталога**

После того как были сформированы группы близких объектов/измерений на кадре и группы близких объектов/формуляров в каталоге (или сформированы группы близких объектов/измерений двух отождествляемых кадров) выполняется отождествление измерений/формуляров.

Отождествление содержит в себе операции межгруппового и внутригруппового отождествления.

На этапе межгруппового отождествления проводится проверка принадлежности очередного измерения/формуляра одной из групп близких объектов в отождествляемом каталоге (втором кадре). При отождествлении очередного измерения первого кадра с группой близких объектов каталога (второго кадра) все объекты/измерения его группы близких объектов первого кадра ставятся в соответствие отождествленной группе близких объектов каталога (второго кадра).

Несмотря на это, все измерения соответствующей группы кадра (первого кадра) все равно проверяются на соответствие другим измерениям каталога (второго кадра).

Может так выйти, что измерениям одной группы близких объектов кадра (первого кадра) будет поставлено в соответствие несколько групп близких объектов каталога (второго кадра) и наоборот.

После выполнения межгруппового отождествления выполняется этап внутригруппового отождествления.

На этом этапе производится отождествление между объектами, принадлежащими отождествленным ранее группам близких объектов по одной или нескольким кадрам и каталога (с каждого кадра). Для проведения внутригруппового отождествления используется венгерский метод [7 – 9].

**Метод отождествления измерений кадра с формулярами каталога с декомпозицией** включает следующую последовательность операций.

1. Формирование групп близких измерений на множестве измерений кадра и групп близких формуляров на множестве формуляров каталога (для этого используется предложенный авторами и ранее описанный в работе метод).

2. Межгрупповое отождествление измерений кадра и формуляров каталога, при котором измерения и группы близких измерений кадра отождествляются с формулярами и группами близких формуляров каталога.

3. Внутригрупповое отождествление измерений кадра и формуляров каталога при котором измерения группы близких измерений отождествляются с формулярами соответствующей группы близких формуляров.

Как было отмечено в работе [1], время отождествления 20 измерений прямым перебором превышает 385 лет.

При использовании венгерского метода данная задача может быть решена за 0,00023 с.

Для исследований был использован компьютер на базе 4-ядерного процессора Intel Core i7-920 XM Processor Extreme Edition с тактовой частотой 2GHz.

Разбиение отождествления на межгрупповое и внутригрупповое приводит к декомпозиции одной общей задачи о назначениях на большое количество частных подзадач. Это на порядки снижает вычислительную сложность отождествления кадров звездного неба со звездными каталогами.

Наглядным примером снижения вычислительной сложности отождествления с помощью декомпозиции может быть отождествление 25 000 изме-

рений (формуляров). Такое количество измерений на кадре характерно для многих астероидных обзоров [15, 16]. Время решения общей задачи отождествления венгерским методом составит примерно 4592 с (табл. 1).

В то же время, суммарное время решения 1250 (25 000/20) частных задач отождествления двадцати измерений с формулярами каталога составит 0.2875 с.

Таблица 1

Зависимость времени отождествления от количества отождествляемых измерений (экспериментальные данные)

Количество измерений	Время отождествления (с)	Количество измерений	Время отождествления (с)	Количество измерений	Время отождествления (с)
2	0,000013	80	0,0019	1000	0,93
3	0,00002	90	0,0024	2000	3
4	0,000023	100	0,0029	3000	9
7	0,000046	200	0,0128	5000	38
10	0,000093	300	0,0386	10000	295
20	0,00023	400	0,08	15000	993
30	0,00037	500	0,15	20000	2351
40	0,00058	600	0,22	25000	4592
50	0,00085	700	0,33	30000	7937
60	0,0011	800	0,49	50000	36775
70	0,0015	900	0,72	80000	150742

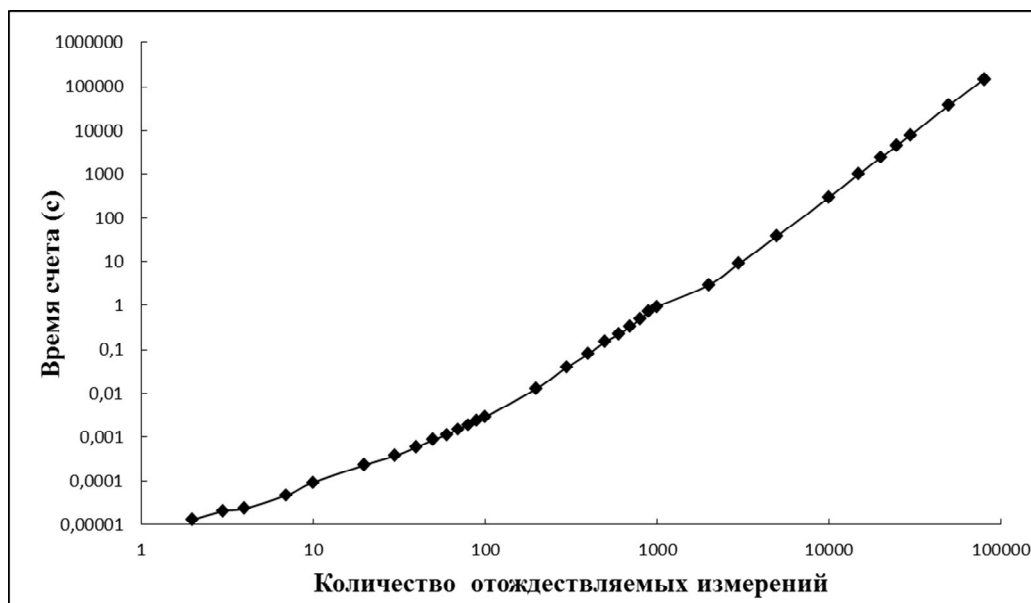


Рис. 3. Зависимость времени отождествления от количества отождествляемых измерений

## Выводы

В работе предложена декомпозиция задачи отождествления астрономических кадров со звезд-

ными каталогами. При этом разработан метод отождествления измерений кадра с формулярами каталога с декомпозицией. Метод включает следующие операции:

формирования групп близких измерений на множестве измерений кадра и групп близких формуляров на множестве формуляров каталога;

межгруппового отождествления измерений кадра и формуляров каталога, при котором измерения и группы близких измерений кадра отождествляются с формулярами и группами близких формуляров каталога;

внутригруппового отождествления измерений кадра и формуляров каталога, при котором измерения группы близких измерений отождествляются с формулярами соответствующей группы близких формуляров.

Разработанный метод позволяет (рис. 3) на порядок снизить вычислительные затраты на отождествление (4 порядка для 25 000 измерений кадра).

### Список литературы

1. Отождествление измерений кадра с формулярами каталога / Н.Ю. Дихтяр, Я.С. Мовсесян, В.Е. Саваневич, А.Б. Брюховецкий. // Сб. науч. тр. НАУ ХАИ Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии – № 67. – 2015. – С. 25-31.

2. Дихтяр Н.Ю. Метод иерархического отождествления измерений кадра астрономического телескопа с формулярами звездного каталога / Н.Ю. Дихтяр, В.Е. Саваневич, Я.С. Мовсесян // Вестник НТУ «ХПИ». – Х.: НТУ «ХПИ», 2015. – Вып. 47(1189). – С. 35-42.

3. Automated Astrometry / D.W. Hogg, M. Blanton, D. Lang et al. // Astronomical Data Analysis Software and Systems XVII, R. W. Argyle, P. S. Bunclark, and J. R. Lewis, eds., ASP Conference Series 394 – 2008 – p. 27-34

4. Hogg D.W. Astronomical imaging: The theory of everything [Электронный ресурс] / D.W. Hogg, D. Lang. – Режим доступа к ресурсу: <http://arxiv.org/pdf/0810.3851v1.pdf> – Название с экрана.

5. Изучение объектов околоземного пространства и малых тел Солнечной системы: сб. научн. тр. – Николаев, Атолл, 2007 – 356 с.

6. Cross identification of stars with unknown proper motions / G. Kerekes, T. Budavári, I. Csabai et al // The Astrophysical Journal. – 2010. – V. 719, N. 1 – P. 19-59

7. Burkard R.E. Assignment Problems / R.E. Burkard, M. Dell'Amico, S. Martello // Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM, 3600 Market Street, Floor 6, Philadelphia, PA 19104), 2009. – P. 382

8. Kuhn H.W. The Hungarian Method for the Assignment Problem / H.W. Kuhn // 50 Years of Integer Programming 1958-2008, 2009. – P. 29-47

9. Wright M.B. Speeding up the Hungarian algorithm / M.B. // Wright Computers and Operations Research archive. – 1990. – Vol. 17, issue 1. – P. 95-96

10. Diestel R. Graph Theory / R. Diestel // Springer-Verlag, Heidelberg, 2010. – 451 p.

11. Tutte W.T. Graph Theory Cambridge Mathematical Library / W.T. Tutte. – January 29, 2001. – 333 p.

12. Cohen R. Complex Networks: Structure, Robustness and Function / R. Cohen, S. Havlin // Cambridge University Press, 2010. – 248 p.

13. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности / С.А. Айвазян, В.М. Бухштабер, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.

14. Cluster Analysis / B.S. Everitt, S. Landau, M. Leese, D. Stahl // John Wiley & Sons, 2011 – 346 p.

15. Научная сеть оптических инструментов для астрометрических и фотометрических наблюдений / И.Е. Молотов, В.М. Агапов, В.В. Курьянов и др. // Известия Главной астрономической обсерватории в Пулковке. – 2009. – № 219, вып. 1. – С. 233-248.

16. Концепция системы противодействия космическим угрозам: астрономические аспекты / Б.М. Шустов, Л.В. Рыжова, Ю.П. Кулешов и др. // Астрономический вестник. – 2013. – Т. 47, № 4, – С. 327-340.

Поступила в редколлегию 22.05.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И.В. Гребенник, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

### ДЕКОМПОЗИЦІЯ ЗАГАЛЬНОЇ ЗАДАЧІ ОТОТОВЖЕННЯ АСТРОНОМІЧНИХ КАДРІВ С ЗІРКОВИМ КАТАЛОГОМ НА СУКУПНІСТЬ ЧАСТКОВИХ ЗАДАЧ

М.Ю. Діхтяр, Я.С. Мовсесян, В.Є. Саваневич, Є.М. Діков

У статті розроблений метод ототожнення вимірів кадру астрономічного телескопа з формулярами зоряного каталогу з декомпозицією загальної задачі про призначення на сукупність часткових задач. Даний метод включає в себе операції формування груп близьких об'єктів, міжгрупового і внутрішнього групового ототожнення при яких вимірювання та групи близьких вимірювань кадру ототожнюються з формулярами і групами близьких формулярів каталогу. Розроблений метод дозволяє на порядки знизити обчислювальні витрати при автоматичному ототожненні вимірювань кадру з формулярами каталогу.

**Ключові слова:** вимірювання кадру, формуляр каталогу, міжгрупове ототожнення внутрішнього групове ототожнення, група близьких об'єктів.

### DECOMPOSITION GENERAL TASK OF IDENTIFICATION ASTRONOMICAL FRAMES WITH STARS CATALOGS ON THE TOTALITY OF PARTICULAR TASKS

M. Yu. Dikhtyar, Ya.S. Movsesian, V. Ye. Savanevych, E.N. Dikov

Developed the method of identifying frames measurements of astronomical telescope and of the star forms directory with decomposition of general assignment task into a set of specific tasks. This method includes the steps of forming a group of close objects, intergroup and intragroup identification. Measurements and group of close measurement of frame identified with the form and group of close forms of the catalog. The developed method allows to reduce the computational cost for automatic identification of the frame measurement with the form catalog.

**Keywords:** measurement of frame, form catalog, intergroup identification, intragroup identification, a group of close objects.