УДК 519.863

І.С. Романченко, М.М. Потьомкін

Центральний науково-дослідний інститут Збройних Сил України, Київ

МЕТОД TOPSIS-ЯДРО ТА ЙОГО ВИКОРИСТАННЯ ДЛЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОГО ПОРІВНЯННЯ АЛЬТЕРНАТИВ

Наведено метод TOPSIS та результати його аналізу. Показано, що він належить до групи методів, призначених для ранжування альтернатив. Однак його основна ідея щодо порівняння альтернатив за двома критеріями може бути покладена в основу нового методу – TOPSIS-ядро, який буде належати до іншої групи методів, призначених для формування ядра, яке буде містити або одну найкращу альтернативу, або декілька непорівнянних альтернатив, найбільш перспективних для подальшого аналізу. Для нового методу наведені розрахункові залежності, а також правила порівняння альтернатив, які забезпечують формування ядра. Можливість практичного використання методу TOPSIS-ядро показана на прикладах. Порівняння результатів розрахунків за відомими та новим методами свідчить, що використання методу TOPSIS-ядро в комбінації з іншими методами дозволяє підвищити обґрунтованість розроблюваних рекомендації або визначити перспективні альтернативи, які залишились поза увагою інших методів. Це дозволяє зробити висновок, що використання запропонованого методу TOPSIS-ядро може бути достатньо перспективним під час багатокритеріальної оптимізації складних об'єктів.

Ключові слова: *багатокритеріальна оптимізації; метод TOPSIS; метод формування ядра.*

Вступ

Постановка проблеми у загальному вигляді. На теперішній час в ході проведення досліджень у воєнній справі широко використовуються методи багатокритеріальної оптимізації, які ґрунтуються на порівнянні альтернатив. Такі методи застосовуються при дослідженні проблемних питань як в галузі будівництва Збройних Сил, так і воєнного мистецтва [1, 2].

Одним з підходів до багатокритеріального порівняння альтернатив є формування ядра, яке містить альтернативи, найбільш перспективні для подальшого аналізу [3]. Найбільш поширеним методом такого класу є Парето-оптимізація, яка дозволяє виключити з вихідної множини ті альтернативи, які однозначно поступаються іншим. Однак метод Парето має обмежені спроможності аналізу внаслідок того, що під час порівняння альтернатив він оперує лише значеннями показників, якими характеризуються альтернативи, зокрема, без урахування їхньої важливості. В результаті, в загальному випадку, залишається достатньо велика кількість альтернатив, які потребують подальшого аналізу.

Тому розвиток методичного апарату, зокрема, розроблення методів, які дозволяють отримати ядро з меншою кількістю альтернатив, є, на наш погляд, актуальним напрямком досліджень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Одним з методів, який досить широко використовується для багатокритеріального аналізу альтернатив, є метод TOPSIS [4], який передбачає розв'язання багатокритеріальної задачі оптимізації у такій постановці.

Нехай є множина з N альтернативних варіантів деякої системи, кожний з яких характеризується множиною з R показників, за якими оцінюється її функціонування. Окрім того, є множина вагових коефіцієнтів w_j ($j = 1, ..., R$), елементи якої характеризують важливість кожного з показників, а також для кожного показника визначений критерії його оптимізації (на максимум або мінімум). За такими даними необхідно побудувати пріоритетний ряд наявних альтернативних варіантів відповідно до ступеня їх відносної переваги.

Метод TOPSIS орієнтований на оцінювання альтернативи відносно найкращої та найгіршої точок, для чого виконуються такі дії.

У першу чергу здійснюється нормалізація вихідних даних за формулою:

$$r_{ij} = E_{ij} \Big/ \sqrt{\sum_j E_{ij}^2}\ , \qquad (1)$$

У разі необхідності врахування важливості показників w_j, нормалізовані дані масштабують:

$$v_{ij} = w_j\, r_{ij}\ , \qquad (2)$$

а серед них для кожного j-го показника визначають найкращу V_j^+ та найгіршу V_j^- точки.

Відстані до найкращої (S_i) та найгіршої (R_i) точок розраховують за формулами:

$$S_i = \sqrt{\sum_j (v_{ij} - V_j^+)^2}\ ,\ \ R_i = \sqrt{\sum_j (v_{ij} - V_j^-)^2}\ . \qquad (3)$$

Узагальнений показник, який характеризує *i*–ту альтернативу, має вигляд

$$C_i^* = R_i \big/ \left(S_i + R_i\right). \qquad (4)$$

Найкращою вважається альтернатива, які відповідає найбільше значення показника C_i^*, тобто пріоритетний ряд альтернатив необхідно будувати за його зменшенням.

Таким чином, можна зробити висновок, що використання методу TOPSIS під час визначення найкращих альтернатив надає можливість охарактеризувати їх комплексно, що і стало причиною його достатньо широкого використання під час обґрунтування раціональних рішень та оптимізації складних систем,

© І.С. Романченко, М.М. Потьомкін

зокрема, під час вибору ефективних методів зберігання медичної інформації [4], для вибору видів біопалива [5] тощо. Відповідно до [6], методи багатокритеріального аналізу альтернатив можна поділити на такі основні групи, відповідно до вирішуваних з їх використанням типів задач: *перша група* – задачі вибору однієї найкращої альтернативи; *друга група* – задачі ранжування альтернатив за перевагою; *третя група* – задачі кластеризації альтернатив у деякі однорідні групи, при цьому усі альтернативи однієї групи повинні бути достатньо близькими; *четверта група* – задачі опису альтернатив на основі їх характерних особливостей (ознак, властивостей тощо).

За своїм основним призначенням метод TOPSIS належить до методів другої групи, однак використовуючи його основну ідею щодо оцінювання альтернатив за двома показниками (віддаленості від найгіршої точки та наближеності до найкращої точки), на його основі можна створити метод четвертої групи, який (за аналогією з методом ELECTRE I), буде формувати ядро, до якого увійдуть альтернативи зі специфічними властивостями. Зокрема, якщо в ядрі буде лише одна альтернатива, то вона буде найкращою, тобто порівняно з іншими розглядуваними альтернативами вона одночасно максимально віддалена від найгіршої точки та максимально наближена до найкращої точки. Якщо ж у ядрі буде декілька альтернатив, то це буде означати, що серед них неможливо обрати найкращу тому, що самі альтернативи є непорівнянними, тобто стосовно жодної з них під час порівняння з іншими одночасно обидва критерії (наближеності та віддаленості) не виконуються.

Отже, такий новий метод буде спрямований не на ранжування альтернатив, а на зменшення їх вихідної кількості за рахунок вилучення тих альтернатив, які є безперспективними для подальшого розгляду.

Мета статті. На основі викладеного було поставлене таке завдання досліджень: розробити новий метод TOPSIS-ядро, призначений для формування ядра – множини перспективних для аналізу альтернатив, та перевірити можливість його практичного використання на тестових прикладах.

Викладення основного матеріалу

У першу чергу уточнимо постановку задачі багатокритеріального аналізу альтернатив, для розв'язання якої буде призначений розроблюваний метод.

Нехай є вихідна множина альтернатив, кожна з яких характеризується деякою множиною показників. Окрім того, є множина вагових коефіцієнтів, елементи якої характеризують важливість кожного з показників, а також для кожного показника визначений критерії його оптимізації (на максимум або мінімум).

За такими даними необхідно сформувати ядро альтернатив, перспективних для подальшого розгляду, причому альтернативи, які увійшли до ядра, порівняно з іншими повинні бути максимально віддаленими від найгіршої точки та максимально наближеними до найкращої точки.

У основу розроблюваного методу покладемо деякі розрахункові залежності методу TOPSIS, парне порівняння альтернатив та підходи до такого порівняння з [7]. Вихідні дані для методу TOPSIS-ядро задаються матрицею

$$[E_{ij}],\ i = 1, \ldots, N;\quad j = 1, \ldots, R, \tag{5}$$

де N – кількість варіантів системи, що підлягають порівнянню, R – кількість показників, за якими оцінюється функціонування системи, а також вектором вагових коефіцієнтів показників $[w_j]$ (j = 1,.., R), при цьому повинна виконуватись умова

$$\sum_{j=1}^{R} w_j = 1. \tag{6}$$

На першому етапі методу TOPSIS-ядро здійснюють нормалізацію значень показників E_{ij}, виходячи з таких міркувань. Основним завданням етапу нормалізації вихідних натуральних значень показників є їх приведення до сумірності. Однак при цьому повинна розглядатись не лише сумірність за діапазоном змінювання значень показників, але й сумірність за одиницями вимірювання.

Перша із формул (3), яка використовується в методі TOPSIS, відповідає лише першій вимозі стосовно інтервалу змінюваності. Для забезпечення обох вимог доцільно скористатись нормалізацією на основі функцій корисності [8] або функцій бажаності [9] (або їх комбінацією).

Як приклад, розглянемо лінійну функцію корисності, в якій для особи, яка приймає рішення (ОПР), корисність наявних значень деякого показника змінюється в інтервалі [0,1, 1]. Такий підхід вбачається достатньо обґрунтованим, адже альтернативи, в яких значення показників характеризуються нульовою корисністю, повинні бути вилучені з розгляду ще до проведення багатокритеріального аналізу. Тоді на першому етапі нормалізацію значень показників будемо здійснювати не за формулою (3), а за такими формулами:

для показників, які потребують максимізації –

$$r_{ij} = 0{,}1 + 0{,}9 \cdot \frac{E_{ij} - \min_{i=1}^{N}(E_{ij})}{\max_{i=1}^{N}(E_{ij}) - \min_{i=1}^{N}(E_{ij})}, \tag{7}$$

для показників, які потребують мінімізації –

$$r_{ij} = 0{,}1 + 0{,}9 \cdot \frac{\max_{i=1}^{N}(E_{ij}) - E_{ij}}{\max_{i=1}^{N}(E_{ij}) - \min_{i=1}^{N}(E_{ij})}. \tag{8}$$

Після нормалізації даних з матриці (5) за формулами (7) та (8) усі показники потребуватимуть максимізації. Таким чином, після завершення першого етапу всі показники будуть сумірними та вимірюватись через корисність (бажаність) для ОПР їх наявних значень.

На другому етапі здійснюється врахування важливості показників w_j шляхом масштабування нормалізованих даних за формулою (2).

На третьому етапі серед масштабованих даних для кожного j-го показника визначають найкращу V_j^+ та найгіршу V_j^- точки.

На четвертому етапі відстані до найкращої (S_i) та найгіршої (R_i) точок розраховують за формулами (3).

На п'ятому етапі здійснюють парне порівняння альтернатив, використовуючи правила, наведені в табл. 1. При цьому альтернативи, які визнані гіршими, одразу виключаються з подальшого розгляду, тобто участі в подальшому порівнянні не беруть.

Таблиця 1

Правила, за якими приймається рішення щодо віднесення відповідної альтернативи до ядра

Умови	Результати порівняння	Належність до ядра
$S_A > S_B$, $R_A > R_B$.	А гірша А краща	А, В
$S_A > S_B$, $R_A = R_B$.	А гірша А, В однакові	В
$S_A > S_B$, $R_A < R_B$.	А гірша А гірша	В
$S_A = S_B$, $R_A > R_B$.	А, В однакові А краща	А
$S_A = S_B$, $R_A = R_B$.	А, В однакові А, В однакові	А, В
$S_A = S_B$, $R_A < R_B$.	А, В однакові А гірша	В
$S_A < S_B$, $R_A > R_B$.	А краща А краща	А
$S_A < S_B$, $R_A = R_B$.	А краща А, В однакові	А
$S_A < S_B$, $R_A < R_B$.	А краща А гірша	А, В

Після розгляду усіх пар альтернатив буде сформоване ядро, яке буде містити або одну (найкращу) альтернативу, або декілька непорівнянних альтернатив. Для оцінювання можливості практичного використання розробленого методу TOPSIS-ядро розглянемо декілька прикладів.

Першим розглянемо приклад з [2], який передбачає вибір раціонального складу механізованої бригади за шістьма показниками (E_1–E_6) за однакової їх важливості, при цьому показники E_1–E_3 потребують максимізації, а решта – мінімізації. Необхідно зазначити, що, відповідно до [2], для цього прикладу варіант № 3 є найкращим за методом таксономії, а варіант № 5 – за адитивною згорткою. Нормалізовані значення показників наведені в табл. 2, а характеристики альтернатив S_i та R_i – у табл. 3.

Парне порівняння альтернатив показало, що ядро містить дві альтернативи: № 3 та № 5, тобто за обраними критеріями вони є непорівнянними. Дійсно, альтернатива № 3 за відстанню до найкращої точки є кращою за альтернативу № 5, однак за відстанню до найгіршої точки вона є гіршою за альтернативу № 5, що власне в пояснює результати з [2] щодо визнання цих альтернатив кращими і за іншими методами. Відповідно, ні одну з них не можна виключити з подальшого розгляду.

Таблиця 2

Нормалізовані значення показників

№ i	Нормалізовані значення показників					
	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6
1	0,74	0,85	0,20	0,72	0,40	0,90
2	0,36	1,00	0,50	0,86	0,55	0,20
3	0,61	0,55	0,70	0,58	0,78	0,70
4	0,49	0,40	0,11	0,43	0,25	0,60
5	1,00	0,10	0,60	1,00	0,85	1,00
6	0,36	0,70	0,50	0,72	0,70	0,30
7	0,10	0,85	0,40	0,86	0,33	0,80
8	0,74	0,55	1,00	0,43	0,17	0,70
9	0,10	0,40	0,70	0,58	0,10	0,10
10	0,49	0,85	0,90	0,10	1,00	0,50

Таблиця 3

Результати розрахунків показників Si та Ri

№ i	S_i	R_i
1	1,085	1,675
2	1,234	1,567
3	**0,871**	**1,611**
4	1,576	1,008
5	**0,996**	**2,023**
6	1,188	1,402
7	1,306	1,542
8	1,169	1,601
9	1,750	1,005
10	1,164	1,740

Таким чином, порівнюючи результати розрахунків за розробленим методом з результатами, отриманими за іншими методами, можна зробити висновок, що вони збіглися. Це свідчить на користь запропонованого методу TOPSIS-ядро.

Другим розглянемо приклад з [10], який стосується вибору варіанта аеродрому, що оцінюється за трьома показниками: вартістю (E_1), часом, який необхідно витратити, щоб до нього дістатись (E_2), а також кількістю людей, на життєдіяльність яких будуть впливати його будівництво та експлуатація (E_3). Зазначимо, що важливість показників становить $w_1 = 3$, $w_2 = 2$, $w_3 = 1$ і всі вони потребують мінімізації. У [10] показано, що найкращим варіантом за методом ELECTRE I є альтернатива № 2.

Вихідні дані для цього прикладу, а також характеристики альтернатив наведені в табл. 4.

Таблиця 4

Вихідні дані та характеристики альтернатив

№ *i*	Вихідні дані			Характеристики	
	E_1	E_2	E_3	S_i	R_i
1	180	70	10	3,245	1,063
2	**170**	**40**	**15**	**1,825**	**2,435**
3	160	55	20	1,407	2,404
4	**150**	**50**	**25**	**1,082**	**3,312**

Аналіз даних, наведених у табл. 4, свідчить, що до ядра увійшла лише одна альтернатива № 4, тобто результати, отримані за методами ELECTRE I та TOPSIS-ядро, є суперечливими і для прийняття остаточного рішення щодо переліку альтернатив, які необхідно подавати на розгляд ОПР, необхідно провести додаткові дослідження з використанням інших методів багатокритеріальної оптимізації. Однак отримані дані свідчать на користь альтернативи № 4, адже вона ближча до найкращої точки та більш віддалена від найгіршої.

Висновки

Таким чином, можна зробити висновок, що розроблений метод TOPSIS-ядро дозволяє зменшити вихідну множину альтернатив шляхом формування ядра, яке містить альтернативи, найбільш перспективні для подальшого аналізу. На конкретних прикладах показано, що його використання в комбінації з іншими методами багатокритеріальної оптимізації дозволяє підвищити обґрунтованість розроблюваних рекомендації або визначити перспективні альтернативи, які залишились поза увагою інших методів.

Подальший розвиток проведених досліджень вбачається в програмній реалізації запропонованого методу та перевірці ефективності його практичного використання на достатньому обсязі тестових даних.

Список літератури

1. Романченко, І. С. Використання таксономічних методів при проведенні досліджень у воєнній справі [Текст] / І. С. Романченко, О. М. Загорка // Зб. наук. пр. ЦНДІ ЗС України. – К., 2007. – № 3 (41). – С. 5–16.

2. Елементи дослідження складних систем військового призначення [Текст] / О. М. Загорка, С. П. Мосов, А. І. Сбитнєв, П. І. Стужук. – К.: НАОУ, 2005. – 100 с.

3. Корнеенко, В. П. Методы оптимизации: учебник [Текст] / В. П. Корнеенко. – М.: Высш. шк., 2007. – 664 с.

4. Ahmadi, H. Ranking the micro level critical factors of electronic medical records adoption using TOPSIS method [Text] / H. Ahmadi, M. S. Rad, M. Nilashi, O. Ibrahim, A. Almaee // Health Informatics – An International Journal. – 2013. – Vol. 2. – № 4, November. – P. 19–32.

5. Saelee, S. Biomass type selection for boilers using TOPSIS multi-criteria model [Text] / S. Saelee, B. Paweewan, R. Tongpool, T. Witoon, J. Takada, K. Manusboonpurmpool // International Journal of Environmental Science and Development. – 2014, April. – Vol. 5. – № 2. – P. 181–186.

6. Baležentis, A. Multimoora-FG: a multi-objective decision making method for linguistic reasoning with an application to personnel selection [Text] / A. Baležentis, T. Baležentis, W. K. M. Brauers // Informatica. – 2012. – Vol. 23. – № 2. – P. 173–190.

7. Потьомкін, М. М. Методика визначення раціонального складу складної системи військового призначення на основі модифікованого методу ELECTRE [Текст] / М. М. Потьомкін // Зб. наук. пр. ЦНДІ ЗС України. – К., 2008. – № 3 (45). – С. 62–68.

8. Кини, Р. Л. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения [Текст] / Р. Л. Кини, Х. Райфа. – М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.

9. Новик, Ф. С. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов [Текст] / Ф. С. Новик, Я. Б. Арсов. – М.: Машиностроение; София: Техника, 1980. – 304 с.

10. Ларичев, О. И. Теория и методы принятия решений [Текст] / О. И. Ларичев. – М.: Логос, 2000. – 296 с.

Надійшла до редколегії 23.11.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Г.В. Пєвцов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

МЕТОД TOPSIS-ЯДРО И ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДЛЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО СРАВНЕНИЯ АЛЬТЕРНАТИВ

И.С. Романченко, М.М. Потемкин

Приведен метод TOPSIS и результаты его анализа. Показано, что он принадлежит к группе методов, предназначенных для ранжирования альтернатив. Однако его основная идея о сравнении альтернатив по двум критериям может быть положена в основу нового метода – TOPSIS-ядро, который будет принадлежать к группе методов, предназначеных для формирования ядра, которое будет содержать или одну наилучшую альтернативу, или несколько несравнимых альтернатив, наиболее перспективных для дальнейшего анализа. Для нового метода приведены расчетные зависимости, а также правила сравнения альтернатив, которые обеспечивают формирование ядра. Возможность практического использования предложенного метода TOPSIS-ядро продемонстрирована на примерах. Сравнение результатов расчетов, полученных с использованием известных и нового методов, свидетельствует о том, что использование метода TOPSIS-ядро в комбинации с другими методами позволяет повысить обоснованность разрабатываемых рекомендаций или найти перспективные альтернативы, которые не были выявлены другими методами. Эти результаты позволяют сделать вывод, что использование предложенного метода TOPSIS-ядро может быть достаточно перспективным для многокритериальной оптимизации сложных объектов.

Ключевые слова: *многокритериальная оптимизация; метод TOPSIS; метод формирования ядра.*

TOPSIS-KERNEL METHOD AND ITS USING TO MAKE A MULTIPLE CRITERIA ALTERNATIVES COMPARISON

I.S. Romanchenko, M.M. Potyemkin

Method TOPSIS and results of its analysis are given. It is shown that the method belongs to group of the methods intended for ranging of alternatives. However its basic idea about comparison of alternatives by two criteria may be used to create a new method – the TOPSIS-kernel method which will belong to group of outranking methods. The purpose of this new method is formation of a kernel which will contain one best alternative, or some incomparable alternatives which are the most perspective for the further analysis. For this new method some formulas and rules for kernel forming are given. Possibility of practical using of the TOPSIS-kernel method is demonstrated on instances. Comparison of results of the calculations gained by using of known and new methods testifies that using of the TOPSIS-kernel method in a combination with other methods allows to raise validity of developed recommendations or to find perspective alternatives which have not been revealed by other methods. These results allow to draw a conclusion that using of the offered TOPSIS-kernel method can be perspective enough for multiple criteria optimization of complex objects.

Keywords: *multiple criteria optimization; method TOPSIS; method for kernel forming.*