УДК 656.61

О.О. Мусорін

Київська державна академія водного транспорт
імені гетьмана Петра Конашевича-Сагайдачного, Київ

ВИБІР КРИТЕРІЇВ ОПТИМАЛЬНОСТІ ПЕРЕТВОРЕНЬ В ЦИФРОВИХ СИСТЕМАХ УПРАВЛІННЯ ПРИСТРОЇВ СУДНОВОДІННЯ

Одним з важливих етапів оцінки стану роботи пристроїв і приладів суден, є вибір критеріїв, за якими проводиться оцінка. При цьому важливим залишається етап оптимального перетворення для обчислювальних систем і пристроїв управління у водному транспорті. Тому в статті розглядається один з підходів щодо вибору правил оцінки при застосуванні алгоритмів перетворення сигналів в цифрових системах управління водного транспорту.

Ключові слова: *система управління, критерії оптимальності, помилка системи, алгоритм.*

Вступ

При проектуванні інформаційно-вимірювальних і управляючих систем, які мають структурну або інформаційну надмірність, точнісні і надійнісні властивості істотно залежать від алгоритму перетворення сигналів [1]. Зазвичай алгоритми задаються евристично, а при вибраних алгоритмах властивості системи характеризуються значенням критерію якості. Ставляться і вирішуються завдання синтезу оптимальних алгоритмів, що забезпечують екстремальні (максимальні або мінімальні) значення критеріїв якості. Зазвичай при виборі критерію якості керуються не тільки (і не стільки) суттю розв'язання задачі, специфікою вимог і здоровим глуздом, а міркуваннями зручності знаходження рішення і традиціями. При цьому питання раціонального вибору критеріїв зазвичай не обговорюється [1, 2].

Постановка задачі. Вигляд і властивості перетворень, оптимальних для різних критеріїв, можуть значно відрізнятися. Дуже важливо встановити взаємну залежність між особливостями виду критерію якості і характерними властивостями відповідних оптимальних перетворень [2]. Дуже часто істотні властивості перетворень формулюються в термінах теорії інваріантності [3]. Властивості інваріантності в різних формах з'являються при використанні різних критеріїв оптимальності.

Мета роботи. У роботі проводиться систематичний розгляд критеріїв оптимальності, для яких існуючі перетворення мають властивість інваріантності. Основні результати наводяться для задачі оптимального визначення корисного сигналу s за сукупністю N результатів вимірювань $x_i = s + n_i$, $i = 1, 2,\ldots, N$, які містять адаптивні похибки n_i. Такій постановці завдань відповідає схема вимірювання одного і того ж сигналу s декількома паралельно включеними приладами (в цьому випадку перетворення $z(x_1, x_2,\ldots, x_N)$ результатів вимірювань є безінерційним і здійснюється незалежно для кожного моменту часу), процедура багаторазового вимірювання однієї і тієї ж постійної величини одним або декількома приладами.

Виклад основного матеріалу

Розглянемо загальну властивість алгоритму, що має властивості інваріантності в різних формах [3, 4].

1. Оптимальні перетворення, інваріантні по відношенню до довільного зрушення результатів вимірювань [3, 4]**.**

Перетворення $z(x_1, x_2,\ldots, x_N)$ є інваріантні по відношенню до зрушення α, якщо

$$z(x_1+\alpha, x_2+\alpha,\ldots, x_N+\alpha)=\alpha+ z(x_1, x_2,\ldots, x_N). \quad (1)$$

Зокрема, при виборі $x_i = s + n_i$ перетворення $z(x_1, x_2,\ldots, x_N)$ інваріантне по відношенню до корисного сигналу

$$z(x_1, x_2,\ldots, x_N)=s+ z(n_1, n_2,\ldots, n_N).$$

Звідси випливає, що в результаті інваріантного по відношенню до зрушення перетворення результатів вимірювань корисний сигнал відтворюється без масштабних спотворень, а перетворенню піддаються похибки n_i. При цьому помилка $e = z - s$ оцінки корисного сигналу не залежить від корисного сигналу і дорівнює $z(n_1, n_2,\ldots, n_N)$.

Користуючись основною властивістю (1) інваріантних перетворень, маємо змогу представити їх у вигляді [4]:

$$z(x_1, x_2,\ldots, x_N)= b+ z(x_1-b, x_2-b,\ldots, x_N-b),$$

звідки випливають структурні особливості перетворення: інваріантне по відношенню до корисного сигналу перетворення може бути побудованим на основі деякого "базового" значення і функції, залежних від відхилень від нього всіх результатів вимірювань. Наприклад, при $b = x_i$ функція залежить від різниці всіх результатів вимірювань, а якщо розглянути

$$b = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i ,$$

то функція залежить від відхилення всіх результатів вимірювань від вибіркового середнього. Умова інваріантності щодо зсуву виконується для дуже багатьох алгоритмів, пропонуємих для використанні зв'язку з якими-небудь критеріями оптимальності.

На класі інваріантних по відношенню до зрушення перетворень можна будувати оптимальні оцінки корисного сигналу, використовуючи при цьому критерії оптимальності досить загального вигляду, які мають певні структурні особливості. Якщо відомі щільність ймовірності $f_s(x)$ корисного сигналу і щільність ймовірності $f_i(x)$ похибки n_i, пропонується (припускається, що вони взаємно статистично незалежні) оптимальні байєсівські оцінки, які мінімізують середній ризик, визначати з умови [3]:

$$\min_z \int_{-\infty}^{\infty} l(z-y) f_s(y) \prod_{i=1}^{N} f_i(x_i - y)\,dy ,$$

де $l(y)$ – функція втрат.

Однак, при цьому оцінки $z(x_1, x_2,\ldots, x_N)$, взагалі кажучи, не є інваріантними по відношенню до зрушення, і їхні помилки залежать від корисного сигналу. Критерій мінімуму середнього ризику можна використовувати для побудови оптимальних інваріантних оцінок. Умова мінімуму середнього ризику, якому відповідає інваріантна оцінки, виглядає таким чином [2]:

$$\min_z \int_{-\infty}^{\infty} l(z-y) \prod_{i=1}^{N} f_i(x_i - y)\,dy . \qquad (3)$$

Важливою обставиною тут є те, що при цьому не потрібне знання апріорних розподіл корисного сигналу. Оптимальні, інваріантні по відношенню до зрушення, оцінки, що задовольняють умові (3), називаються оцінками Пітмена. Якщо закон розподілу оброблених величин невідомий, то оптимальні, інваріантні по відношенню до зрушення, оцінки можна будувати на основі мінімізації так званого емпіричного середнього ризику

$$F(z) = \sum_{i=1}^{N} l(x_i - z) \to \min_z . \qquad (4)$$

При диференційованій функції втрат $l(y)$ оптимальна оцінка визначається як рішення рівняння

$$\sum_{i=1}^{N} l'(x_i - z) = 0 . \qquad (5)$$

Якщо функція втрат недиференційована або неоднозначна при деяких значеннях аргументу, що використовується, рівняння (5) можливе при спеціальному визначенні похідної.

Знаходження оцінки z в явному вигляді із рівняння (5) можливе лише в часткових випадках. Так, для квадратичного критерію рівняння (5) призводить до алгоритму усереднення величин x_i. При довільній функції втрат мінімізуєма функція може мати кілька екстремумів: в цьому випадку за рішення, природно, слід приймати те значення z, при якому досягається глобальний мінімум. Побудова обчислювальних процедур для знаходження рішення не представляє принципові труднощів: справа зводиться до одновимірної задачі пошуку глобального мінімуму. Якщо функція втрат опукла (не обов'язково строго), то мінімум функції F(z) єдиний. У цьому випадку обчислювальні процедури спрощуються. Крім того, для перетворення величин x_i може бути використана аналогова схема стандартного виду, побудована за принципом спостережних систем, що мають один вхід і N виходів, причому N сигналів неузгодженостей подаються на нелінійні елементи з характеристикою $l'(y)$, перетворені таким чином сигнали підсумовуються на виході підсилювача з великим коефіцієнтом посилення [1, 2].

2. Інваріантність і надійність [3, 5].

Якщо сигнали x_i надходять від не абсолютно надійних приладів, які в процесі роботи можуть відмовити, то в сукупності значень $x_1, x_2,\ldots, x_N$ може виявитися частина недостовірних даних, отриманих несправним приладом або приладом, що дає неприпустимо великі похибки [5].

У цій ситуації бажано будувати перетворення, які здатні автоматично виключити, відбраковувати недостовірні дані. Такі перетворення повинні бути інваріантними по відношенню до деяких сигналів із сукупності $x_1, x_2,\ldots, x_N$.

Якщо сигнали з несправних приладів напевно будуть виключені й перетворення виконуватиметься за результатами, що надійшли тільки від справних приладів, то тим самим буде забезпечена надійна оцінка корисного сигналу.

В класичній теорії надійності один з основних методів резервування – резервування заміщенням, припускає реалізацію принципу інваріантності щодо сигналів всіх приладів, крім одного. При цьому явно чи неявно передбачається, що відомості про поточний стан приладу та сигнал, який використовується, надходять від апаратури контролю, що достовірно і оперативно виявляє відмову. При відмові приладу перетворення стає інваріантним щодо його вихідного сигналу. Таким чином, звичайне резервування заміщенням реалізує інваріантність, керовану за сигналами зовнішніх джерел інформації [3].

Для практики дуже важливим є випадок, коли засоби автоматичного контролю стану приладів відсутні. При цьому стані приладів можна побічно судити лише по співвідношеннях значень їх вихідних сигналів. У цих умовах досить прості і надійні оцінки корисного сигналу можуть бути побудовані на класі перетворень, заснованих на порядкових статистиках, відповідних сукупності результатів вимірювань. Порядкові статистики формується таким чином. Вихідна сукупність N результатів x_1, x_2,…, x_N упорядковується, наприклад, по неспаданню. В результаті отримуємо нову упорядковану сукупність x(1), x(2),…, x(N), тобто варіаційний ряд, причому $x(1) \le x(2) \le \ldots \le x(N)$. Члени цього ряду називаються порядковими статистичними. Величина x(i), що займає i-те місце в варіаційному ряду, називається i-ою порядковою статистикою, а номер i – її рангом. Крайні порядкові статистики x(1) і x(N) відповідають екстремальним значенням вихідної невпорядкованої сукупності. Середній член варіаційного ряду (центральна порядкова статистика) x(h) при $N = 2h + 1$ називається вибірковою медіаною. Відзначимо, що, якщо у вихідній сукупності індекси величин x_i відповідають номерам приладів, в яких вони надходять, то в варіаційному ряді величини x(i) пронумеровані відповідно до їх відносних значень в порядку неспадання [3].

Для варіаційного ряду характерно те, що недостовірні дані, що містять великі помилки (якщо такі є), розташовуються на краях варіаційного ряду, і їм відповідають крайні порядкові статистики. У той же час дані, які надходять від справних приладів і відрізняються один від одного через похибки зазвичай невисокого рівня, розташовуються в центральній частині варіаційного ряду, і їм відповідають центральні порядкові статистики.

Виходячи з такого представлення, можна будувати різні евристичні алгоритми, що забезпечують надійність оцінювання при відмові не більше деякого заданого числа приладів. Зокрема, якщо в сукупності N оброблених даних можливе не більше $r \le \left[\frac{N-1}{2}\right]$ недостовірних даних, що надходять від несправних приладів, то надійність оцінки буде гарантована, якщо відкинути r найменших і r найбільших крайніх порядкових статистик і піддати перетворенню залишкові центральні порядкові статистики, наприклад усереднити їх у загальному випадку з ваговим коефіцієнтом c_i:

$$z = \sum_{i=r+1}^{N-r} c_i x_{(i)}; \quad \sum_{i=r+1}^{N-r} c_i = 1. \qquad (6)$$

Це перетворення інваріантно щодо r найменших і r найбільших значень сигналів в сукупності x_1, x_2,…, x_N.

Якщо потрібно побудувати оцінку, нечутливу до відмов менше половини з N приладів, коли при відмовах сигнали можуть відхилятися в будь-яку сторону, то при непарному N = 2h + 1 необхідно в якості оцінки використовувати тільки одну порядкову статистику – вибіркову медіану [5]:

$$z = \text{med}\left\{x_1, x_2, ..., x_N\right\} = x_{(h+1)}, \qquad (7)$$

реалізовану мажоритарним перетворенням. Це перетворення інваріаційне щодо $h = \frac{N-1}{2}$ максимальних і h мінімальних сигналів в сукупності x_1, …, x_N.

У деяких випадках доцільно використовувати не вибіркову медіану, а яку-небудь іншу порядкову статистику

$$z = x_{(i)}, \quad i = 1, 2, ..., N. \qquad (8)$$

Це перетворення інваріантне відносно (у + 1) мінімальних і (N + 1) максимальних сигналів в сукупності x_1, x_2,…, x_N. Формально функції вигляду (8) відноситься до класу так званих функцій, що приймають значення своїх аргументів.

Розглянемо тепер перетворення (6) – (8) з іншої точки зору. Неважко показати, що перетворення (7) і (8), що передбачають вибір однієї з порядкових статистик з одночасним відкиданням інших, задовольняють критерію оптимальності (4) з опуклою кусково-лінійною функцією втрат $l(y)$. Зокрема, перетворення (8) є оптимальним за критерієм (4) з функцією втрат [5]

$$l(y) = \begin{cases} Ay & \text{при} \quad y \ge 0; \\ -By & \text{при} \quad y < 0, \end{cases} \qquad (9)$$

де A і B – константи, такі що

$$\frac{N-i}{i} < \frac{B}{A} < \frac{N-i+1}{i-1} \text{ при } i = 1, 2, ..., N,$$

чи

$$\frac{i-1}{N-i+1} < \frac{A}{B} < \frac{i}{N-i} \text{ при } i = 1, 2, ..., N-1.$$

Вибіркова медіана

$$z = \text{med}\left\{x_1, x_2, ..., x_N\right\} = x_{(h+1)}$$

є оптимальною оцінкою, визначеною за методом найменших модулів таким чином:

$$\min_z \sum_{i=1}^{N} \left|x_i - z\right|, \quad N=2h+1. \qquad (10)$$

Вибіркова медіана знаходиться як оптимальна оцінка з умови (4) і в більш загальній ситуації, коли функція втрат (9) коефіцієнти A і B задовольняють співвідношенню

$$\frac{h}{h+1} < \frac{B}{A} < \frac{h+1}{h}.$$

Таким чином, можна стверджувати, що оцінками $z=x_{(i)}$, інваріантним відносно (i-1) мінімальних і (N_i) максимальних значень в сукупності оброблених даних, відповідають критерії оптимальності виду (4) з опуклими кусково-лінійними функціями втрат (9).

Природно поставити питання про те, при якому виборі функції $l(y)$ перетворення реалізує функції, приймаючи значення своїх аргументів, тобто має місце інваріантність результату перетворення відносно (N-1) вихідних сигналів приладів. Можна показати, що необхідною умовою цього є розрив похідної функції втрат $l(y)$ при y = 0. При гладких функціях втрата властивості інваріантності може мати місце щодо меншого числа даних.

У випадку, коли оцінки будуються в результаті перетворення декількох з'єднаних порядкових статистик з фіксованими рангами (оцінка виду (6)), вказати відповідний критерій оптимальності, мабуть, не представляється можливим. Однак можна побудувати критерій типу (4), який забезпечує відповідним оптимальним оцінками властивість інваріантності по відношенню до різко випадаючих з основної сукупності даних, що проявляється у відкиданні деякого числа крайніх порядкових статистик. При цьому кількість відкидаємих крайніх значень не фіксована і змінюється від реалізації до реалізації в залежності від кількості недостовірних даних у результаті вимірювань.

Такого роду інваріантні оцінки дають критерії оптимальності (4) з нестрого опуклими безперервними функціями вигляду [2]

$$l(y)=\begin{cases}\alpha_1 y+b_1 & \text{при} \quad y<y_1;\\ \psi(y) & \text{при } y_1\le y\le y_2;\\ \alpha_2 y+b_2 & \text{при} \quad y>y_2,\end{cases} \qquad (9)$$

де $\psi(y)$ – строго опукла функція; $\alpha_1<0, \alpha_2>0.$.

Найоптимальніші інваріантні оцінки визначаються в результаті рішення рівняння (5), в якому функція $l'(y)$ є спадною функцією з двосторонніми обмеженнями.

3. Інваріантність щодо форм законів розподілу оброблюваних сигналів [5].

Вигляд оптимальних оцінок, які відповідають умові (4), залежить від виду використовуваної функції втрат, а якість цих оцінок, зокрема, їх точність, залежить також від законів розподілу результатів вимірювань x_1, x_2,…, x_N. Однак, як правило, на практиці закони розподілу або зовсім невідомі, або відомі неточно. Особливо малодостовірними є відомості про «хвости» законів розподілу, тобто якраз тих ділянок, що описують малоймовірні події. Найчастіше використовуються аналітичні вирази функцій розподілу, одержувані на основі екстраполяції більш-менш достовірних відомостей про поведінку центральних ділянку функції на «хвости» (наприклад, модель нормального розподілу).

Проте насправді, переважно при обробці даних, що надходять від не абсолютно надійних приладів, може здійснювати підвищена ймовірність великих значень похибки, що виражається в розтягнутості «хвостів» функцій розподілу. При цьому відсутні достовірні відомості про поведінку «хвостів».

У цих умовах бажано будувати оптимальні оцінки так, щоб їх точність можливо менше залежала від властивостей великих значень похибки, тобто від поведінки «хвостів» розподілів. Іншими словами, оцінки повинні бути інваріантними (або мало чутливими) до форми «хвостів» законів розподілу [3].

Щільність розподілу з розтягнутими «хвостами» зручно представляти у вигляді суміші

$$f(x)=(1-\alpha)f_1(x)+\alpha f_2(x), \qquad (12)$$

де $f_1(x)$ – щільність розподілу з дисперсією σ_1^2;

$f_2(x)$ – щільність розподілу дисперсії σ_2^2; $0\le\alpha<1$.

При $\sigma_1^2<<\sigma_2^2$ и $\alpha<<1$ щільності $f_2(x)$ визначає форму «хвостів», а $f_1(x)$ – формула центральною частиною щільності $f(x)$.

При обробці кінцевого числа N результатів вимірювань оптимальні оцінки, що задовольняють умові (4), завжди будуть відчувати вплив функції $f_2(x)$ на точність оцінок, але цей вплив буде більш-менш істотним залежно від виду функції втрат $l(y)$. Однак можна вказати клас функції втрат, які забезпечують в асимптотиці при $N\to\infty$ повну інваріантність (нечутливість) точності оцінки до виду параметрів щільності $f(x)$.

Відомо, що при опуклих функціях втрат $l(y)$, що задовольняють деяким додатковим умовою (див. [3]), оцінка, оптимальна за критерієм (4), є асимптотичної нормальною дисперсією

$$\sigma_z^2=\frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty} l'^2(y)f(y)dy}{N\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty} l''(y)f(y)dy\right]^2}.$$

Легко показати, що при строго опуклих функціях втрат виду (11) асимптотична дисперсія (13) може повністю не залежати від виду і параметрів щільності $f_2(x)$ в суміші (12). Так, наприклад, при симетричних щільностях $f_1(x)$ і $f_2(x)$ і при парній функції втрат (11), в якій $\alpha_1^2 = \alpha_2^2$ а також при додатковому реченні, що $f_2(x) = 0$ при $y_1 < x < y_2$ асимптотична дисперсія (13) приймає такий вигляд:

$$\sigma_z^2 = \frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty} l'^2(y) f_1(y) dy + \alpha\alpha_1^2}{N\left[\int\limits_{y_1}^{y_2} l''(y) f_1(y) dy\right]^2},$$

тобто є повна нечутливість асимптотичної дисперсії до щільності $f_2(x)$, що характеризує «хвости» щільності $f(x)$.

При обробці кінцевого числа N даних оптимальні оцінки, задовольняють критерію (4) з нестрого опуклими функціями втрат виду (11), мають значно меншу чутливість до «хвостів» розподілів, ніж оцінки, отримані за строго опуклими функціями $l(y)$, наприклад, при $l(y) = y^2$.

Висновки

Таким чином, оцінки, які будуються з умови (4) з нестрого опуклими функціями втрат, є інваріантними по відношенню до довільного зрушення в результатах вимірювань, інваріантними по відношенню до різко випадаючих недостовірних результатів і володіють малою чутливістю до поведінки «хвостів» функцій розподілу результатів вимірювань .

Використання критеріїв з нестрогого опуклими функціями втрат дає можливість отримати перетворення, що мають властивість інваріантності стосовно частини вхідних даних і забезпечення за певних умов виключення результатів відмов у тих випадках, коли евристичний підхід до конструювання алгоритмів представляється мало ефективним.

Так, використання методу найменших модулів при обробці результатів сукупності вимірювань, коли визначенню підлягає сукупність скалярних величин - вектор корисного сигналу, в кінцевому рахунку призводить до відкидання, виключенню частини результатів вимірювань, тобто до інваріантності щодо їх результату перетворення. При цьому алгоритм перетворення не записується у вигляді сукупності рівнянь (як при використанні, наприклад, методу найменших квадратів), а реалізується у вигляді процедур організованого або неорганізованого перебору, що зручно при вирішенні завдань на ПЕОМ. Застосування модульного критерію оптимальності дозволило також забезпечити надійність цілий серії інші завдання перетворення результатів вимірювань і статистичної обробки.

Список літератури

1. *Лихачев А.В. Управление судном / А.В. Лихачев // СПб. : Политехнический университет, 2004. – 504 с.*

2. *Вагущенко Л.Л. Системы автоматического управления движением судна / Л.Л. Вагущенко, Н.Н. Цимбал. – Одесса: Латстар, 2002. – 311 с.*

3. *Небеснов В.И. Оптимальные режимы работы судовых комплексов / В.И. Небеснов. – М.: Транспорт, 1974. – 200 с.*

4. *Шишмарев В.Ю. Основы автоматического управления / В.Ю. Шишмарев. – М.: Изд. центр «Академия», 2008. – 352 с.*

5. *Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления / Б. Куо. Пер.с англ. – М.: Машиностроение, 1986. – 448 с.*

Надійшла до редколегії 3.11.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.І. Богом'я, ДП «Український науково-дослідний навчальний центр проблем стандартизації, сертифікації та якості», Київ.

ВЫБОР КРИТЕРИЕВ ОПТИМАЛЬНОСТИ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В ЦИФРОВЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ УСТРОЙСТВ СУДОВОЖДЕНИЯ

А.А. Мусорин

Одним из важных этапов оценки состояния работы устройств и приборов суден, является выбор критериев, по которым проводится оценка. При этом важным остается этап оптимального преобразования для вычислительных систем и устройств управления в водном транспорте. Поэтому в статье рассматривается один из подходов относительно выбора правил оценки при применении алгоритмов преобразования сигналов в цифровых системах управления водного транспорта.

Ключевые слова: *система управления, критерии оптимальности, ошибка системы, алгоритм*

SELECTION CRITERIA OF OPTIMAL CHANGES IN DIGITAL SYSTEMS CONTROL DEVICES IN WATER TRANSPORT

A.A. Musorin

The choice of criteria of estimation is an important step assessment of devices and appliances of vessels. This is an important stage for optimal conversion of computer control systems and devices in water transport. Therefore, the article discusses one of the approaches to the selection rules for the application of evaluation algorithms in digital signal conversion management systems waterway.

Keywords: *system management, optimality criteria, system error, algorithm.*