

УДК 621.397.671

Л.Г. Корнієнко

Харківський національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

## СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ ПОЛЯ АНТЕННИХ РЕШІТОК З НЕОДНОРІДНИМИ ФАЗОВИМИ ПОХИБКАМИ

*Розвинута статистична теорія антенних решіток на випадок, коли фазові похибки в розкритті мають неоднорідну дисперсію. Проаналізовані особливості впливу неоднорідних фазових похибок на спрямовані характеристики антени, введено ряд нових понять статистичної теорії, визначені загальні властивості поля випромінювання при різних радіусах кореляції фазових похибок.*

**Ключові слова:** антенна решітка, амплітудно-фазовий розподіл, однорідні та неоднорідні фазові похибки, дисперсія, радіус кореляції, середня та регулярна діаграми спрямованості.

### Вступ

Для визначення впливу випадкових похибок в збудженні і розташуванні випромінювачів на характеристики випромінюючих систем використовують методи статистичної теорії антен (СТА) [1; 2]. В роботах по СТА дослідження виконуються у припущенні, що похибки є статистично однорідними, їх середні значення і дисперсії не залежать від координат випромінювачів в розкритті антени. При цьому часто розглядаються антени з рівномірним амплітудно-фазовим розподілом (АФР), що дозволяє отримати аналітичні вирази для статистичних характеристик поля випромінювання та їх детально проаналізувати. Нерідко СТА інтерпретують як теорію, що дозволяє визначити допуски на виготовлення антен, і тому обмежуються дослідженням випадку малих похибок і радіусів кореляції [3].

Однак СТА має значно більшу область застосування [1], що потребує побудови теорії для будь-яких значень похибок і радіусів кореляції. На практиці частіше використовуються нерівномірні амплітудні розподіли (наприклад, для зниження рівня бічних пелюсток). Крім того, у зв'язку з ускладненням конструкції антен та умов їх функціонування, похибки можуть бути статистично неоднорідними. Так у антенах значних габаритів зі складними схемами збудження випромінювачів, таких, наприклад, як фазовані антенні решітки (ФАР), пристрої управління АФР зазвичай функціонують в різних умовах (особливо температурних), що призводить до нерівномірного розкиду похибок по розкритті антени. Неоднорідності в розподілі похибок виникають також при локальних несправностях в системах збудження випромінювачів. В умовах нерівномірного розподілення по площі радіопрозорого укриття метеопадів, фронт падаючої на антену хвилі після проходження укриття також матиме статистично нерівномірні спотворення.

З цих прикладів витікає, що помилки в розкритті сучасних антен мають неоднорідний характер, при цьому вони можуть мати довільні значення дисперсії і радіусів кореляції.

Отже, виникає потреба в розвитку СТА в напрямку дослідження впливу неоднорідних випадкових похибок в АФР і розташуванні випромінювачів на статистичні характеристики антен. З фізичних міркувань зрозуміло, що ступінь цього впливу залежить від АФР. Тому важливо розширити вивчення статистичних ефектів при різних законах амплітудних розподілів.

**Мета роботи** полягає в розвитку статистики поля антенних решіток на випадок неоднорідних (за дисперсією) фазових похибок у збудженні випромінювачів, вивчення особливостей впливу їх на середню діаграму спрямованості в залежності від амплітудного розподілу.

### Основна частина

**Вихідні співвідношення.** Розглянемо антенну решітку (рис. 1) з  $N$  ідентичних однаково орієнтованих випромінювачів з векторною діаграмою спрямованості (ДС)  $g_0(\mathbf{u})$ , де  $\mathbf{u}$  – орт, спрямований на точку спостереження.

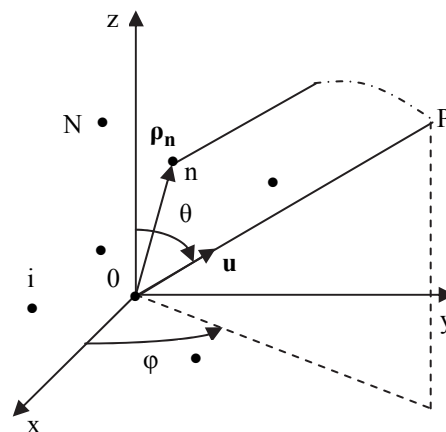


Рис. 1. Антенна решітка в системі координат

АФР, окрім регулярної складової  $a_n = |a_n| \exp(j\varphi_n)$ , має випадкові фазові похибки (флуктуації)  $\delta\varphi_n$ , які розподілені за нормальним законом з нульовим середнім значенням  $\overline{\delta\varphi_n} = 0$ , дисперсією  $\sigma_{\varphi_n}^2$  (її значення залежать від номера випромінювача) та коефіцієнтом кореляції  $r_\varphi(n, m) = \overline{\delta\varphi_n \delta\varphi_m} / \sigma_{\varphi_n} \sigma_{\varphi_m}$ . Окрема реалізація векторної комплексної ДС решітки має вигляд

$$\mathbf{f}(\mathbf{u}) = \mathbf{g}_0(\mathbf{u}) \sum_{n=1}^N a_n \phi_n \exp(j\mathbf{k}\mathbf{u}\boldsymbol{\rho}_n), \quad (1)$$

де  $\phi_n = \exp(j\delta\varphi_n)$  – функція фазових похибок;  $\boldsymbol{\rho}_n$  – радіус-вектор, проведений з початку координат до фазового центра n-го випромінювача,  $k = 2\pi/\lambda$  – хвильове число вільного простору.

Для визначення статистики функції фазових похибок зручно скористатися методом характеристичної функції [4]. Використання цього метода [2] приводить до наступного результату:

середнє значення функції  $\phi_n$ :

$$\overline{\phi_n} = \overline{\exp(j\delta\varphi_n)} = \exp(-0,5\sigma_{\varphi_n}^2), \quad (2)$$

кореляційна функція:

$$K_\phi(n, m) = \overline{(\phi_n - \overline{\phi_n})(\phi_m - \overline{\phi_m})^*} = Q_{nm} - \overline{\phi_n} \overline{\phi_m}^*, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{де } Q_{nm} &= \overline{\phi_n \phi_m^*} = \overline{\exp(j(\delta\varphi_n - \delta\varphi_m))} = \\ &= \exp[-0,5(\sigma_{\varphi_n}^2 + \sigma_{\varphi_m}^2 - 2\sigma_{\varphi_n} \sigma_{\varphi_m} r_\varphi(n, m))], \end{aligned} \quad (3, a)$$

– другий початковий момент функції похибок;  
дисперсія функції  $\phi_n$ :

$$\sigma_{\phi_n}^2 = K_\phi(n, n) = 1 - \exp(-\sigma_{\varphi_n}^2). \quad (4)$$

Виконуючи статистичне усереднювання по сукупності ансамблевих або часових реалізацій ДС [1], отримаємо вирази для

середньої ДС за полем:

$$\overline{\mathbf{f}(\mathbf{u})} = \mathbf{g}_0(\mathbf{u}) \sum_{n=1}^N a_n \overline{\phi_n} \exp(j\mathbf{k}\mathbf{u}\boldsymbol{\rho}_n), \quad (5)$$

дисперсії ДС:

$$\begin{aligned} \sigma_f^2(\mathbf{u}) &= \overline{|\mathbf{f}(\mathbf{u})|^2} - |\overline{\mathbf{f}(\mathbf{u})}|^2 = \\ &= \overline{\left| \mathbf{g}_0(\mathbf{u}) \sum_{n=1}^N a_n (\phi_n - \overline{\phi_n}) \exp(j\mathbf{k}\mathbf{u}\boldsymbol{\rho}_n) \right|^2}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\overline{|\mathbf{f}(\mathbf{u})|^2} = |\mathbf{g}_0(\mathbf{u})|^2 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N a_n a_m^* Q_{nm} \exp(j\mathbf{k}\mathbf{u}(\boldsymbol{\rho}_n - \boldsymbol{\rho}_m)) \quad (7)$$

– середня ДС за потужністю.

**Аналіз середньої ДС.** Середню ДС (7) доцільно порівнювати з регулярною ДС (у відсутності похибок). Тому доцільно пронормувати  $\overline{|\mathbf{f}(\mathbf{u})|^2}$  до ма-

ксимуму регулярної ДС  $|\mathbf{f}_0(\mathbf{u}_M)|^2$ . Скориставшись формулою (6), находимо вираз для нормованої середньої ДС за потужністю

$$\begin{aligned} \overline{|\mathbf{F}(\mathbf{u})|^2} &= \frac{|\mathbf{g}_0(\mathbf{u})|^2}{|\mathbf{f}_0(\mathbf{u}_M)|^2} \left\{ \left| \sum_{n=1}^N a_n \overline{\phi_n} e^{j\mathbf{k}\mathbf{u}\boldsymbol{\rho}_n} \right|^2 + \right. \\ &\left. + \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N a_n a_m^* K_\phi(n, m) e^{j\mathbf{k}\mathbf{u}(\boldsymbol{\rho}_n - \boldsymbol{\rho}_m)} \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Перший доданок у (8) визначає когерентну компоненту поля випромінювання, яка дорівнює нормованому квадрату модуля середньої ДС за полем. Вона співпадає з нормованою ДС за потужністю  $|\mathbf{F}_n(\mathbf{u})|^2$  регулярної решітки з амплітудно-фазовим розподілом  $a_n \overline{\phi_n}$  (назвемо його статистичним АФР). Цей розподіл відображає той факт, що при збільшенні розкиду фаз у збудженні n-го елемента решітки його вклад у формуванні когерентної складової поля випромінювання зменшується.

Отже, когерентна складова відрізняється за формою від ДС  $|\mathbf{F}_0(\mathbf{u})|^2$  у відсутності похибок через деформацію амплітудного розподілу, що виникає внаслідок неоднорідності фазових похибок.

Для однорідних похибок  $\overline{\phi_n} = \overline{\phi}$ , когерентна складова  $|\mathbf{F}_n(\mathbf{u})|^2 = |\overline{\phi}|^2 |\mathbf{F}_0(\mathbf{u})|^2$  співпадає по формі з нормованою ДС  $|\mathbf{F}_0(\mathbf{u})|^2$  [2].

Нормована дисперсія ДС  $F_f(\mathbf{u}) = \sigma_f^2(\mathbf{u}) / |\mathbf{f}_0(\mathbf{u}_M)|^2$  (другий доданок у (8)), яка характеризує міру розкиду окремих реалізацій ДС по полю відносно середньої ДС по полю, визначає розсіяну потужність внаслідок дії випадкових фазових похибок (у відсутності похибок ця складова дорівнює нулю). Вона є спрямованою і залежить, як і перший доданок, від АФР, розміщення випромінювачів і статистики фазових похибок. Але на відміну від першого доданка вона враховує кореляційні властивості фазових похибок.

У відсутності міжелементної кореляції (*некорельовані* фазові похибки)  $r_\varphi(n, m) = \delta_{nm}$ , де  $\delta_{nm} = 1$  при  $n = m$ , 0 при  $n \neq m$  – символ Кронекера, функція  $K_\phi(n, m) = \{\sigma_{\phi_n}^2 = 1 - |\overline{\phi_n}|^2$  при  $n = m$ , 0 при  $n \neq m\}$ . Вираз (8) приймає наступний вигляд

$$\begin{aligned} \overline{|\mathbf{F}(\mathbf{u})|^2} &= |\mathbf{F}_n(\mathbf{u})|^2 + \\ &+ g^2(\mathbf{u}) \sum_{n=1}^N |a_n \sigma_{\phi_n}|^2 \left/ \left| \sum_{n=1}^N a_n \exp(j\mathbf{k}\mathbf{u}_M \boldsymbol{\rho}_n) \right|^2 \right., \end{aligned} \quad (9)$$

де  $g^2(\mathbf{u}) = |\mathbf{g}_0(\mathbf{u})|^2 / |\mathbf{g}_0(\mathbf{u}_m)|^2$  – нормована ДС за потужністю окремого випромінювача.

З (9) видно, що розсіяна потужність  $F_f(\mathbf{u})$  визначається добутком нормованої ДС випромінювача  $g^2(\mathbf{u})$  (яка зазвичай є слабкоспрямованою) і постійної величини

$$S_f = \sum_{n=1}^N |a_n \sigma_{\phi n}|^2 / \left| \sum_{n=1}^N a_n \exp(j\mathbf{k}\mathbf{u}_m \boldsymbol{\rho}_n) \right|^2, \quad (10)$$

яка представляє собою ізотропну частину розсіяною потужності (відносний фон розсіяної потужності). Значення  $S_f$  залежить від величини

$$|a_n \sigma_{\phi n}|^2 = |a_n|^2 - |a_n \overline{\phi_n}|^2,$$

яка характеризує ступінь відмінності регулярного і статистичного амплітудних розподілів. Величина  $S_f$  враховує ту частину потужності випромінювання, яка залишилася після формування когерентної складової середньої ДС.

Для однорідних похибок дисперсія функції фазових похибок однакова для всіх випромінювачів  $\sigma_{\phi n}^2 = \sigma_{\phi}^2$  і величина  $S_f = \sigma_{\phi}^2 S$ , де

$$S = \sum_{n=1}^N |a_n|^2 / \left| \sum_{n=1}^N a_n \exp(j\mathbf{k}\mathbf{u}_m \boldsymbol{\rho}_n) \right|^2, \quad (10, a)$$

– чутливість антени (регулярного АФР) до випадкових похибок [2]. Мінімальну чутливість  $S_{\min} = 1/N$  мають решітки з нормальним збудженням  $a_n = \exp(-j\mathbf{k}\mathbf{u}_m \boldsymbol{\rho}_n)$  (амплітудний розподіл рівномірний, фазовий – забезпечує синфазне підсумування полів випромінювачів у напрямі  $\mathbf{u}_m$ ). Чутливість визначається втратами інтенсивності при некогерентному підсумуванні полів елементів решітки з регулярним амплітудним розподілом.

Для відносного фону маємо

$$S_f = S - S_{\phi},$$

$$S_{\phi} = \sum_{n=1}^N |a_n \overline{\phi_n}|^2 / \left| \sum_{n=1}^N a_n \exp(j\mathbf{k}\mathbf{u}_m \boldsymbol{\rho}_n) \right|^2 \leq S. \quad (10, б)$$

Розсіяна потужність для однорідних і неоднорідних некорельованих фазових похибок стає однакою, якщо дисперсія функції однорідних фазових похибок буде

$$\sigma_{\phi}^2 = 1 - S_{\phi} / S = \sum_{n=1}^N |a_n \sigma_{\phi n}|^2 / \sum_{n=1}^N |a_n|^2.$$

Враховуючи вираз (4), визначимо дисперсію однорідних фазових похибок

$$\sigma_{\phi e}^2 = -\ln(1 - \sigma_{\phi}^2), \quad (11)$$

яка еквівалентна дії неоднорідних похибок по створенню фону розсіяної потужності.

Для повністю корельованих фазових похибок  $r_{\phi}(n, m) = 1$ . У цьому випадку середня ДС за потужністю

$$|F(\mathbf{u})|^2 = \frac{g^2(\mathbf{u})}{\left| \sum_{n=1}^N a_n \exp(j\mathbf{k}\mathbf{u}_m \boldsymbol{\rho}_n) \right|^2} \times \quad (12)$$

$$\times \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N a_n a_m^* e^{-0,5(\sigma_{\phi n} - \sigma_{\phi m})^2} e^{j\mathbf{k}\mathbf{u}(\boldsymbol{\rho}_n - \boldsymbol{\rho}_m)}$$

на відміну від однорідних похибок, відрізняється від ДС у відсутності похибок, бо при «дружньому» нерівномірному розкиду фаз сигналів в розкриті решітки окремі реалізації фазового розподілу відрізняються за законом від фазового розподілу у відсутності похибок. Відмінності  $|F(\mathbf{u})|^2$  від  $|F_0(\mathbf{u})|^2$  залежать від різниць середньоквадратичних значень фазових похибок. Для слабконеоднорідних похибок вказані різниці незначні і їх дія в основному проявляється в напрямках нульових випромінювань регулярної ДС.

Для частково корельованих фазових похибок розсіяна потужність (другий доданок у (8)) має дві складові: перша (члени з  $n = m$ ) визначає частину потужності, притаманну некорельованим похибкам, друга (члени з  $n \neq m$ ) – залежать від значення коефіцієнта кореляції фазових похибок. Якщо  $r_{\phi}(n, m) = 0$ , то друга частина відсутня. При  $r_{\phi}(n, m) = 1$  вона спільно з першою складовою компенсує перший доданок (8) і залишається (12). Отже, із зростанням радіуса кореляції фазових похибок розсіяна потужність поступово набуває спрямованість з концентрацією випромінювання біля напрямку головного максимуму регулярної ДС.

## Висновки

Статистична теорія антенних решіток з неоднорідними фазовими похибками узагальнює теорію решіток з однорідними помилками. Вона дозволяє отримати ряд нових результатів, які поглиблюють розуміння процесу формування спрямованих характеристик антени. Наведеними співвідношеннями можна користуватися при дослідженні решіток з будь-якими розташуванням випромінювачів і статистикою неоднорідних похибок.

## Список літератури

1. Шифрин Я.С. Вопросы статистической теории антенн / Я.С. Шифрин. – М.: Советское радио, 1970. – 384 с.

2. Шифрин Я.С. Статистика поля антенных решеток / Я.С. Шифрин, Л.Г. Корниенко // Антенны. – 2000. – №1. – С. 3-26.

3. Инденбом М.В. Антенные решетки подвижных обзорных РЛС. Теория, расчет, конструкции / М.В. Инденбом. – М.: Радиотехника, 2015. – 416 с.

Надійшла до редколегії 11.05.2017

4. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б.Р. Левин. – М. : Сов. радио, 1966. – 728 с.

**Рецензент:** д-р техн. наук проф. В.Д. Карлов, Харківський національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

### СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОЛЯ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК СО НЕОДНОРОДНЫМИ ФАЗОВИМИ ПОГРЕШНОСТЯМИ

Л.Г. Корниенко

*Развита статистическая теория антенных решеток на случай, когда фазовые погрешности в раскрыве имеют неоднородную дисперсию. Проанализированы особенности влияния неоднородных фазовых погрешностей на направленные свойства антенны, введен ряд новых понятий статистической теории, определены общие свойства поля излучения при различных радиусах корреляции фазовых погрешностей.*

**Ключевые слова:** антенная решетка, амплитудно-фазовое распределение, однородные и неоднородные фазовые погрешности, дисперсия, радиус корреляции, средняя и регулярная диаграммы направленности.

### STATISTICAL ANALYSIS OF ARRAY FIELD WITH NONUNIFORM PHASE ERROR

L. Kornienko

*Statistical theory of phase error nonuniform dispersion in antenna aperture was developed. Effect of nonuniform phase errors on directional properties of antenna was analysed. A set of new definitions was introduced in statistical theory. General properties of radiation field with different correlation radii of phase errors were defined.*

**Keywords:** array, amplitude-phase distribution, uniform and nonuniform phase errors, dispersion, correlation radius, radiation pattern.