

А.А. Засядько

Черкаський навчально-науковий інститут ДВНЗ "Університет банківської справи", Київ

МЕТОД ПРОГНОЗУ ПАРАМЕТРІВ РУХУ ВИСОКОШВИДКІСНОГО ТРАНСПОРТУ НА ОСНОВІ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ І ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

Вперше розроблений метод прогнозу параметрів стану рухомих об'єктів при малій кількості точок в експериментальних даних. Метод відрізняється від відомих одночасним використанням диференціальних перетворень і багатокритеріальної оптимізації, що дає можливість збільшити діапазон прогнозу параметрів стану транспортних засобів. Багатокритеріальна оптимізація зводить некоректну задачу екстраполяції до стійкої задачі розв'язання системи кінцевих рівнянь. В тому випадку, коли відомі методи дають неприйнятний результат, застосування розробленого методу дозволяє отримати розв'язок в межах заданої похибки. Розроблений метод дозволяє здійснити прогноз експериментальних даних в різних додатках. В роботі розглянутий прогноз параметрів руху швидкісного потягу.

Ключові слова: *прогноз експериментальних даних, некоректна задача, багатокритеріальна оптимізація, диференціальні перетворення.*

Вступ

Постановка проблеми у загальному вигляді.

На дійсний час від автоматизованих систем управління (АСУ) транспортних систем (ТС) очікуваним потенціалом є безпека руху транспортних засобів (ТЗ), підвищення якості транспортної роботи і комплексна ефективність керування перевезення пасажирів і вантажів.

Підвищення ефективності використання транспортних ресурсів приводить до необхідності розглядати некоректні задачі контролю, оптимізації і прогнозування стану ТС в умовах невизначеності.

Однією з частинних задач обробки даних, що виникають у процесі моніторингу параметрів руху пасажирських потягів, є прогноз експериментальних даних. Виникнення цієї задачі пов'язане з початком швидкісних пасажирських перевезень залізничного транспорту України на підвищених експлуатаційних швидкостях [1–2].

Окрім того, забезпечення рівня безпеки руху високошвидкісних транспортних засобів (ВТЗ) досягається за рахунок знаходження оптимальних параметрів та характеристик, а також створення спеціального математичного й алгоритмічного забезпечення обробки і прогнозування інформації в умовах невизначеності. У зв'язку з цим актуального значення набуває створення науково обґрунтованих методів підвищення достовірності та якості інформації для АСУ в умовах невизначеності.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У [1] вказується, що засоби моніторингу рухомого складу дають можливість контролювати швидкісний режим руху потяга протягом усього рейсу. Наприклад, розподіл швидкості руху потягу №168/167

«Київ–Дніпропетровськ–Київ» таке: третю частину часу потяг рухається зі швидкістю близько 100 км/год, а інший час вагони експлуатуються зі швидкостями 86...125 км/год. Швидкість 126...135 км/год – 6%, 136...145 – 3,5%, 145...155 – 0,2%. Таким чином, частка високошвидкісного режиму невелика, і по ній не можна одержати точні характеристики вимірюваних величин.

На рис. 1 приведені основні результати 1-4, що отримані при експлуатаційних випробуваннях за станом на: 12 жовтня, 12 січня, 12 квітня, 12 серпня. Відзначені залежності відповідають осінньому, зимовому, весняному і літньому періодам, що задовольняє вимогам програми і методики випробувань. При цьому тут показані експериментальні дані по середніх показниках плавності ходу, що отримані для вертикального напрямку.

Дотепер розроблений широкий спектр різних підходів до розв'язання некоректних задач, до яких належить і задача прогнозування. Методи розв'язання некоректних задач отримали інтенсивний розвиток в 60-ті роки ХХ ст. Основою для досліджень в даній області є праці наукової школи А.М. Тихонова, яка створила математичну теорію некоректно поставлених задач [7]. Відомі також операційні методи розв'язання інтегральних рівнянь, які дозволяють шляхом переходу з області оригіналів в область зображень перетворити інтегральні рівняння в алгебраїчні. Наприклад, широке застосування отримали інтегральні перетворення Лапласа і Фур'є. Проте інтегральні перетворення Лапласа використовуються в основному для лінійних рівнянь, що обмежує область їх застосування, а використання перетворень Фур'є у випадку нелінійних рівнянь ускладнено. Серед таких методів відомо

мий операційний метод диференціальних перетворень (або основних диференціальних перетворень), основи якого були розроблені в роботах академіка Г.Є. Пухова [3–4]. Метод основних диференціальних перетворень дозволяє вирішити задачу в області з відсутнім часовим аргументом і звести складну задачу до більш простої задачі, яку можна достатньо легко розв'язати чисельними методами.

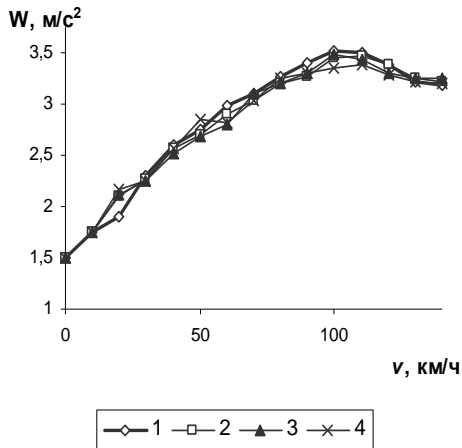


Рис. 1. Середні значення показників W плавності ходу для вертикального напрямку вагона другого класу (потяг № 168 Київ-Дніпропетровськ)

Для дослідження поведінки складних фізичних об'єктів або процесів застосовується системний підхід, який характеризується розглядом множини властивостей і взаємозв'язків, притаманних об'єкту або процесу. При цьому досліджувані властивості часто суперечать один з одним, проте ні одним з них не можна знехтувати, оскільки тільки в своїй сукупності вони дають повне уявлення про даний об'єкт. Для некоректних задач такими суперечливими властивостями або частинними критеріями якості в багатокритеріальній постановці задачі можуть бути стійкість і точність отриманого розв'язку. Багатокритеріальні задачі належать до класу складних задач, тому що їх обчислювальна складність лінійно залежить від розмірності векторного критерію і експоненціально від розмірності вектора шуканого розв'язку, проте в роботах [5–6; 8–14] доведена ефективність застосування багатокритеріальної оптимізації для широкого класу задач.

Мета роботи – розробка методу, що забезпечує стійкий прогноз при високих швидкостях (понад 125 км/год) руху потяга. Це дозволить не вдаватися до дорогих і недостатньо ефективних випробувань з використанням існуючих потягів, що приводять до передчасного зносу. Задача прогнозу (екстраполяції) експериментальних даних, отриманих у результаті випробувань швидкісного рухомого складу, є актуальною, оскільки дозволить знизити рівень динамічного навантаження ходових частин і одиниць рухо-

мого складу, що виникають при випробуваннях рухомого складу на підвищених швидкостях. Крім того, прогноз високошвидкісних характеристик дозволить попередити аварійні ситуації, що виникають на підвищених швидкостях руху через технічний стан ходових частин; дозволить скоротити обсяги ремонтних робіт і витрат на утримання швидкісного рухомого складу. Тому мета роботи передбачає створення математичного методу для прогнозу динаміки швидкісного рухомого складу.

Виклад основного матеріалу дослідження

Нехай вихідна функція $f(t)$ представлена таблично, її графік при $f=W$, $t=v$ зображений на рис. 2. При використанні методу найменших квадратів (МНК) отримані коефіцієнти апроксимуючого полінома третього степеня $\tilde{f}(t) = c_0 + c_1t + c_2t^2 - c_3t^3$: $c_3=0,00000976$, $c_2 = -0,001930554$, $c_1=0,126942207$, $c_0 = -0,004895708$. З рис. 2 видно, що результат, отриманий за допомогою МНК, розбіжний з табличною функцією при прогнозі.

Застосуємо інші методи наближення. Наприклад, у статті [3] показані прийнятні прогностичні властивості методу диференціальних нетейлорівських перетворень у МНК при відомому вигляді апроксимуючої функції. Постановка задачі була такою: за результатами вимірювань будь-якого процесу визначити аналітичне представлення функції $z(t)$. Але відомо, що досліджуваний процес досить точно описується функцією вигляду $f(t,c)$, де c_1, c_2, \dots, c_n – невідомі параметри. Необхідно перейти від функції $z(t)$ до функції $f(t,c)$ так, щоб на розглянутому інтервалі сума квадратів нев'язок між ними була найменшою. Коли вигляд апроксимуючої функції невідомий, прогноз виявляється нестійким.

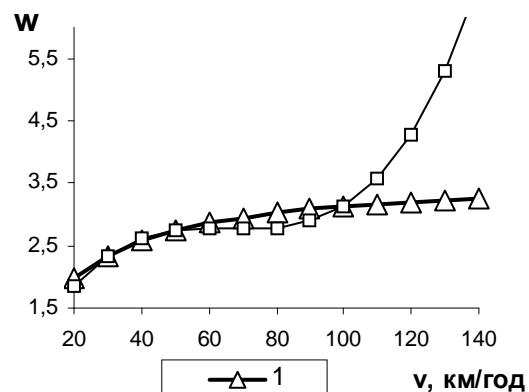


Рис. 2. Використання МНК для знаходження апроксимуючого полінома 2 таблично заданої функції 1

Таким чином, проблема полягає в тому, що при таблично заданих експериментальних даних невідома аналітична залежність, що описує процес.

У [3–4] відзначено, що метод рівних площ, що використовує диференціальні тейлорівські перетворення, вимагає меншого обсягу обчислень для одержання апроксимуючої функції $\tilde{f}(t)$, ніж МНК.

У [3–4] дано визначення ДТ-зображень оригіналів, що задані таблично. Звичайний спосіб отримання зображення $F(k)$ оригіналів $f(t)$ за допомогою прямого диференціального перетворення

$$F(k) = \frac{H^k}{k!} \left(\frac{d^k f(t)}{dt^k} \right)_{t=0} \quad (1)$$

важко реалізувати на практиці, коли функція $f(t)$ задана таблицею або графіком, оскільки операції чисельного і графічного диференціювання неможливо виконати достатньо точно. Тому для визначення дискрет зображення (T -спектра) $F(k)$ залишається в основному один шлях – шлях використання зворотного перетворення

$$f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{t}{H} \right)^k F(k). \quad (2)$$

При математичному моделюванні різних об'єктів необхідно брати до уваги, що отримані за допомогою перетворення (2) дискрети $F(k) \equiv f(t)$ можуть бути використані для апроксимації функції $f(t)$ та інтегралів від $f(t)$ по f , чого не скажеш про апроксимацію похідних від $f(t)$ по t .

Коли функція $f(t)$ задана таблицею або графіком, спосіб одержання зображення $F(k)$ оригіналів $f(t)$ за допомогою прямого диференціального перетворення [3–4] практично важко реалізувати, тому що операції чисельного і графічного диференціювання не можна виконати досить точно. Тому для визначення дискрет зображення (T -спектра) $F(k)$ необхідно використовувати зворотні перетворення.

Нехай гладка функція $f(t)$ на інтервалі $(0, H)$ задана графіком або таблицею своїх значень $f_v = f(t_v)$ у точках $t = t_v$ (табл. 1).

Таблиця 1

Значення функції $f(t)$

v	0	1	2	...	n
t_v	0	t ₁	t ₂	...	t _n =H
f_v=f(t_v)	f ₀	f ₁	f ₂	...	f _n =f(H)

Нехай апроксимуюча функція $\tilde{f}(t)$ для табличної заданої функції $f(t)$ на розглянутому інтервалі задана у вигляді степеневого багаточлена

$$\tilde{f}(t) = \sum_{k=0}^n \left(\frac{t}{H} \right)^k C_k = f_0 + \frac{t}{H} C_1 + \left(\frac{t}{H} \right)^2 C_2 + \dots + \left(\frac{t}{H} \right)^n C_n. \quad (3)$$

з невідомими коефіцієнтами $C_k = C_1, C_2, \dots, C_n$,

де n – кількість невідомих.

Метод рівних площ [3–4] зручний для визначення апроксимуючих багаточленів та їх T -спектрів. В основу метода покладено прирівнювання інтегралів від експериментальної $f(t)$ і апроксимуючої

$\tilde{f}(t)$ функцій, тобто $\int_{t_a}^{t_b > t_a} \tilde{f}(t) dt = \int_{t_a}^{t_b > t_a} f(t) dt$. Число

підінтервалів (t_a, t_b) залежить від числа коефіцієнтів, що враховуються в апроксимуючому багаточлені,

$$\tilde{f}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{t}{H} \right)^k C_k.$$

Для простоти візьмемо $t_a = 0$ і $t_b = t_s$ де t_s – довільна точка всередині інтервалу $0 < t \leq H$. Оскільки при графічному або табличному завданні функції $f(t)$ аналітичний вираз її не відомий, інтеграл від $f(t)$ будемо шукати наближено, наприклад, по формулі трапецій. Тоді

$$\int_0^{t_s} f(t) dt = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^s (t_v - t_{v-1})(f_v + f_{v-1}). \quad (4)$$

З іншого боку, інтеграл від апроксимуючої функції

$$\int_0^{t_s} \tilde{f}(t) dt = H \sum_{k=0}^n \left(\frac{t_s}{H} \right)^{k+1} \frac{C_k}{k+1}. \quad (5)$$

Прирівнюючи праві частини (4) і (5) між собою, одержимо систему алгебраїчних рівнянь, з яких знайдемо коефіцієнти C_k . Їхня сукупність представляє T -спектр апроксимуючої функції $f(t)$. Якщо відрізок $(0, H)$ поділяється на N однакових частин, ця СЛАР спрощується і приймає вигляд

$$\sum_{k=0}^n \left(\frac{s}{N} \right)^{k+1} \frac{C_k}{k+1} = \frac{1}{2N} \sum_{v=1}^s (f_{v-1} + f_v) = \frac{1}{N} \left(\frac{f_0}{2} + f_1 + f_2 + \dots + f_{s-1} + \frac{f_s}{2} \right). \quad (6)$$

Тут n визначає степінь апроксимуючого багаточлена, а $N \geq n$ дорівнює кількості частин, на які розділений відрізок $(0, H)$.

Покажемо на прикладі апроксимації таблично заданої функції (рис. 3) застосування системи рівнянь (6).

Приклад. Нехай експериментальна функція $f(t)$ задана таблично. На рис. 3 значення $f(t)$ показані кривою 1. Як апроксимуючу виберемо функцію (3), де $t=V$, $f=W$.

Апроксимуємо функцію $f(t)$ поліномом степеня 3 за допомогою методу рівних площ. Для використання цього методу необхідно вибрати 4 точки функції по кількості невідомих у СЛАР (6). Від того, наскільки рівномірно по діапазоні H обрані точки, залежить точність апроксимації.

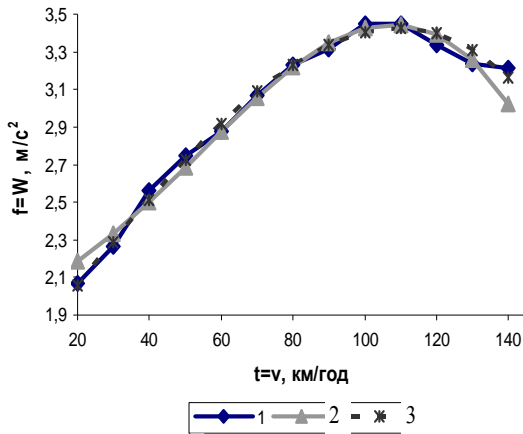


Рис. 3. Функція $f(t)$ і апроксимації $\tilde{f}(t)$ (3) поліномами третього степеня, отримані методом рівних площ: 2 – по точках 60, 70, 100, 120; 3 – по точках 30, 90, 110, 140

Візьмемо точки, розташовані в діапазоні $H=140$: $t=30, 90, 110, 140$. Результатом апроксимації буде функція $\tilde{f}(t)$, представлена кривою 2 рис. 3. Відхилення значень функції $\tilde{f}(t)$ від табличної $f(t)$ будуть більш рівномірними по всьому діапазоні, а на його кінцях майже не будуть відхилятися від вихідної функції.

Візьмемо точки $t=60, 70, 100, 120$. Результатом апроксимації буде функція $\tilde{f}(t)$, представлена кривою 2 рис. 3. Як видно, на початку і наприкінці діапазону значення отриманої функції будуть відхилятися від вихідної. При спробі прогнозувати в межах діапазону, вибираємо початкові значення, кінцеві значення одержати не вдається.

За допомогою методу рівних площ для знаходження коефіцієнтів полінома четвертого степеня була складена СЛАР для п'ятої, шостої, восьмої, дев'ятої і десятої точок експериментальної кривої відповідно:

$$\sum_{k=0}^4 \left(\frac{5}{10}\right)^{k+1} \frac{C_k}{k+1} = \frac{1}{10} \left(\frac{f_0}{2} + f_1 + \dots + f_4 + \frac{f_5}{2}\right);$$

$$\sum_{k=0}^4 \left(\frac{6}{10}\right)^{k+1} \frac{C_k}{k+1} = \frac{1}{10} \left(\frac{f_0}{2} + f_1 + \dots + f_5 + \frac{f_6}{2}\right);$$

$$\sum_{k=0}^4 \left(\frac{8}{10}\right)^{k+1} \frac{C_k}{k+1} = \frac{1}{10} \left(\frac{f_0}{2} + f_1 + \dots + f_7 + \frac{f_8}{2}\right);$$

$$\sum_{k=0}^4 \left(\frac{9}{10}\right)^{k+1} \frac{C_k}{k+1} = \frac{1}{10} \left(\frac{f_0}{2} + f_1 + \dots + f_8 + \frac{f_9}{2}\right);$$

$$\sum_{k=0}^4 \frac{C_k}{k+1} = \frac{1}{10} \left(\frac{f_0}{2} + f_1 + \dots + f_9 + \frac{f_{10}}{2}\right)$$

або

$$I_5 = \frac{1}{2}C_0 + \frac{1}{8}C_1 + \frac{1}{24}C_2 + \frac{1}{64}C_3 + \frac{1}{160}C_4 = 1,077;$$

$$I_6 = \frac{3}{5}C_0 + \frac{9}{50}C_1 + \frac{9}{125}C_2 + \frac{81}{2500}C_3 + \frac{243}{15625}C_4 = 1,358;$$

$$I_8 = \frac{4}{5}C_0 + \frac{8}{25}C_1 + \frac{64}{375}C_2 + \frac{64}{625}C_3 + \frac{1024}{15625}C_4 = 1,96975;$$

$$I_9 = \frac{9}{10}C_0 + \frac{81}{200}C_1 + \frac{243}{1000}C_2 + \frac{6561}{4000}C_3 + \frac{59049}{500000}C_4 = 2,29713;$$

$$I_{10} = C_0 + \frac{1}{2}C_1 + \frac{1}{3}C_2 + \frac{1}{4}C_3 + \frac{1}{5}C_4 = 2,6355. \quad (7)$$

Розв'язком СЛАР (7) є:

$$C_0=1,51088; C_1=2,4793; C_2=1,075; C_3=-2,1804; C_4=0,32. \quad (8)$$

Щоб одержати апроксимуючий поліном в області оригіналів $\tilde{f}(t) \Xi \tilde{F}(k)$, скористаємося формулою для одержання коефіцієнтів: $c_i = C_i/n^i = C_i/H^i$. Тоді одержимо: $c_0=C_0$; $c_1=C_1/10$; $c_2=C_2/100$; $c_3=C_3/1000$; $c_4=C_4/10000$. Апроксимуючий поліном буде мати вигляд (рис. 5, крива 3):

$$\tilde{f}(t) = 1,51088 + 0,24793t + 0,01075t^2 - 2,1804 \cdot 10^{-3}t^3 + 3,2 \cdot 10^{-5}t^4. \quad (9)$$

З рис. 5 видно, що, оскільки для апроксимації були обрані точки, що лежать у межах 50...100км/год, то на кінцях відрізка є розбіжності. Особливо яскраво вони проявляються при $t > 100$.

За допомогою методу рівних площ були знайдені коефіцієнти c_i полінома п'ятого степеня. Обрано точки для проміжку $t \in [40, 120]$ км/год. Поліном при $n=5$ показаний кривою 2 рис. 5. Очевидно, що при $t \in [0, 140]$ км/год, на якому визначена експериментальна крива 1, апроксимація на кінцях цього відрізка була б точніше.

Як видно з рис. 4–5, при $t > 120-140$ км/год екстраполювати поліномами високих порядків не можна, тому що поліном різко розходиться і виходить якісно невірний результат.

При визначенні Т-спектрів по експериментальним даним у вигляді таблиць і графіків апроксимуючі функції не обов'язково вибирати у вигляді степеневих багаточленів. У багатьох випадках вибір дробово-раціональних, показникової, тригонометричних і гіперболічних апроксимуючих функцій і їхніх комбінацій виявляється більш раціональним. Розглянемо це питання трохи докладніше, припускаючи, як і вище, що експериментальна функція задається таблицею або графіком. Аналізуючи, наприклад, графіки залежності плавності руху від

швидкості (рис. 4) фізичних систем, можна помітити, що головні складові, які характеризують основні риси процесів, можуть бути приблизно описані добутками затухаючої експоненти на параболу різних степенів. Це дозволяє вибрати, виходячи з фізичних властивостей, апроксимуючу функцію у вигляді

$$\tilde{f}_1(t) = A_1(1 - e^{-\alpha_1 t}) + B_1; \tilde{f}_2(t) = A_2 \cdot t \cdot e^{-\alpha_2 t} + B_2; \\ \tilde{f}_3(t) = A_3 e^{-\beta t} (c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + \dots).$$

Дослідження показали, що графік функції $\tilde{f}_2(t) = 0,501 \cdot t \cdot e^{-0,095t} + 1,37$ досить істотно відхиляється від експериментальних точок, що дозволяє зробити висновок про те, що вигляд апроксимуючої функції був обраний невдало. Однак апроксимація функцією $\tilde{f}_1(t)$ дає ще гірший результат. Хоча апроксимація

$$\tilde{f}_3(t) = e^{0,25008t} (1,58996 - 0,19083t + 0,06013t^2)$$

дуже вдала для відрізка $i=[0,14]$, але розбігається при $i > 14$, де $i=v/10$.

Таким чином, апроксимуюча функція $\tilde{f}(t)$ повинна містити в собі поліном, бути поліномом або мати складну структуру, що складається з комбінацій експонент. Тому становить інтерес поліпшити екстраполяційні властивості апроксимуючих функцій за допомогою введення стабілізуючих критеріїв при багатокритеріальній оптимізації.

Стабілізація апроксимуючої функції являє собою некоректну задачу, тому що можна знайти нескінченну кількість апроксимуючих поліномів $\tilde{f}(t)$ у рамках заданої точності наближення в інтервалі апроксимації. Поза межами інтервалу апроксимації знайдені апроксимації $\tilde{f}(t)$ можуть як завгодно значно розбігатися одна від одної, не кажучи вже про розбіжність із шуканою функцією $f(t)$. Це ілюструють рис. 4–5, криві 2 і 3.

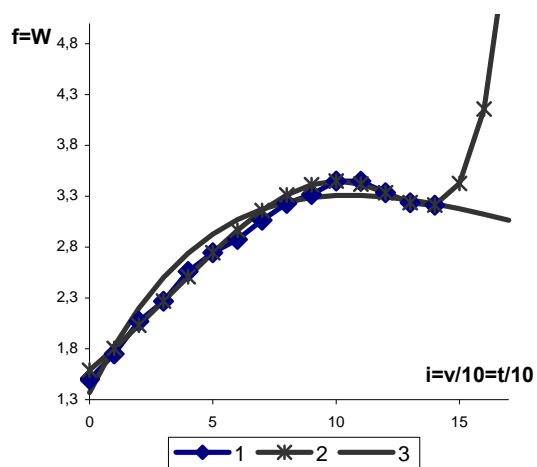


Рис. 4. Експериментальна залежність $f(t)$ (крива 1) і апроксимуючі функції $\tilde{f}_2(t)$ і $\tilde{f}_3(t)$, знайдені методом рівних площ

Становить інтерес звузити початкову множину M апроксимуючих функцій до множини M^* за допомогою процедури стабілізації коефіцієнтів c_i поліномів $\tilde{f}(t)$.

Багатокритеріальні задачі належать до класу задач, що важко розв'язуються, тому що їхня обчислювальна складність лінійно залежить від розмірності векторного критерію і експоненціально від розмірності вектора шуканого розв'язку, однак у [8–12] доведена ефективність застосування багатокритеріальної оптимізації для широкого класу задач. Зниження обчислювальної складності досягається за рахунок використання нелінійної схеми компромісів за допомогою спеціальної згортки частинних критеріїв у скалярний критерій [5–6]. Використовуємо поняття частинних критеріїв у смислі критеріїв якості, що властиві для багатокритеріальної оптимізації, щоб визначити умови для одержуваного розв'язку.

Нехай векторний критерій (або цільова функція) обмежений припустимою областю $I \in \Omega(I)$. Кожен компонент векторного критерію I описується частинним критерієм I_i , $i = \overline{1, n}$, визначеним на розв'язку $C \in Y$ СЛАР (6–7). Багатокритеріальна задача розв'язку СЛАР (6–7) полягає у визначенні коефіцієнтів $\{C_k^*\}$, $C^* \in Y$, $I^* \in (I)$, що при заданих умовах обумовлені мірою апріорної інформації про розв'язок $C_k(s)$, оптимізує векторний функціонал I . Сформуємо частинні критерії, з яких будемо формувати векторний критерій I . При розв'язанні некоректної задачі багатокритеріальної оптимізації сукупність цих частинних критеріїв утворить векторний критерій I .

1. Перша група критеріїв якості I_{1i} відповідає за нев'язку кожного з рівнянь СЛАР (7):

$$I_{1i} = \varepsilon_i^2 = \left(\sum_{k=0}^n \left(\frac{s}{n} \right)^{k+1} \frac{C_k}{k+1} - \frac{1}{2N} \sum_{v=1}^s (f_{v-1} + f_v) \right)^2, \quad (10) \\ i = \overline{1, n}.$$

На критерій $I_1 = \sum_{i=1}^n I_{1i}$ накладаються обмеження:

$$0 \leq I_1 \leq I_{1m} = n10^{-2l}, \\ \text{або} \quad 0 \leq I_1 \leq I_{1m} = \sum_{i=1}^n \delta_i^2 = n\delta^2, \quad (11)$$

де n – кількість рівнянь, l – довжина розрядної сітки вихідних даних, δ – погрішність правої частини рівняння (11). При реалізації потрібно враховувати, що зазначена в (11) величина I_{1m} мінімальна, і необ-

хідно для підвищення чисельної стійкості завищувати це значення, виходячи з особливостей задачі.

2. Згладжуючий критерій – критерій по чисельній стійкості, що гарантується нормальним розв’язком по Тихонову, тобто мінімізує норму розв’язку [9–12]:

$$I_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n C_i^2} \quad (12)$$

Обмеження на критерій I_2 вибираються з фізичної реалізації розв’язку. Вони накладаються на допустиму область розв’язку:

$$0 \leq I_2 \leq I_{2m} = R = \sqrt{\sum_{i=1}^n C_{i\max}^2} \quad (13)$$

де R – радіус сфери, у якій знаходиться розв’язок.

При вирішенні некоректних задач, у яких виділені критерії по чисельній стійкості і точності, мінімізація критеріїв нев’язок конфліктує з мінімізацією норми розв’язку (або чисельною стійкістю). Модель інтегральної оптимальності, що складається із суми критеріїв (10) і (12), ефективна при неконфліктних критеріях, при конфліктних критеріях рекомендується використовувати нелінійну схему компромісів, введена в [5–6]. Тому задачу знаходження мінімуму критеріїв I_1, I_2 , вирішуємо як багатокритеріальну задачу за нелінійною схемою компромісу Вороніна:

$$\min_C I(C) = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{1 - \frac{I_i}{I_{im}}} \quad (14)$$

У роботах [5–6] показано, що багатокритеріальна модель (14) забезпечує вибір точки розв’язку з множини розв’язків, оптимальних по Парето, з урахуванням заданих обмежень на припустиму область зміни векторного критерію, якщо множина Парето належить цій області. Тому для розв’язку багатокритеріальних задач варто рекомендувати модель (14).

Початкове значення вектора коефіцієнтів \bar{C}^0 береться з формули (8):

$$\begin{aligned} C_0^0 &= 1,51088; C_1^0 = 2,4793; C_2^0 = 1,075; \\ C_3^0 &= -2,1804; C_4^0 = 0,32. \end{aligned} \quad (15)$$

Чисельні значення на обмеження критеріїв $I_{im}, i=1,2$, можна одержати, підставивши (15) у (3) і (4). У [10] зазначено, що, хоча розв’язок оптимізаційної задачі (6) і стійкий до значень I_{2m} , для одержання більш точного результату їх необхідно вибирати такими, що $I_{2\text{порг}} = \min\{I_{2m}\}$ і розв’язок (6) знаходиться на межі стійкості.

За допомогою програми Mathcad було знайдено розв’язок модельного прикладу (4) для різних методів. Результати обчислень представлені на рис. 5 кривими 4 і 5.

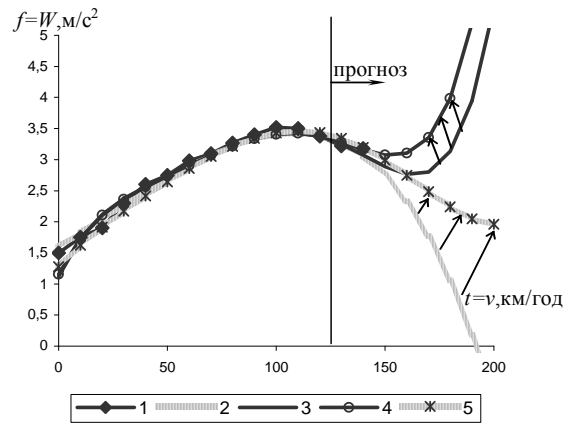


Рис. 5. 1 – експериментальна залежність $f(t)$; 2 – апроксимуючий поліном четвертого степеня $\tilde{f}(t)$ (9); 3 – апроксимуючий поліном п'ятого степеня $\tilde{f}(t)$; 5, 4 – стабілізовані поліноми четвертого і п'ятого степеня відповідно

Висновки

Пропонується метод моніторингу таблично заданих залежностей на основі скалярної згортки частинних критеріїв за допомогою нелінійної схеми компромісів із введенням у неї частинних критеріїв на нормальний розв’язок і на нев’язку. Даний метод забезпечує мінімальний сумарний рівень нев’язок СЛАР. У тому випадку, коли відомі методи (наприклад, МНК) дають якісно невірний результат, застосування цього методу дозволяє одержати розв’язання в межах заданої похибки.

Наукова новизна полягає в тому, що задача прогнозу вирішується в два етапи. На першому етапі на основі методу рівних площ за допомогою ДТ-перетворень знаходиться апроксимуюча функція, на другому етапі знайдені параметри апроксимуючої функції коректуються за допомогою методу багатокритеріальної оптимізації.

Такий підхід до розв’язку задачі екстраполяції дозволяє підвищити точність і вірогідність прогнозу експериментальних даних. Оптимізація отриманого скалярного критерію зводить некоректну задачу екстраполяції до стійкої задачі розв’язку системи скінчених рівнянь, що забезпечує мінімальний сумарний рівень нев’язок СЛАР. Застосування цього методу дозволяє одержати розв’язок задачі екстраполяції на визначеному проміжку в межах заданої похибки, тоді як відомі методи (наприклад, МНК) можуть одержати якісно невірний результат. Використання методу рівних площ на основі диференціальних тейлорівських перетворень з подальшою стабілізацією отриманих параметрів апроксимуючої функції за допомогою багатокритеріальної оптимізації зводять некоректну задачу екстраполяції до стійкої задачі розв’язку системи скінчених рівнянь.

Був отриманий стійкий прогноз при підвищених швидкостях руху потяга. Достовірність розробленого методу підтверджена експериментально, оскільки результат прогнозу в межах заданої похибки співпадає з експериментальними залежностями. Розроблений метод дозволяє здійснювати прогноз експериментальних даних у різних додатках.

Використання методу рівних площ на основі диференціальних тейлоровських перетворень з подальшою стабілізацією отриманих параметрів апроксимуючої функції за допомогою багатокритеріальної оптимізації зводять некоректну задачу екстраполяції до стійкої задачі розв'язання системи кінцевих рівнянь.

Список літератури

1. Звіт про НДР „Розробка імітаційних моделей і засобів оцінки та прогнозування динамічних показників пасажирського рухомого транспорту (Проміжний шифр теми 20-2004Б)/Під керівництвом Ю.В.Дьоміна. – Київ: КУЕТТ, – 2004. – 63 с.
2. Ковбасюк С.В. Методика определения параметров нелинейных систем на основе дифференциально-нетейлоровских преобразований / С.В. Ковбасюк, А.А. Писарчук // Двойные технологии. – 2004. – № 1. – С. 30-34.
3. Пухов Г.Е. Приближенные методы математического моделирования, основанные на применении дифференциальных T-преобразований / Г.Е. Пухов. – К.: Наукова думка, 1988. – 216 с.
4. Пухов Г.Е. Дифференциальные спектры и модели // Г.Е. Пухов. – К.: Наукова думка, 1990. – 184 с.
5. Векторная оптимизация динамических систем / А.Н. Воронин, Ю.К. Зиятдинов, О.И. Козлов, В.С. Чабанюк; Под ред. А.Н. Воронина. – К.: Техніка, 1999. – 284 с.
6. Воронин А.Н. Многокритериальный синтез динамических систем / А.Н. Воронин. – Киев: Наукова думка, 1992. – 160 с.
7. Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – М.: Наука, 1986. – 288 с.
8. Засядько А.А. Решение задачи восстановления параметров объектов информационного обеспечения автоматизированных систем управления / А.А. Засядько // Системи обробки інформації: збірник наукових праць. – Х.: Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, 2016. – Вип. 4 (141). – С. 35-40.
9. Засядько А.А. Восстановление параметров объектов информационного обеспечения автоматизированных систем управления на основе дифференциально-нетейлоровских преобразований / А.А. Засядько // Системи обробки інформації: збірник наукових праць. – Х.: Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, 2015. – Вип. 4 (129). – С. 20-23.
10. Засядько А.А. Зниження обчислювальної складності в задачі нелінійного програмування великої розмірності / А.А. Засядько // Вісник УБС. – 2016. – №2(23). – С. 158-162.
11. Засядько А.А. Зниження обчислювальної складності за допомогою багатокритеріальної оптимізації в задачі нелінійного програмування / А.А. Засядько // Системи обробки інформації: збірник наукових праць. – Харків: Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, 2012. – Вип. 8(106). – С. 83-86.
12. Засядько А.А. Решение задачи восстановления изображений для автоматизированных систем управления // Информационные системы в управлении, образовании, промышленности: монография / под ред. В.С. Пономаренко. – Х.: вид-во ТОВ «Щедра садиба плюс», 2014. – С. 178-190.
13. Greiner Karel. Calculation of indicators of annual train timetable in the Czech Republic / Karel Greiner, Josef Volek // International journal of mathematical models and methods in applied sciences. – 2013. – Issue 2, Volume 7. – P. 182-191.
14. Saeed Ziaei Rad. Methods for updating numerical models in structural dynamics [A thesis submitted to the university of London for the degree of doctor of philosophy and for the diploma of imperial college Department of mechanical engineering Imperial college of science, technology and medicine London] / Saeed Ziaei Rad. – Imperial college of science, technology and medicine, University of London, 1997. – 284 p.

References

1. Djomin, Yu.V. (2004), “*Rozrobka imitatzijnikh modelej I zasobiv otzinki ta prognozuvannja dinamichnikh pokaznikov passazhirskogo rukhomogo transport: Zvit po NDR (Promizhnij shifr temi 20-2004B)*” [Development of simulation models and facilities of estimation and prognostication of dynamic indexes of passenger movable transport: research work No20-2004B], Kyiv University of Economic and Technology on Transport, Kyiv, 63 p.
2. Kovbasjuk, S.V. and Pisarchuk, A.A. (2004), “*Metodika opredelenija parametrov nelinejnych system na osnove differentsialno-netejlorovskich preobrazovanij*” [Methodology of solution of parameters of the non-linear systems on a base differential non-teylorian transformation], *Double technologies*, No. 1, pp. 30-34.
3. Pukhov, G.Ye. (1988), “*Priblizhennije metody matematicheskogo modelirovanija, osnovannie na primeneniji differentsialnich T-preobrazovanij*” [Close methods of mathematical design, based on application of differential T-transformation], *Scientific thought*, Kyiv, 216 p.
4. Pukhov, G.Ye. (1990), “*Differentsialnie spektri i modeli*” [Differential spectrums and models], *Scientific thought*, Kyiv, 184 p.
5. Voronin, A.M., Ziatdinov, Yu.K., Kozlov, O.I. and Chabanyuk, V.S. (1999), “*Vektornaja optimizatsija dinamicheskich system*” [Vectorial optimization of the dynamic systems], *Technic*, Kyiv, 284 p.

6. Voronin, A.M. (1992), "Mnogokriterialnij sintez dinamicheskich system" [Multicriterion synthesis of the dynamic systems], Scientific thought, Kyiv, 160 p.
7. Tikhonov, A.N. and Arsenin, V.Ja. (1986), "Metodi reshenija nekorrektnich zadach" [Methods of solving of incorrect problems], Science, Moscow, 288 p.
8. Zasjadko, A.A. (2016), "Rechenije zadachi vosstanovlenija parametrov objeekov informatsionnogo obespechenija dlja avtomatizirovannich system upravlenija" [The solving incorrect problem of restoring of automated control objects for automated control systems], *Information Processing Systems*, No. 4(141), pp. 35-40.
9. Zasjadko, A.A. (2015), "Vosstanovlenie parametrov ob'jektiv informatsionnogo obespechenija avtomatizirovannich system upravlenija na osnove differentsial'no-netejlorovskich preobrazovanij" [The restoring of parameters for the control of a state of automated control systems on a base differential non-teylorian transformation], *Information Processing Systems*, No. 4 (129), pp. 20-23.
10. Zasjadko, A.A. (2016), "Znishennja obchislyvalnoji skladnosti v zadachi nelinejnogo programmuvannja" [Decreasing in computing complexity of high-order problem of nonlinear programming], *Announcer UBS*, No. 2(23), pp. 158-162.
11. Zasjadko, A.A. (2012), "Znishennja obchislyvalnoji skladnosti za dopomogoj bagatokriterialmoji optimizatziiji v zadachi nelinejnogo programmuvannja" [Using multi-criteria optimization for decreasing in computing complexity of the problems of nonlinear programming], *Information Processing Systems*, No. 8(106), pp. 83-86.
12. Zasjadko, A.A. (2014), "Rechenije zadachi vosstanovlenija izobrazhenij dlja avtomatizirovannich system upravlenija" [The mathematical processing of images for automated control systems], *Information systems in management, education, industry: monograph*, Shedra sadiba plus, Kharkiv, pp. 178-190.
13. Greiner, Karel and Volek, Josef (2013), Calculation of indicators of annual train timetable in the Czech Republic, *International journal of mathematical models and methods in applied sciences*, Issue 2, Vol. 7, pp. 182-191.
14. Saeed Ziaei Rad (1997), *Methods for updating numerical models in structural dynamics*, Imperial college of science, technology and medicine, University of London, 284 p.

Надійшла до редколегії 12.04.2018

Схвалена до друку 15.05.2018

Відомості про автора:

Засядько Аліна Анатоліївна

доктор технічних наук професор
Черкаського навчально-наукового інституту ДВНЗ
«Університет банківської справи»,
Черкаси, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-1640-7580>

Information about the author:

Alina Zasjadko

Doctor of Technical Sciences Professor
of Cherkasy Institute of Banking
of the University of Banking,
Cherkasy, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-1640-7580>

МЕТОД ПРОГНОЗА ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ТРАНСПОРТА НА ОСНОВЕ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

А.А. Засядько

Предлагается метод мониторинга таблично заданных зависимостей на основе скалярной свертки частных критериев с помощью нелинейной схемы компромиссов с введением в нее частных критериев на нормальное решение и на невязку. Оптимизация полученного скалярного критерия сводит некорректную задачу экстраполяции к устойчивой задаче решения системы конечных уравнений. Данный метод обеспечивает минимальный суммарный уровень невязок СЛАУ. В том случае, когда известные методы (например, метод наименьших квадратов) дают качественно неверный результат, применение этого метода позволяет получить решение в пределах заданной погрешности.

Научная новизна заключается в том, что задача прогноза решается в два этапа. На первом этапе на основе метода равных площадей с помощью ДТ-преобразований находится аппроксимирующая функция, на втором этапе найденные параметры аппроксимирующей функции корректируются с помощью метода многокритериальной оптимизации. Такой подход к решению задачи экстраполяции позволяет повысить точность и достоверность прогноза экспериментальных данных. Применение этого метода позволяет получить решение задачи экстраполяции на определенном промежутке в пределах заданной погрешности, тогда как известные методы могут получить качественно неверный результат. Использование метода равных площадей на основе дифференциальных тейлоровских преобразований с последующей стабилизацией полученных параметров аппроксимирующей функции с помощью многокритериальной оптимизации сводит некорректную задачу экстраполяции к устойчивой задаче решения системы конечных уравнений. Был получен устойчивый прогноз при повышенных скоростях движения поезда. Достоверность разработанного мето-

да подтверждена экспериментально, поскольку результат прогноза в пределах заданной погрешности совпадает с экспериментальными зависимостями. Разработанный метод позволяет осуществлять прогноз экспериментальных данных в различных приложениях.

Ключевые слова: прогноз экспериментальных данных, некорректная задача, многокритериальная оптимизация, дифференциальные преобразования.

A METHOD OF EXTRAPOLATION OF PARAMETERS OF MOTION OF HIGH-SPEED TRANSPORT IS ON BASIS OF MULTI-CRITERIA OPTIMIZATION AND DIFFERENTIAL TRANSFORMATIONS

A. Zasjadko

For the first time, new method of solving incorrect problems of extrapolation for information and mathematical supply of the automated control systems for transport by means of multi-criteria optimization and differential transformations which allows to raise quality of the information about a state of the high-speed transports are developed.

The method of extrapolation is improved; this method differs from the other ones by using the multi-criteria optimization by means of the non-linear compromise schema, and this allows reducing the error of extrapolation.

For the first time, it is used of method of even areas on the basis of the differential taylorian transformation of process of extrapolation signals for the control of a state of the high-speed transports.

The method of extrapolation the information about the high-speed transports of the automated control systems which differs from known by the common application of multi-criteria optimization and the based differential transformations of the information is offered for the first time; accuracy and stability of extrapolation the information on a state of high-speed transports in conditions of uncertainty and noise is the obtained result. The new method validated experimentally, as a result of prognosis within the limits of the set error coincides with experimental dependences.

The new method of prognosis allows to carry out the prognosis of experimental data in different additions.

Keywords: *the prognosis of experimental data, incorrect problem, multi-criteria optimization, differential transformations.*