

Обробка інформації в складних технічних системах

УДК 621.391

DOI: 10.30748/soi.2018.154.01

В.І. Васишлин¹, В.В. Лютов¹, І.В. Хуторна¹, М.І. Новіков²

¹ Харківський національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

² Національна Академія Національної гвардії України, Харків

ОЦІНЮВАННЯ ЧАСТОТИ СИГНАЛІВ З НАДРОЗДІЛЕННЯМ НА ОСНОВІ ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ SSA ТА СТРУКТУРНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ КОРЕЛЯЦІЙНОЇ МАТРИЦІ

У статті розглядається задача підвищення ефективності спектрального аналізу сигналів, що спостерігаються на фоні шуму, методами, основаними на використанні підпросторів (МОВП) власних векторів кореляційної (чи коваріаційної) матриці (КМ) вхідної послідовності. Для її вирішення проводиться попередня обробка даних методом SSA з використанням властивості персиметрії КМ даних (максимально правдоподібної оцінки персиметричної КМ). Представлені результати імітаційного моделювання, що підтверджують підвищення ефективності спектрального аналізу МОВП при сумісному застосуванні методу SSA та властивості персиметрії КМ.

Ключові слова: підпростір сигналів, методи спектрального аналізу, власні вектори, власні значення.

Вступ

Перспективні радіолокаційні системи, системи зв'язку використовують сучасні інформаційно-телекомунікаційні технології – MIMO (multiple input-multiple output system – система з використанням антенних решіток як на приймальній, так і передавальній стороні), OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing), їх варіанти та комбінації – MU-MIMO (multiuser MIMO), massive MIMO, FBMC (Filter Bank Multi-Carrier), N-OFDM (Non-Orthogonal Frequency Division Multiplexing), MIMO-OFDM та інші з метою покращення якості обробки сигналів та характеристик цих систем. Зазвичай при цьому перед традиційною обробкою як сигналів так і полів здійснюється певна попередня обробка. Прикладами такої попередньої обробки може бути вибілювання, попереднє формування багатопроменевої діаграми спрямованості, що охоплює потрібний кутовий сектор, процедури зниження рівня шуму в спостереженні, ортогоналізація Грама-Шмідта та інші [1–4].

До процедур зниження рівня шуму в спостереженні відносяться технологія сурогатних даних, метод узагальнених найменших квадратів (TLS – total least squares), вейвлет перетворення, сингулярний спектральний аналіз (SSA), метод спектрального віднімання (spectral subtraction) та інші [3–5].

Основою методу SSA є розкладення матриці даних (траєкторної матриці, що має ганкелеву при обробці часової послідовності та блочно-ганкелеву структуру при обробці полів) за сингулярними зна-

ченнями та векторами (SVD – singular value decomposition) або кореляційної (коваріаційної) матриці вхідних даних за власними значеннями та векторами (EVD – eigenvalue decomposition). Такі спектральні розкладення використовуються в аналізі головних компонент (principal component analysis-PCA), аналізі незалежних компонент (independent component analysis-ICA), факторному аналізі, дискретному перетворенні Карунена-Лоева. Крім того, вони знаходять широке застосування в способах подання сигналів та зображень, методах спектрального аналізу (CA), основаних на використанні підпросторів (subspace-based methods) [1–7], розпізнаванні сигналів або зображень (розпізнаванні образів), при формуванні паралельних просторових каналів в MIMO-системах на передавальній стороні, алгоритмах та методах стеганографії і т.д. Слід зауважити, що метод PCA (який іноді називають методом узагальненого спектрального аналізу) застосовується і для вирішення завдання стиснення даних (скорочення об'єму повідомлень, що передаються, до деякого допустимого мінімуму) [4].

Найбільш відомими МОВП, здатними забезпечувати надрозділення сигналів, є методи MUSIC, Root-MUSIC, ESPRIT, Min-Norm та інші.

В попередніх роботах запропоновано використання методу SSA для здійснення попередньої обробки перед застосуванням методів CA, аналізувався вплив параметрів цього та модифікованого методу SSA на ефективність CA МОВП [4–5]. Крім того,

запропоноване спільне використання методу SSA та технології сурогатних даних [5].

Разом з тим, у вказаних роботах використовувалася модель дійсних сигналів. В ряді випадків виникає потреба обробки комплексних даних [8]. Разом з тим, структурні властивості КМ сигналів (а саме властивість персиметрії) [9–10], при реалізації попередньої обробки сигналів методом SSA не використовувалися.

Тому **мета даної роботи** – підвищення ефективності спектрального аналізу методами, основаними на використанні підпросторів власних векторів, на основі попередньої обробки сигналів методом SSA та використання властивості персиметрії КМ послідовності, що отримується після методу SSA.

Модель даних

Оцінювання частоти може бути зведено до оцінки параметрів ω_v , $v = 1, \dots, V$ в моделі [1; 7]:

$$y(n) = \sum_{v=1}^V x_v(n) + e(n) = s(n) + e(n), \quad n = 1, \dots, N. \quad (1)$$

Тут $x_v(n) = \xi_v \exp(j(\omega_v n + \phi_v))$ є v -ю гармонічною компонентою, ξ_v – амплітуда, $\omega_v = 2\pi f_v$, $\omega_v \in [0, \pi)$, ϕ_v – фаза v -ї компоненти. ϕ_v вважаються рівномірно розподіленою на інтервалі $[0, 2\pi)$. Комплексний білий шум $e(n)$ має нульове математичне очікування та дисперсію σ^2 . Схожа модель використовується, наприклад, в задачі оцінювання параметрів каналів МІМО з затуханням та зміщенням частоти [6] та в інших роботах.

Методи, основані на підпросторах, потребують низько-рангового матричного подання задачі. Прийнятні відліки подаються у вигляді вектора-стовпця, який в подальшому може бути розбитий на сегменти шляхом застосування вікна розміром m до послідовності $y(n)$ [7]. Це дозволяє передбачати, що ранг КМ спостережень буде рівним або перевищувати число гармонічних компонент сигналу. Вхідний вектор даних довжиною N може бути поданий у вигляді K векторів розміром $m > V$:

$$y(n) = [y(n) \dots y(n+m-1)]^T, \quad (2)$$

де $K = N - m + 1$, $n = 1, \dots, K$, $()^T$ означає оператор транспонування. Вищенаведена модель може бути подана в матричній формі [11–12]:

$$y(n) = \mathbf{B}x(n) + e(n) = \mathbf{g}(n) + e(n), \quad (3)$$

де $x(n)$ – $V \times 1$ вектор; $e(n) = [e(n) \dots e(n+m-1)]^T$ вектор шуму; $\mathbf{B} = [\mathbf{a}(\omega_1) \dots \mathbf{a}(\omega_V)]$ – $m \times V$ матриця і $\mathbf{a}(\omega_v) = [1 \exp(j\omega_v) \dots \exp(j(m-1)\omega_v)]^T$.

Фрагменти вхідної послідовності є стовпцями ганкелевої матриці даних

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y(1) & y(2) & \dots & y(N-m+1) \\ y(2) & y(3) & \dots & y(N-m+2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ y(m) & y(m+1) & \dots & y(N) \end{bmatrix} = \mathbf{Y}_r + j\mathbf{Y}_i. \quad (4)$$

Першим елементом кожного фрагменту є елемент вхідної послідовності, номер якого відповідає номеру стовпця траєкторної матриці. В виразі (4) \mathbf{Y}_r і \mathbf{Y}_i – траєкторні матриці дійсних послідовностей, що відповідають дійсній та уявній частинам матриці \mathbf{Y} (побудовані по $y_r(n) = \text{real}(y(n))$ і $y_i(n) = \text{imag}(y(n))$).

Вибір розміру вікна пов'язаний з теоремою Такенса [5], що визначає особливості вкладення часових послідовностей та їх реконструкції.

КМ для розглянутої моделі даних має вигляд [3]:

$$\mathbf{R} = \sum_{v=1}^V \xi_v^2 \mathbf{a}(\omega_v) \mathbf{a}^H(\omega_v) + \sigma^2 \mathbf{I} = \mathbf{B} \mathbf{S} \mathbf{B}^H + \sigma^2 \mathbf{I}. \quad (5)$$

Тут $\mathbf{S} = \text{diag}(\xi_1^2, \dots, \xi_V^2)$ – КМ сигналу і $()^H$ представляє ермітовий оператор. Нехай

$$\mathbf{R} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{U}^H \quad (6)$$

є розкладенням за власними векторами та значеннями (EVD) КМ \mathbf{R} . Матриця \mathbf{U} містить V ортонормальних власних векторів (ВВ) КМ \mathbf{R} , тобто $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \dots \mathbf{u}_V]$, а $\mathbf{\Lambda}$ є діагональною матрицею, що містить відповідні власні значення (ВЗ) λ_i . Крім того, $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_V \geq \lambda_{V+1} = \dots = \lambda_m = \sigma^2$. Важливим в методах, основаних на використанні підпросторів, та в SSA є розділення власних векторів на множину ВВ підпростору сигналів (ППС) та його ортогонального доповнення (тобто підпростір шуму – ППШ). В результаті матриця \mathbf{U} поділяється матрицю $\mathbf{U}_s = [\mathbf{u}_1 \dots \mathbf{u}_V]$ з ВВ, що відповідають V найбільшим ВЗ та $\mathbf{U}_n = [\mathbf{u}_{V+1} \dots \mathbf{u}_m]$ з ВВ, що залишилися (ВВ ППШ). Аналогічний поділ здійснюється стосовно ВЗ КМ \mathbf{R} .

На практиці ВВ та ВЗ невідомі і мають бути отримані їх оцінки. Оцінки ВВ та ВЗ можуть бути знайдені в результаті розкладення за ВВ та ВЗ вибіркової КМ (оцінки КМ). Оцінка КМ може бути визначена як [4–7]:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{n=1}^K y(n) y^H(n) = \frac{1}{K} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^H. \quad (7)$$

Розкладення за ВВ та ВЗ $\hat{\mathbf{R}}$ може бути представлено в вигляді [2]:

$$\hat{\mathbf{R}} = \hat{\mathbf{U}}_s \hat{\mathbf{\Sigma}}_s \hat{\mathbf{U}}_s^H + \hat{\mathbf{U}}_n \hat{\mathbf{\Sigma}}_n \hat{\mathbf{U}}_n^H. \quad (8)$$

Тут $\hat{\mathbf{U}}_s$ і $\hat{\mathbf{U}}_n$ є $m \times \hat{V}$ і $m \times (m - \hat{V})$ матрицями, сформованими з ВВ ППС та ППШ і пов'язаних з ВЗ

ППС та ППШ. $\hat{\Lambda}_s$ і $\hat{\Lambda}_n$ є діагональними матрицями з \hat{V} ВЗ ППШ і $m - \hat{V}$ ВЗ ППШ. \hat{V} є оцінкою числа гармонічних компонент.

SVD траєкторної матриці Y може бути подане як [3–5]:

$$Y = \sum_{i=1}^{m_y} \mu_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^H, \quad (9)$$

де $m_y \leq \min\{m, K\}$ – ранг матриці Y ; $\mu_i = \sqrt{\lambda_i}$ – сингулярне значення (СИЗ); $\hat{\mathbf{u}}_i$ – лівий сингулярний вектор (СІВ) матриці даних і $\hat{\mathbf{v}}_i$ – правий СІВ. Відомий зв'язок між SVD матриці Y та розкладення за власними значеннями та векторами матриць YY^H та $Y^H Y$ [1].

При високому відношенні сигнал-шум (ВСШ), великому числі вибірок ВЗ (СИЗ) ППС та ППШ добре розділяються. По кількості найбільших ВЗ (СИЗ) ППС в таких умовах та при відсутності корельованості сигналів можна визначити розмір ППС (визначити кількість сигнальних компонент).

Розділення ВЗ (СИЗ) ППС та ППШ зменшується по мірі зменшення ВСШ, числа вибірок. У випадку малого числа вибірок граничною спектральною мірою (спектральною функцією) для КМ може виступати закон Марченко-Пастура [4].

На рис. 1 наведені нормовані профілі ВЗ КМ \hat{R} для випадку, коли сигнал містить дві гармонічні компоненти рівної потужності з частотами $f_1 = 0.4$ Гц і $f_2 = 0.413$ Гц (частотне рознесення менше ніж розділення по Релею), $m = 50$, $N = 64$. На рис. 1, а наведено профіль для ВСШ 0.9 дБ, а на рис. 1, б – для ВСШ 1.9 дБ.

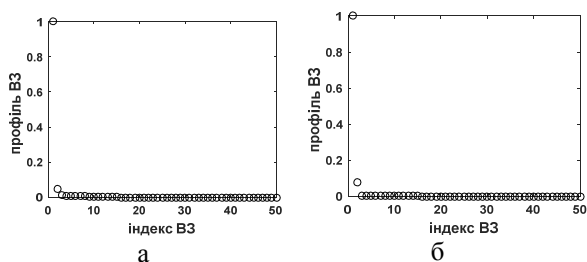


Рис. 1. Нормовані профілі ВЗ КМ \hat{R}

З аналізу рисунків видно, що при низькому ВСШ ВЗ, що відповідає одній з сигнальних компонент, несуттєво відрізняється від першого ВЗ ППШ. По мірі підвищення ВСШ різниця між другим ВЗ ППС та першим ВЗ ППШ стає суттєвішою (рис. 1, б).

Особливістю пропонуємого поєднання використання комплексного методу SSA та структурних властивостей КМ (персиметрії) є те, що використовується максимально правдоподібна (МП) оцінка персиметричної КМ відфільтрованої послідовності

$y_{\text{filt.}}(n)$ [4]. МП оцінка персиметричної КМ має наступний вигляд [9–10]:

$$\hat{R}_{\text{filt.}}^{(\text{fb})} = 0.5[\hat{R}_{\text{filt.}} + \tilde{I}\hat{R}_{\text{filt.}}^* \tilde{I}], \quad (10)$$

де \tilde{I} – матриця обміну (з одиницями на антидіагоналі і нулями на інших позиціях); $(\cdot)^*$ – символ комплексного спряження. Верхній індекс fb вказує на здійснення усереднення в прямому-зворотньому напрямку (forward-backward). Матриця $\hat{R}_{\text{filt.}}$ формується на основі $y_{\text{filt.}}(n)$.

Потрібно вказати, що для реалізації вкладення часової послідовності за теоремою Такенса необхідно оцінити розмірність вкладення. Для цього можуть бути використані деякі методи, наприклад, метод найближчих сусідів і інші [3].

Розділення компонент сигналу є важливою складовою SSA, яка передбачає ортогональність простору стовпців та рядків траєкторної матриці [3]. В асимптотичному випадку (для вхідних послідовностей достатньої довжини) метод SSA може розділити сигнали з різними частотами, сигнал від шуму [3]. Розділення сигнальних компонент може бути покращене при використанні методу ICA [3–4].

При проведенні моделювання розглянуто випадок, коли $f_1 = 0.4$ Гц і $f_2 = 0.411$ Гц. Для отримання залежностей середньоквадратичної похибки (СКП) оцінювання від ВСШ виконувалося $L = 1000$ незалежних прогонів моделювання. ВСШ визначалося як $10 \log_{10}(\sum_{v=1}^V \alpha_v^2 / \sigma^2)$. СКП оцінювання частоти усереднена по числу сигнальних компонент [12].

Порівнювалась ефективність методу Root-MUSIC, Root-MUSIC при використанні властивості персиметрії КМ (Root-MUSIC with PM (persymmetric matrix)), Root-MUSIC з використанням SSA (Root-MUSIC with SSA) та Root-MUSIC з SSA та використанням властивості персиметрії КМ (Root-MUSIC with SSA and PM). Результати імітаційного моделювання наведені на рис. 2 (залежності СКП оцінювання частоти від ВСШ).

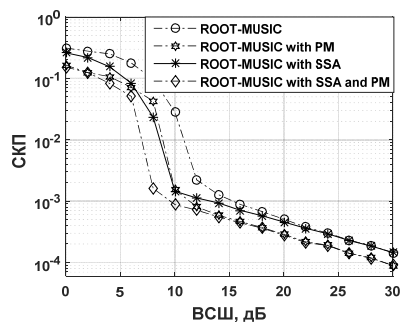


Рис. 2. СКП оцінювання частоти компонент сигналу в залежності від ВСШ

З аналізу рис. 2 видно, що в розглянутому випадку ефективність оцінювання частот компонент сигналу методом Root-MUSIC з методом SSA та використанням властивості персиметрії КМ є кращою у порівнянні з іншими варіантами методу Root-MUSIC. Результати моделювання для інших МОБП мають подібний характер.

Висновки

В статті розглянуто оцінювання частот компонент сигналу методами, основаними на використанні підпросторів власних векторів КМ, при попередній обробці сигналів методом SSA та використанні властивості персиметрії КМ послідовності, що отримується після методу SSA. Використання цієї

властивості (максимально правдоподібної оцінки КМ персиметричної структури) дозволяє покращити ефективність спектрального аналізу методами, основаними на використанні підпросторів.

Викликає інтерес проведення аналізу ефективності методу SSA з використанням ізоморфізму між полем комплексних чисел та дійсними матрицями відповідного розміру. Останнє дозволяє використовувати замість комплексної КМ дійсну КМ, але вдвічі більшого розміру (аналогічні дії можуть виконуватися по відношенню до траєкторної матриці). Крім того, доцільне застосування наведеного підходу при оцінюванні параметрів сучасних сигналів, що знаходять використання в системах радіозв'язку.

Список літератури

1. Space-time processing for MIMO communications. Ed. Gershman A.B. and Sidiropoulos N.D. – J. Wiley & Sons, 2005. – 390 p.
2. Cadzow J.A. Signal enhancement – a composite property mapping algorithm / J.A. Cadzow // IEEE Transactions on ASSP. – 1998. – Vol. 36. – P. 49-62.
3. Golyandina N. Singular spectrum analysis for time series / N. Golyandina, A. Zhigljavsky. – Springer, London, 2013. – 120 p.
4. Василишин В.И. Предварительная обработка сигналов с использованием метода SSA в задачах спектрального анализа / В.И. Василишин // Прикладная радиоэлектроника: науч.-техн. журнал. – 2014. – Том 13, № 1. – С. 43-50.
5. Kostenko P.Yu. Surrogate data generation technology using the SSA method for enhancing the effectiveness of signal spectral analysis / P.Yu. Kostenko, V.I. Vasylyshyn // Radioelectronics and Communication Systems. – 2015. – Vol. 58. – P. 356-361.
6. Besson O. On parameter estimation of MIMO flat-fading channels with frequency offsets / O. Besson, P. Stoica // IEEE Trans. SP. – 2003. – Vol. 51, No. 3. – P. 602-613.
7. Kristensson M. Further results and insights on subspace based sinusoidal frequency estimation / M. Kristensson, M. Jansson, B. Ottersten // IEEE Transactions on SP. – 2001. – Vol. 49, No. 12. – P. 2962-2974.
8. Schreier P.J. Statistical signal processing of complex-valued data. The theory of improper and noncircular signals / P.J. Schreier, L.L. Scharf. – Cambridge University Press, 2010. – 309 p.
9. Леховицкий Д.И. Сравнение эффективности адаптивной обработки в произвольных и центрально-симметричных ФАР / Д.И. Леховицкий, Д.В. Атаманский, И.Г. Кириллов, В.И. Зарицкий // Антенны. – 2000. – Выпуск 1(44). – С. 99-103.
10. Vasylyshyn V.I. Improved beamspace ESPRIT-based DOA estimation via pseudo-noise resampling / V.I. Vasylyshyn // Proc. of European Radar Conference EuRAD. – Amsterdam, Netherlands, 2012. – P. 238-241.

References

1. Gershman, A.B. and Sidiropoulos, N.D. (2005), *Space-time processing for MIMO communications*, J. Wiley & Sons, 390 p.
2. Cadzow, J.A. (1998), Signal enhancement – a composite property mapping algorithm, *IEEE Trans. on ASSP*, Vol. 36, pp. 49-62.
3. Golyandina, N. and Zhigljavsky, A. (2013), *Singular spectrum analysis for time series*, Springer, London, 120 p.
4. Vasylyshyn, V.I. (2014), “Predvaritalnaya obrabotka signalov s ispolzovaniem metoda SSA v zadachach spectralnogo analiza” [Signal preprocessing with using the SSA method in spectral analysis problems], *Applied Radio Electronics: Sci. Journ.*, Vol. 13, No. 1, pp. 43-50.
5. Kostenko, P.Yu. and Vasylyshyn, V.I. (2015), Surrogate data generation technology using the SSA method for enhancing the effectiveness of signal spectral analysis, *Radioelectronics and Communication Systems*, Vol. 58, pp. 356-361.
6. Besson, O. and Stoica, P. (2003), On parameter estimation of MIMO flat-fading channels with frequency offsets, *IEEE Trans. SP.*, Vol. 51, No. 3, pp. 602-613.
7. Kristensson, M., Jansson, M. and Ottersten, B. (2001), Further results and insights on subspace based sinusoidal frequency estimation, *IEEE Transactions on SP*, Vol. 49, No. 12, pp. 2962-2974.
8. Schreier, P.J. and Scharf, L.L. (2010), *Statistical signal processing of complex-valued data. The theory of improper and noncircular signals*, Cambridge University Press, 309 p.
9. Likhovitskiy, D.I., Atamanskiy, D.V., Kirillov, I.G. and Zarytskyi, V.I. (2000), “Sravnenye effektivnosti adaptivnoy obrabotki v proizvolnykh i centralno-symmetrynykh FAR” [Comparison of efficiency of adaptive processing in the arbitrary and centro-symmetric PAA], *Antennas*, Is. 1(44), pp. 99-103.

10. Vasylyshyn, V.I. (2012), Improved beamspace ESPRIT-based DOA estimation via pseudo-noise resampling, *Proc. of European Radar Conference EuRAD*, Amsterdam, Netherlands, pp. 238-241.

Надійшла до редколегії 13.08.2018
Схвалена до друку 11.09.2018

Відомості про авторів:

Василишин Володимир Іванович

доктор технічних наук доцент
Начальник кафедри Харківського національного
університету Повітряних Сил ім. І. Кожедуба,
Харків, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-5461-0125>

Лютов Віктор Володимирович

ад'юнкт Харківського національного університету
Повітряних Сил ім. І. Кожедуба,
Харків, Україна
<https://orcid.org/0000-0001-8092-5748>

Хуторна Інна Владиславівна

магістр Харківського національного
університету Повітряних Сил ім. І. Кожедуба,
Харків, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-2748-1129>

Новіков Микола Іванович

кандидат військових наук доцент
доцент Національної Академії Національної
гвардії України,
Харків, Україна
<https://orcid.org/0000-0001-9747-9465>

Information about the authors:

Volodymyr Vasylyshyn

Doctor of Technical Science Associate Professor
Head of Department of Ivan Kozhedub
Kharkiv National Air Force University,
Kharkiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-5461-0125>

Victor Lyutov

Postgraduate Student
of Ivan Kozhedub Kharkiv National
Air Force University,
Kharkiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0001-8092-5748>

Inna Khutorna

Master of Ivan Kozhedub
Kharkiv National Air Force University,
Kharkiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-2748-1129>

Mykola Novikov

Candidate of Military Sciences Associate Professor
Senior Lecturer of National Academy
of National Guards of Ukraine,
Kharkiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0001-9747-9465>

ОЦЕНИВАНИЕ ЧАСТОТЫ СИГНАЛОВ С СВЕРХРАЗРЕШЕНИЕМ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА SSA И СТРУКТУРНЫХ СВОЙСТВ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МАТРИЦЫ

В.И. Василишин, В.В. Лютов, И.В. Хуторна, Н.И. Новиков

В статье рассматривается задача повышения эффективности спектрального анализа сигналов, которые наблюдаются на фоне шума, методами, основанными на использованные подпространств (МОИП) собственных векторов корреляционной (или ковариационной) матрицы (КМ) входной последовательности. Для ее решения проводится предварительная обработка данных методом SSA с использованием свойства персимметрии КМ данных (максимально правдоподобной оценки персимметричной КМ). Представлены результаты имитационного моделирования, которые подтверждают повышение эффективности спектрального анализа МОИП при совместном использовании метода SSA и свойства персимметрии КМ.

Ключевые слова: подпространство сигналов, методы спектрального анализа, собственные векторы, собственные значения.

ESTIMATION OF FREQUENCY OF SIGNALS WITH SUPERRESOLUTION BASED ON SSA METHOD AND STRUCTURE PROPERTIES OF CORRELATION MATRIX

V. Vasylyshyn, V. Lyutov, I. Khutorna, M. Novikov

In the article, the problem of increasing of efficiency of spectral analysis of the signals observed on the noise background by methods based on subspaces of eigenvectors of covariance (or correlation) matrix of input sequence is considered. The examples of such methods are Root-MUSIC, ESPRIT, Min-Norm, Fine. In order to solve this problem the preliminary data processing using the SSA (singular spectrum analysis) method which is the one of the noise reduction methods is performed. Furthermore, the persymmetric property of covariance matrix of the data (the maximum likelihood estimate of persymmetric covariance matrix) is used. The simulation results are presented, where the performances of Root-MUSIC, Root-MUSIC with using persymmetric property of covariance matrix, Root-MUSIC with using SSA and Root-MUSIC with using SSA and persymmetric property are compared. They confirm the increasing of efficiency of spectral analysis by methods based on subspaces of eigenvectors of the covariance matrix of input sequence in the case of joint using the SSA method and the persymmetric property of covariance matrix of the data. The results of paper can be used for performance improvement of radiotechnical systems. It is of interest to generalize the obtained result to real signals of communication systems. It is recommended to use the graphical processor units to realize the eigenvalue decomposition of data covariance matrix.

Keywords: signal subspace, spectral analysis methods, eigenvectors, eigenvalues.