

Е.В. Высоцкая, А.И. Бых, А.И. Печерская, Ю.Г. Беспалов, Р.В. Матвиенко, А.Л. Тарасова

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЭВТРОФИКАЦИИ НА СТРУКТУРУ И ДИНАМИКУ ОТНОШЕНИЙ В ОЗЕРНОМ ЗООПЛАНКТОНЕ

Представлены результаты математического моделирования влияния эвтрофикации на структуру и динамику отношений в озерном зоопланктоне. Полученные результаты позволили выделить системные параметры, изменение которых связано с риском массового развития токсических цианобактерий в эвтрофицированном водоеме. Такими параметрами являются разности нормализованных значений численности таких групп зоопланктона как Rotatoria и Daphnia, а также Rotatoria и Diptomidae. Полученные результаты могут быть использованы при разработке информационной системы поддержки принятия решений при определении риска развития токсических цианобактерий в весьма широком классе эвтрофицированных водоемов.

Ключевые слова: динамическая система, зоопланктон, математическое моделирование, системные параметры, токсичные цианобактерии, эвтрофикация.

Введение

Эвтрофикация водоемов создает в настоящее время ряд серьезных проблем для разных видов водопользования. Речь идет и о проблемах, относящихся к области ветеринарной медицины, в частности – в связи с необходимостью обеспечения биобезопасности водопоя скота. Угрозы биобезопасности в этом случае могут возникнуть в результате массового развития цианобактерий в водоемах, которые подверглись эвтрофикации. Токсины известных в настоящее время естественных штаммов цианобактерий могут вызывать у людей и домашних животных аллергические реакции и другие патологические проявления. К сожалению, нельзя исключать появление в водоемах и более токсичных мутантов цианобактерий. Потребление животными воды из водоемов, в которых будет иметь место массовое развитие таких цианобактерий, может привести не только к снижению продуктивности, но и к падежу скота. Источником угроз биобезопасности может стать также выброс биомассы токсических цианобактерий на прибрежные участки пастбищ.

Причиной эвтрофикации является накопление в водоемах питательных веществ для фотосинтезирующих организмов и биогенных элементов, в основном азота и фосфора [1]. Источником этих питательных веществ и биогенных элементов часто бывает функционирование агропредприятий, которые расположены на водосборной площади водоемов и водотоков. Глобальные климатические изменения, вызывающие усиление испарения с поверхности водоема и повышение потребности в воде для ирригации, также способствуют эвтрофикации. В связи с этим, как, например, в резонансной ситуации с ближневосточным озером Киннерет [2], возникает про-

тиворечие между финансовыми интересами, связанными с аграрным сектором национальной экономики, и необходимостью противостоять угрозам биобезопасности. Следует заметить, что в этой и многих других ситуациях биобезопасность питьевого и других видов водопотребления является важной составляющей национальной безопасности. Для разрешения этого противоречия важное значение имеет прогноз состояния экосистемы подвергающегося эвтрофикации водоема. В частности, важно иметь информацию о степени риска потери этой экосистемой стабильности. Одним из аспектов потери водной экосистемой стабильности является массовое развитие токсических цианобактерий, которых ранее в данной экосистеме не наблюдалось. Разнообразие типов водных экосистем, которые могут подвергнуться эвтрофикации с массовым развитием цианобактерий, достаточно велико. Нет удовлетворительного решения вопроса об адекватной лабораторной модели водной экосистемы с массовым развитием токсических цианобактерий. Эти обстоятельства делают актуальной проблему разработки математических методов и информационных технологий выявления и анализа факторов риска развития в эвтрофицированных водоемах токсических цианобактерий. К таким факторам относятся структура отношений и динамика зоопланктона анализируемых экосистем. Соответственно, данные об указанных структуре отношений и динамике зоопланктона должны присутствовать в полях значений соответствующих баз данных, наряду морфологическими данными и / или другими данными отдельных групп зоопланктона, упрощающими процедуру определения этих групп.

Анализ литературных данных и постановка проблемы. В работе [3] описываются процессы по-

ступления азота и фосфора в водотоки. Отмечается, что исследования этих процессов в водотоках отстают от исследования в озерах и водохранилищах. Это связано с тем, что отрицательные эффекты эвтрофикации проявляются в большей степени именно в непроточных водоемах – озерах и водохранилищах.

В статье [4] указывается на отрицательное влияние эвтрофикации озер на экономическое развитие Китая. Вместе с тем процессы поступления азота и фосфора вызывают наиболее выраженное проявление эвтрофикации именно в озерах.

В работе [5] описывается роль разных форм питательных веществ и источников их поступления для развития цианобактерий в водных экосистемах. Рассматриваются как внешние источники поступления в экосистему, так и источники поступления, связанные с трансформацией азота и фосфора, входящих в состав разных компонентов водной экосистемы.

Влияние эвтрофикации на бактериальное сообщество водной экосистемы описывается в [6]. Важным компонентом бактериального сообщества являются в данном случае цианобактерии. А в работе [7] описывается влияние цианобактерий на соотношение азота и фосфора.

В результате обзора состояния цианобактерий в озере Киннерет [2] подчеркивается, что риск возникновения в этом озере массового развития цианобактерий является резонансным примером эвтрофикации в связи с важной ролью Киннерета в водоснабжении Израиля. В этой работе описываются влияние эвтрофикации на другие группы фитопланктона озера Киннерет. Эти группы, в отличие от цианобактерий, относятся собственно к водорослям и не создают таких угроз биобезопасности, как токсические цианобактерии. Вместе с тем их значение для возможности массового развития цианобактерий достаточно велико. Велика в этом смысле также роль зоопланктона. В работе [8] исследуется влияние температурных изменений на развитие зоопланктона. В связи с глобальными климатическими изменениями значение этого фактора возрастает.

Авторы работы [9] описывают влияние содержания азота и фосфора в озерных экосистемах на развитие планктонного сообщества. А в работе [10] представлены закономерности, определяющие стабильность фитопланктона эвтрофицированного озера Киннерет. Эвтрофикация этого озера создает существенные риски биобезопасности питьевого водоснабжения Израиля, связанные с возможностью массового развития токсических цианобактерий.

В работе [11] описывается динамика численности видовой и размерной структуры зоопланктона озера Киннерет. Предполагается, что эти данные могут быть использованы для управления экосисте-

мой озера. В числе этих мероприятий может быть регуляция промысла в Киннерете рыб, питающихся зоопланктоном. Целью управления экосистемами эвтрофицированных озер может быть стабилизация его экосистемы, уменьшающая риск массового развития токсических цианобактерий.

Для информационной поддержки принятия решений по предотвращению угроз биобезопасности, связанных с эвтрофикацией, важную роль играет нахождение определенных прогностических признаков потери стабильности водной экосистемой с учетом системного характера процессов эвтрофикации. В идеальной ситуации речь должна идти об описании структуры обратных связей системы, что на практике часто связано с большими трудностями, в частности – с трудностями сбора соответствующего фактического материала.

Одним из первых Маргалеф [12] предложил использовать в экологии подходы, заимствованные из кибернетики и теории связи. Речь идет о предложенных в свое время К. Шенноном [13] подходах, которые связывают стабильность системы с ее разнообразием и выравниваемостью значений ее компонентов. (Значения степени выравниваемости можно считать формой оценки разнообразия, учитывающей не только наличие компонента, но и степень такого наличия. Следует, однако, заметить, что биологи – критики шенновского подхода возражают не в последнюю очередь против недостаточного учета роли в экосистеме редких и малочисленных видов). Маргалеф говорил о том, что исследователь должен видеть за любой мерой разнообразия выражение возможности построить систему с обратной связью.

В настоящее время имеется возможность построения математической модели структуры обратных связей между компонентами системы и цикла изменений этой системы на основе фактического материала, имеющего ряд существенных недостатков. К числу этих недостатков относятся: наличие лакун; характер заполнения массива, который не отражает динамику исследуемой системы в реальном времени. Указанная возможность связана с использованием нового класса математических моделей, который получил название дискретных моделей динамических систем (ДМДС). С помощью ДМДС исследовались разные аспекты поведения биологических объектов, такие как динамика и структура отношений параметров функционирования сердечно-сосудистой системы человека [14], динамика колориметрических параметров посевов культурных растений [15], динамика формирования антропометрии подростков [16], структура отношений в зоопланктонном сообществе озера, которое подвергалось многолетнему воздействию факторов антропогенной эвтрофикации [17]. В данной работе была показана связь вероятности массового развития в

озерной экосистеме токсических цианобактерий и структуры обратных связей зоопланктона. При этом представленные результаты относятся к отношениям биологических видов зоопланктона, которые обитают в Севане. (Некоторые из них являются эндемичными для этого озера видами).

Для исследования закономерностей эвтрофикации различных водоемов на основе результатов, полученных при анализе зоопланктона озера Севан, представляется целесообразным моделировать отношения между более крупными систематическими группами зоопланктона. Речь идет о группах, которые достаточно часто встречаются в пресноводных водоемах. При этом результаты, которые были получены с помощью ДМДС, могут быть использованы как инструмент формулирования рабочих гипотез. Результаты проверки этих рабочих гипотез с помощью стандартных статистических методов могут быть использованы для разработки процедур прогноза риска массового развития токсических цианобактерий. Речь может идти и о процедурах, которые используют показатели разнообразия и выравниваемости. Исследование возможностей применения такого подхода к задаче математического моделирования влияния эвтрофикации на структуру и динамику отношений в озерном зоопланктоне и является предметом настоящей работы.

Стабильность экосистем часто сравнивают с биоразнообразием. В работе [18] отмечено отсутствие однозначного подтверждения этой точки зрения фактическим материалом, отмечена неоднозначность.

В работе [19] показаны возможности использования модуля разности значений сравнительно просто определяемых параметров биологического сообщества для определения степени выравниваемости биопродукционных процессов. В этой работе речь идет о дистанционно измеряемых колориметрических параметрах сообщества полупогруженных высших водных растений. В настоящей работе роль таких параметров могут выполнять численности разных групп зоопланктона. В наибольшей степени для этого подходят группы зоопланктона, которые относятся к разным систематическим классам или даже – типам. Такие группы зоопланктонных организмов будут значительно отличаться своей морфологией. Это позволит определять численности этих групп без привлечения к работе большого количества высококвалифицированных специалистов в области систематики организмов зоопланктона.

Определение степени выравниваемости в паре параметров может давать значимые результаты в сочетании с определением значений, высоких или низких, этих параметров.

В рамках настоящей статьи речь идет о подходах, которые в ряде случаев позволят упростить ди-

агностику состояний водоемов, которые подверглись эвтрофикации. Целью такой диагностики является определение степени риска массового развития в водоеме токсических цианобактерий.

Указанные подходы базируются на моделировании, с использованием ДМДС, отношений в зоопланктоне. В соответствии с вышесказанным целесообразно исследовать отношения в паре групп зоопланктона, относящихся к разным систематическим классам или даже типам.

С другой стороны, целесообразно исследовать отношения в паре групп зоопланктона, которые обладают сходством по характеру влияния на стабильность водной экосистемы. (Например – в результате сходства процессов питания, которые являются также процессами трансформации в водной экосистеме разных форм азота, фосфора и других биогенных элементов).

В работе [20] предлагается рассматривать в качестве фактора стабильности водной экосистемы характер набора возможных стратегий ее функционирования. В этой работе в качестве такого набора стратегий рассматривается множество неповторяющихся комбинаций значений численностей четырех видов, которые присутствуют в цикле изменений состояний системы. Формализованное описание этого цикла дается с помощью ДМДС в виде идеализированной траектории системы (ИТС). Набору стратегий в данном случае отвечает число условных шагов по времени ИТС. В случае, когда стратегиям соответствуют неповторяющиеся комбинации значений не всех компонентов системы, число стратегий может не соответствовать числу условных шагов по времени в ИТС.

Цель и задачи исследования. Целью настоящей работы является моделирование, с использованием ДМДС, влияния эвтрофикации на структуру и динамику отношений в озерном зоопланктоне. Речь идет об аспектах, связанных с риском массового развития в водоеме токсических цианобактерий.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- построить ИТС, отражающих динамику численности различных групп зоопланктона, морфологические параметры которых упрощают процедуры их определения, для разных периодов эвтрофикации водоема;
- определить группы зоопланктона, комбинации значений численностей которых различаются в стабильные и нестабильные периоды существования водной экосистемы;
- на основе анализа указанных комбинаций значений определить вид системного параметра, позволяющего определить степень риска потери стабильности водной экосистемой.

Изложение основного материала

Материалы и методы исследований влияния эвтрофикации на структуру и динамику отношений в озерном зоопланктоне

Постановка проблемы, которая используется в настоящей статье, предполагает трактовку в качестве стратегий комбинаций значений численностей двух групп зоопланктона. Для диагностического использования надо искать такие пары этих групп, комбинации значений численностей которых различались бы в стабильные и нестабильные периоды существования водной экосистемы.

Как указывалось выше, стабильность может быть связана с выравненностью. В условиях эвтрофикации, когда все время возрастает биопродуктивность экосистемы в целом и отдельных биологических составляющих, важное значение имеют отношения численности и выравненности. В этой связи, для анализа вида ИТС имеет значение количество шагов с совпадением высоких и средних значений в какой-то паре параметров.

Для диагностики риска потери эвтрофицированной экосистемой стабильности (в том числе в форме массового развития токсических цианобактерий) можно использовать частоту случаев такого совпадения.

При этом речь идет о частоте совпадения, которая будет существенно отличаться для стабильного и нестабильного периодов в некоей паре признаков.

Соответственно, для использования в диагностических процедурах должна быть выбрана пара признаков, которая отвечает такому условию.

В соответствии со сказанным выше к этой паре признаков должны быть дополнительно предъявлены следующие требования:

- им должны соответствовать численности групп зоопланктона, которые относятся к разным систематическим классам или даже – типам;
- им должны соответствовать численности групп зоопланктона, которые имеют сходство по

характеру процессов питания.

Выбор пар параметров с оценкой частоты случаев совпадения высоких и средних значений численностей может быть осуществлен путем анализа вида соответствующих ИТС. Такой выбор дополняется выбором по критериям сходства и различия систематического положения и характера процессов питания.

На основании этого выбора формулируется рабочая гипотеза относительно вида системного параметра (СП), который может быть использован в процедуре диагностики степени риска потери водной экосистемой стабильности.

Полученные результаты математического моделирования влияния эвтрофикации на структуру и динамику отношений в озерном зоопланктоне

Для каждого из рассматриваемых периодов эвтрофикации озера Севан с помощью ДМДС были получены ИТС, отражающие динамику четырех выбранных групп зоопланктона (табл. 1–2). В каждой из полученных ИТС столбцы соответствуют условным шагам по времени, а строки – группам зоопланктона, численность которых выражена в условных баллах (1 – низкая, 2 – средняя, 3 – высокая). Жирным шрифтом выделены максимальные для данного периода значения численности группы зоопланктона.

Проведем нормализацию данных значений численности четырех выбранных групп зоопланктона по средним для каждого периода.

Исходя из полученных траекторий системы, можно сделать вывод, что во втором периоде наблюдается максимальное количество шагов с совпадением минимальных значений численности *Rotatoria* и *Daphnia*, чего не наблюдается в первом периоде. Также во втором периоде наблюдается максимальное количество шагов с совпадением максимальных значений численности *Rotatoria* и *Diaptomidae*.

Таблица 1

Идеализированная траектория системы, отражающая динамику четырех выбранных групп зоопланктона в первом периоде эвтрофикации озера Севан

Группа зоопланктона	Номер условного шага по времени									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>Rotatoria</i>	1	2	3	3	3	3	3	2	1	1
<i>Daphnia</i>	1	1	1	2	2	2	3	3	3	2
<i>Diaptomidae</i>	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1
<i>Cyclops</i>	1	1	1	2	3	3	3	3	3	2

Таблица 2

Идеализированная траектория системы, отражающая динамику четырех выбранных групп зоопланктона во втором периоде эвтрофикации озера Севан

Группа зоопланктона	Номер условного шага по времени									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rotatoria	1	1	1	1	1	2	3	3	3	2
Daphnia	1	1	1	1	1	2	2	1	1	1
Diaptomidae	1	1	1	2	3	3	3	3	3	2
Cyclops	1	2	3	3	3	3	3	2	1	1

Таким образом, в качестве СП целесообразно использовать разность нормализованных значений численности этих групп зоопланктона.

На диаграмме рассеяния (рис. 1), отражающей распределение значений СП, можно выделить область, характерную исключительно для первого периода.

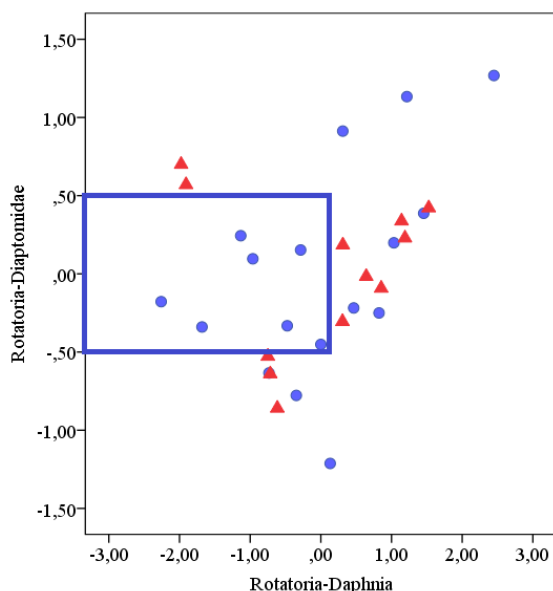


Рис. 1. Диаграмма рассеяния значений системных параметров

Обозначим разность нормализованных значений численности Rotatoria и Diaptomidae как N_1 , а разность нормализованных значений численности Rotatoria и Daphnia – N_2 . Тогда выделенная область может быть охарактеризована как: $[(-0,5 > N_1 < 0,5) \& (N_2 < 0,1)]$ (табл. 3).

Таблица 3

Распределение значений системных параметров

Период эвтрофикации озера Севан	Значения СП	
	$(-0,5 > N_1 < 0,5) \& (N_2 < 0,1)$	$(N_1 < -0,5) \vee (N_1 > 0,5) \vee (N_2 < 0,1)$
1 период	7	10
2 период	0	12

Разница между частотой встречаемости случаев $(-0,5 > N_1 < 0,5 \& N_2 < 0,1)$ в 1 и 2 периодах ста-

стистически значима, так как критерий $\chi^2=6,513$ ($p=0,011$).

Обсуждение результатов математического моделирования влияния эвтрофикации на структуру и динамику отношений в озерном зоопланктоне

Полученные результаты математического моделирования позволяют выделить комбинации значений численностей групп зоопланктона, изменение вида которых связано с риском массового развития токсических цианобактерий в эвтрофицированном водоеме.

С использованием этих комбинаций предлагается СП, области значений которого статистически достоверно различаются для стабильного периода эвтрофикации водоема и периода, когда в ближайшее время возникает риск массового развития токсических цианобактерий.

Речь идет о группах зоопланктона, играющих важную роль в трансформации форм азота и фосфора, накопление которых в водоеме вызывает эвтрофикацию. Важной чертой этих групп является также значительное различие морфологии, которая упрощает процедуры их определения. Указанные аспекты полученных результатов открывают перспективы разработки новых методов определения риска массового развития в эвтрофицированных водоемах токсических цианобактерий. Положительной чертой этих новых методов является возможность использования исходного фактического гидробиологического материала, для получения которого не требуется привлечения высококвалифицированных специалистов по зоопланктону.

С другой стороны, наряду с результатами, которые говорят о роли конкретных групп зоопланктона, могут иметь значения и представленные в ИТС более общие системные аспекты динамики и структуры зоопланктона. Речь идет об аспектах, связанных с эвтрофикацией. В настоящей работе анализировались отношения и динамика крупных групп зоопланктона, которые встречаются в большинстве эвтрофицированных водоемов. Это позволяет в дальнейшей перспективе получить результаты, которые могут быть использованы для определения иска

развития токсических цианобактерий в весьма широком классе эвтрофицированных водоемов.

Вместе с тем возникает необходимость в учете особенностей, которые свойственны отдельным таким водоемам. Это делает актуальным разработку информационной системы (ИС), которая включает базу данных (БД), содержащую записи о стратегиях зоопланктонного сообщества в стабильный и нестабильный периоды. Этим стратегиям соответствуют комбинации значений пар параметров системы (в условных баллах) на шагах ИТС, построенных, с помощью ДМДС, на фактическом материале наблюдений за зоопланктоном в стабильный и нестабильный периоды. Эта БД называется далее по тексту «базой данных стратегий» (БДС). При формировании записей в нее используются следующие поля значений:

- период функционирования эвтрофицированной водной экосистемы (стабильный, нестабильный);
- группы зоопланктона в паре;
- степень совпадения высоких и средних значений численностей групп зоопланктона в паре (совпадают, не совпадают);
- совпадение характера процессов питания групп зоопланктона в паре (совпадает, не совпадает);
- группы зоопланктона в паре относятся к одному систематическому типу (относятся, не относятся);
- группы зоопланктона в паре относятся к одному систематическому классу (относятся, не относятся).

Для проверки рабочих гипотез на статистическую достоверность, сформулированных с помощью

БДС, в ИС имеется другая база данных, называемая «базой данных проверки гипотез» (БДПГ), с необходимым фактическим материалом и математическим инструментарием.

Выводы

1. В результате математического моделирования с использованием ДМДС получены ИТС, отражающие динамику численности таких групп зоопланктона как: Rotatoria, Daphnia, Diaptomidae и Cyclops, для разных периодов эвтрофикации озера Севан.

2. Анализ полученных в результате математического моделирования ИТС позволил выявить, что в стабильный и нестабильный периоды эвтрофикации озера Севан различаются комбинации значений численностей анализируемых групп зоопланктона. В стабильном периоде наблюдается максимальное количество шагов с совпадением минимальных значений численности Rotatoria и Daphnia. В нестабильном периоде наблюдается максимальное количество шагов с совпадением максимальных значений численности Rotatoria и Diaptomidae.

3. Предложено в качестве СП использовать разность нормализованных значений численности групп зоопланктона, комбинации значений численностей которых различаются в стабильные и нестабильные периоды существования водной экосистемы.

Список литературы

1. Гогина Е.С. Удаление биогенных элементов из сточных вод: монография / Е.С. Гогина. – М.: МГСУ, 2010. – 120 с.
2. Hadas O. Long-Term Changes in Cyanobacteria Populations in Lake Kinneret (Sea of Galilee), Israel: An Eco-Physiological Outlook / O. Hadas, A. Kaplan, A. Sukenik // Life. – 2015. – Vol. 5(1). – P. 418-431. <https://doi.org/10.3390/life5010418>.
3. Dodds W.K. Nitrogen, phosphorus, and eutrophication in streams / W.K. Dodds, V.H. Smith // Inland waters. – 2016. – № 6. – P. 155-164. <https://doi.org/10.5268/IW-6.2.909>.
4. Eutrophication of lake waters in China: cost, causes, and control / C. Le, Y. Zha, Y. Li et al. // Environ Manage. – 2010. – V. 45(4). – P. 662-670. <https://doi.org/10.1007/s00267-010-9440-3>.
5. Cyanobacteria as biological drivers of lake nitrogen and phosphorus cycling / K.L. Cottingham, H.A. Ewing, M.L. Greer et al. // Ecosphere. – 2015. – Vol. 6 (1). – P. 1-19. <https://doi.org/10.1890/ES14-00174.1>
6. Characterization of bacterial community associated with phytoplankton bloom in a eutrophic lake in South Norway using 16S rRNA gene amplicon sequence analysis / N.N. Parulekar, P. Kolekar, A. Jenkins et al. // PLoS One. – 2017. – Vol. 12(3). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0173408>.
7. Cyanobacteria and Cyanotoxins: The Influence of Nitrogen versus Phosphorus / A.M. Dolman, J. Rücker, F.R. Pick et al. // PLoS One. – 2012. – Vol. 7. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0038757>.
8. Eutrophication strengthens the response of zooplankton to temperature changes in a high-altitude lake / Y. Li, P. Xie, D. Zhao et al. // Ecol Evol. – 2016. – Vol. 6(18). – P. 6690-6701. <https://doi.org/10.1002/ece3.2308>.
9. Ochocka A. Sensitivity of plankton indices to lake trophic conditions / A. Ochocka, A. Pasztaleniec // Environmental Monitoring and Assessment. – 2016. – Vol. 118 (11). – P. 345-354. <https://doi.org/10.1007/s10661-016-5634-3>.
10. Kamenir Y. Stability of Lake Kinneret phytoplankton structure as evidenced by several types of size spectra / Y. Kamenir // Environmental Monitoring and Assessment. – 2007. – Vol. 188(11). – P. 345-354. <https://doi.org/10.1127/1863-9135/2007/0168-0345>.
11. Hambright K.D. Long-term zooplankton body size and species changes in a subtropical lake: implications for lake management / K.D. Hambright // Fundamental and Applied Limnology Archiv für Hydrobiologie. – 2008. – Vol. 173/1. – P. 1-13. <https://doi.org/10.1127/1863-9135/2008/0173-0001>.

12. Использование маргалефовой модели сукцессии в технологиях дистанционного обнаружения признаков антропогенных воздействий на растительный покров / Е.В. Высоцкая, Ю.Г. Беспалов, А.И. Печерская, Д.А. Парвадов // Радиоелектронні і комп'ютерні системи. – 2016. – № 2 (76). – С. 15-19.
13. Розенберг Г.С. Информационный индекс и разнообразие: Больцман, Котельников, Шеннон, Уивер / Г.С. Розенберг // Самарская лука: проблемы региональной и глобальной экологии. – 2010. – Т.19, №2. – С. 4-25.
14. Моделирование динамики согласованности параметров сердечно-сосудистой системы на разных стадиях адаптационного синдрома / Е.В. Высоцкая, А.И. Печерская, Л.И. Рак и др. // Вісник НТУ ХП. Серія “Механіко-технологічні системи та комплекси”. – 2016. – № 4(1176). – С. 14-18.
15. Дискретное моделирование динамических систем отношений колориметрических параметров разнотравья и посевов культурных растений / Е.В. Высоцкая, Т.А. Клочко, К.В. Носов и др. // Современный научный вестник. – 2015. – № 11 (258). – С. 65-70.
16. Studying the mechanisms of formation and development of overweight and obesity for diagnostic information system of obesity / G. Dobrorodnia, N. Gordiyenko, V. Klymenko et al. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2016. – Vol. 6, Iss. 2 (84). – P. 15-23. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.85390>.
17. Discrete Modeling of Dynamics of Zooplankton Community at the Different Stages of an Antropogeneus Eutrophication / G.N. Zholtkevych, Y.G. Bespalov, K.V. Nosov, M. Abhishek // Acta Biotheoretica. – 2013. – № 61 (4). – P. 449-465. <https://doi.org/10.1007/s10441-013-9184-6>.
18. Tuomisto H. Modelling niche and neutral dynamics: on the ecological interpretation of variation partitioning results / H. Tuomisto, L. Ruokolainen, K. Ruokolainen // Ecography. – 2012. – Vol. 35, Iss. 11. <https://doi.org/10.1111/j.1600-0587.2012.07339>.
19. Mathematical modeling of the colorimetric parameters for remote control over the state of natural bioplato / Y. Balym, M. Georgiyants, O. Vysotska et al. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. – № 4 (10-88). – P. 29-36. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.108415>.
20. Bespalov Y. Discrete dynamical model of mechanisms determining the relations of biodiversity and stability at different levels of organization of living matter / Y. Bespalov, K. Nosov, P. Kabalyants // bioRxiv. – 2017. – July 31. <https://doi.org/10.1101/161687>.

References

1. Ghoghina, E.S. (2010), “*Udalenie bioghennykh elementov iz stochnykh vod: monografija*” [Removal of nutrients from wastewater: monograph], MGH SU, Moscow, 120 p.
2. Hadas, O., Kaplan, A. and Sukenik, A. (2015), Long-Term Changes in Cyanobacteria Populations in Lake Kinneret (Sea of Galilee), Israel: An Eco-Physiological Outlook, *Life*, Vol. 5(1), pp. 418-431. <https://doi.org/10.3390/life5010418>.
3. Dodds, W.K. and Smith, V.H. (2016), Nitrogen, phosphorus, and eutrophication in streams, *Inland waters*, No. 6, pp. 155-164. <https://doi.org/10.5268/IW-6.2.909>.
4. Le, C., Zha, Y. and Li, Y. (2010), Eutrophication of lake waters in China: cost, causes, and control, *Environ Manage*, Vol. 45(4), pp. 662-670. <https://doi.org/10.1007/s00267-010-9440-3>.
5. Cottingham, K.L., Ewing, H.A. and Greer, M.L. (2015), Cyanobacteria as biological drivers of lake nitrogen and phosphorus cycling, *Ecosphere*, Vol. 6 (1), pp. 1-19. <https://doi.org/10.1890/ES14-00174.1>
6. Parulekar, N.N., Kolekar, P. and Jenkins, A. (2017), Characterization of bacterial community associated with phytoplankton bloom in a eutrophic lake in South Norway using 16S rRNA gene amplicon sequence analysis, *PLoS One*, Vol. 12(3). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0173408>.
7. Dolman, A.M., Rücker, J. and Pick, F.R. (2012), Cyanobacteria and Cyanotoxins: The Influence of Nitrogen versus Phosphorus, *PLoS One*, Vol. 7. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0038757>.
8. Li, Y., Xie, P. and Zhao, D. (2016), Eutrophication strengthens the response of zooplankton to temperature changes in a high-altitude lake, *Ecol Evol*, Vol. 6(18), pp. 6690-6701. <https://doi.org/10.1002/ece3.2308>.
9. Ochocka, A. and Pasztaleniec, A. (2016), Sensitivity of plankton indices to lake trophic conditions, *Environmental Monitoring and Assessment*, Vol. 118 (11), pp. 345-354. <https://doi.org/10.1007/s10661-016-5634-3>.
10. Kamenir, Y. (2007), Stability of Lake Kinneret phytoplankton structure as evidenced by several types of size spectra, *Environmental Monitoring and Assessment*, Vol. 188(11), pp. 345-354. <https://doi.org/10.1127/1863-9135/2007/0168-0345>.
11. Hambright, K.D. (2008), Long-term zooplankton body size and species changes in a subtropical lake: implications for lake management, *Fundamental and Applied Limnology Archiv für Hydrobiologie*, Vol. 173/1, pp. 1-13. <https://doi.org/10.1127/1863-9135/2008/0173-0001>.
12. Vysockaja, E.V., Bespalov, Ju.Gh., Pecherskaja, A.I. and Parvadov, D.A. (2016), “Ispoljzovanie marghalefovoj modeli sukcesii v tekhnologijakh distancyonnoho obnaruzhenija priznakov antropoghennykh vozdejstvij na rastitel'nyj pokrov” [The use of the margalef model of succession in the technology of remote detection of signs of anthropogenic effects on vegetation], *Radioelektronni i komp'juterni systemy*, No. 2 (76), pp. 15-19.
13. Rozenbergh, Gh.S. (2010), “Informacionnyj indeks i raznoobrazie: Boljzman, Kotelnikov, Shennon, Uyver” [Information index and diversity: Boltzmann, Kotelnikov, Shannon, Weaver], *Samarskaja luka: problemy reghionalnoj i globalnoj ekologhii*, Vol. 19, No. 2, pp. 4-25.
14. Vysockaja, E.V., Pecherskaja, A.I. and Rak, L.I. (2016), “Modelirovanye dinamiki soghlasovannosti parametrov serdechno-sosudistoj sistemy na raznykh stadijakh adaptacionnogho sindroma” [Modeling the dynamics of the consistency of the

parameters of the cardiovascular system at different stages of the adaptation syndrome], *Visnyk NTU KhPI. Serija "Mekhaniko-tekhnologichni systemy ta komplekсы"*, No. 4(1176), pp. 14-18.

15. Vysockaja, E.V., Klochko, T.A. and Nosov, K.V. (2015), "Diskretnoe modelirovanie dinamicheskikh sistem otnoshenij kolorimetricheskikh parametrov raznotravjja i posevov kuljturnykh rastenij" [Discrete modeling of dynamic systems of relations of the colorimetric parameters of herbs and crops of cultivated plants], *Sovremennyj nauchnyj vestnyk*, No. 11(258), pp. 65-70.

16. Dobrorodnia, G., Gordiyenko, N. and Klymenko, V. (2016), Studying the mechanisms of formation and development of overweight and obesity for diagnostic information system of obesity, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, Vol. 6, Iss. 2 (84), pp. 15-23. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.85390>.

17. Zholtkevych, G.N., Bespalov, Y.G., Nosov, K.V. and Abhishek, M. (2013), Discrete Modeling of Dynamics of Zooplankton Community at the Different Stages of an Antropogeneous Eutrophication, *Acta Biotheoretica*, No. 61 (4), pp. 449-465. <https://doi.org/10.1007/s10441-013-9184-6>.

18. Tuomisto, H., Ruokolainen, L. and Ruokolainen, K. (2012), Modelling niche and neutral dynamics: on the ecological interpretation of variation partitioning results, *Ecography*, Vol. 35, Iss. 11. <https://doi.org/10.1111/j.1600-0587.2012.07339>.

19. Balym, Y., Georgiyants, M. and Vysotska, O. (2017), Mathematical modeling of the colorimetric parameters for remote control over the state of natural bioplate, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, No. 4 (10-88), pp. 29-36. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.108415>.

20. Bespalov, Y., Nosov, K. and Kabalyants, P. (2017), Discrete dynamical model of mechanisms determining the relations of biodiversity and stability at different levels of organization of living matter, *bioRxiv*, July 31. <https://doi.org/10.1101/161687>.

Поступила в редколлегию 17.09.2018

Одобрена к печати 6.11.2018

Відомості про авторів:

Висоцька Олена Володимирівна

доктор технічних наук професор
професор кафедри Харківського національного
університету радіоелектроніки,
Харків, Україна
<https://orcid.org/0000-0003-3723-9771>

Бих Анатолій Іванович

доктор фізико-математичних наук
професор кафедри Харківського національного
університету радіоелектроніки,
Харків, Україна
<https://orcid.org/0000-0003-2687-4243>

Печерська Анна Іванівна

кандидат технічних наук
доцент кафедри Харківського національного
університету радіоелектроніки,
Харків, Україна
<https://orcid.org/0000-0001-7069-0674>

Беспалов Юрій Гаврилович

науковий співробітник кафедри Харківського
національного університету радіоелектроніки,
Харків, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-4721-6293>

Матвієнко Руслан Валентинович

бакалавр
студент Харківського національного
університету радіоелектроніки,
Харків, Україна
<https://orcid.org/0000-0001-5273-4450>

Тарасова Альбіна Леонідівна

студент Харківського національного
університету радіоелектроніки,
Харків, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-9794-8097>

Information about the authors:

Olena Vysotska

Doctor of Technical Sciences Professor
Professor of Department of Kharkiv National
University of Radio Electronics,
Kharkiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0003-3723-9771>

Anatoliy Bykh

Doctor of Physical and Mathematical Sciences Professor
Professor of Department of Kharkiv National
University of Radio Electronics,
Kharkiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0003-2687-4243>

Anna Pecherska

Candidate of Technical Sciences
Senior Lecturer of Department of Kharkiv National
University of Radio Electronics,
Kharkiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0001-7069-0674>

Yurii Bespalov

Researcher of Department of Kharkiv
National University of Radio Electronics,
Kharkiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-4721-6293>

Ruslan Matvienko

Bachelor
Student of Kharkov National University
of Radio Electronics,
Kharkiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0001-5273-4450>

Albina Tarasova

Student of Kharkov National University
of Radio Electronics,
Kharkiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-9794-8097>

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВПЛИВУ ЕВТРОФІКАЦІЇ НА СТРУКТУРУ І ДИНАМІКУ ВІДНОСИН В ОЗЕРНОМУ ЗООПЛАНКТОНІ

О.В. Висоцька, А.І. Бих, А. І. Печерська, Ю.Г. Беспалов, Р.В. Матвієнко, А.Л. Тарасова

Представлені результати математичного моделювання впливу евтрофікації на структуру і динаміку відносин в озерному зоопланктоні. Отримані результати дозволили виділити системні параметри, зміна яких пов'язана з ризиком масового розвитку токсичних ціанобактерій в евтрофікованому водоймищі. Такими параметрами є різниці нормалізованих значень чисельності таких груп зоопланктону як Rotatoria і Daphnia, а також Rotatoria і Diaptomidae. Отримані результати можуть бути використані при розробці інформаційної системи визначення ризику розвитку токсичних ціанобактерій в досить широкому класі евтрофікованих водойм.

Ключові слова: динамічні системи, евтрофікація, зоопланктон, системні параметри, токсичні ціанобактерії.

MATHEMATICAL MODEL OF EUTROPHICATIONS INFLUENCE TO THE STRUCTURE AND DYNAMICS OF RELATIONS IN THE LAKE ZOOPLANKTON

O. Vysotska, A. Bykh, A. Pecherska, Yu. Bespalov, R. Matviienko, A. Tarasova

One of the aspects of the loss the stability by aquatic ecosystem is the massive development of toxic cyanobacteria, which were not previously observed in this ecosystem. The variety of aquatic ecosystems types that can undergo eutrophication with the massive development of cyanobacteria is quite large. There is no satisfactory solution to the question of an adequate laboratory model of an aquatic ecosystem with the massive development of toxic cyanobacteria. These circumstances make it a topical issue to develop mathematical methods and information technologies for identifying and analyzing the risk factors for the development of toxic cyanobacteria in eutrophied reservoirs. Such factors include the structure of relationships and the dynamics of zooplankton of the analyzed ecosystems. Relevance of the research of eutrophications influence to the structure and dynamics of relations in the lake zooplankton using mathematical modeling substantiated in the paper. As a result of mathematical modeling using DMDS, idealized trajectories of the analyzed ecosystem are obtained. The resulting trajectory reflect the dynamics of the number of such groups of zooplankton as: Rotatoria, Daphnia, Diaptomidae and Cyclops, in different periods of eutrophication of Lake Sevan. The analysis of the trajectories of the system revealed that in the stable and unstable periods of eutrophication of Lake Sevan, combinations of values of the numbers of the analyzed groups of zooplankton differ. In the stable period, the maximum number of steps is observed with the coincidence of the minimum values of the number of Rotatoria and Daphnia. In the unstable period, the maximum number of steps is observed with the coincidence of the maximum values of the number of Rotatoria and Diaptomidae. It is proposed to use the difference between the normalized values of the abundance of groups of zooplankton, the combination of the values of whose numbers differ in stable and unstable periods of the aquatic ecosystem, as system parameters. Obtained results can be used in the development of an information system for determining the risk of developing toxic cyanobacteria in a wide class of eutrophied reservoirs.

Keywords: dynamic system, zooplankton, mathematical modeling, system parameters, toxic cyanobacteria, eutrophication.