УДК 621.391 DOI: 10.30748/soi.2018.155.02

В.І. Василишин[1], В.В. Лютов[1], В.Д. Луняка [2]

[1] *Харківський національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків*
[2] *Командування Повітряних Сил, Вінниця*

ОЦІНЮВАННЯ КУТОВИХ КООРДИНАТ ДЖЕРЕЛ ВИПРОМІНЮВАННЯ МЕТОДОМ MIN-NORM З ВИКОРИСТАННЯМ СТЕПЕНЕВОГО БАЗИСУ

У статті розглядається задача оцінювання кутових координат джерел випромінювання методом Min-Norm з використанням степеневого базису, сформованого на основі степенів кореляційної матриці вхідних даних, замість базису власних векторів кореляційної матриці. Така задача є складовою частиною задачі оцінювання стану каналу зв'язку для систем зв'язку з MIMO, MIMO-OFDM. На відміну від попередніх робіт, де порогове власне значення вважається відомим, пропонується використання оцінки дисперсії шуму спостереження. Представлені результати імітаційного моделювання, що підтверджують ефективність спектрального аналізу методом Min-Norm при використанні степеневого базису.

Ключові слова: *степеневий базис, теорема Келі-Гамільтона, метод Min-Norm, власні вектори, власні значення.*

Вступ

Переваги сучасних систем зв'язку, радіомоніторингу, радіолокаційних систем досягаються за рахунок використання особливостей просторової, просторово-часової та просторово-поляризаційної обробок сигналів [1–3]. Наприклад, просторова обробка сигналів реалізується у випадку використання антенних решіток (АР) чи адаптивних АР. Технологія MIMO (multiple input-multiple output system) передбачає застосування АР на обох сторонах системи зв'язку (приймальній і передавальній стороні).

При реалізації методів спектрального аналізу (таких як MUSIC, Min-Norm, ESPRIT та інших), методів попередньої обробки сигналів та полів, методів стеганографії використовують базис власних векторів (ВВ) кореляційної матриці (КМ) вхідних сигналів (зображення). Проте достатньо великою є обчислювальна складність процедури пошуку власних значень та векторів КМ – $O(M^3)$ операцій множення з комплексними числами, де M – число антенних елементів. Дана проблема може вирішуватися за рахунок використання підходів по розпаралелюванню обчислень на основі систолічних та хвильових обчислювачів, з використанням цифрових процесорів обробки сигналів або GPU (Graphics Processing Unit – графічний процесор) або інших базисів [1–5]. Крім того, використовувалися різні підходи щодо швидкої декомпозиції підпросторів.

Тому викликають інтерес роботи, які направлені на пошук базисів, використання яких дозволяє наблизитися до ефективності обробки, що забезпечується у випадку базису власних векторів КМ, проте вимагають значно меншого обсягу обчислень для їх пошуку [3; 5].

Степеневий базис може бути використаний при синтезі алгоритмів обробки сигналів в адаптивних антенних решітках, швидких алгоритмів сингулярного розкладення матриць, просторового розділення користувачів в системі мобільного зв'язку і т.д. [3].

В [5] степеневий базис використано для спрощення реалізації методу Min-Norm. Вказаний степеневий базис будується на основі степенів КМ. Проте запропонована реалізація передбачала, що відоме власне значення (ВЗ) є пороговим (розділяє власні значення, що відповідають підпростору сигналів (ППС) та підпростору шуму (ППШ). Відсутність такої інформації вимагає визначення такого порогу.

Визначення порогу є важливим також в пороговій обробці з використанням вейвлетів (підходах по зниженню шуму спостереження) [6]. В ряді випадків задача визначення дисперсії шуму спостереження або потужності компонент сигналу розглядається як окрема [2] або є складовою методів обробки сигналів (методів регуляризації, методів обробки сигналів в адаптивних антенних решітках) та методів спектрального аналізу сигналів та полів (наприклад, деяких варіантів методу ESPRIT) [2–7]. Особливістю визначення порогу в випадку, що розглядається, є те, що підходи, які основані на використанні власних значень КМ [2; 8–9], в даному випадку (коли інформація про ВЗ КМ відсутня) не можуть бути використані.

Проте визначення декількох найбільших ВЗ (по числу джерел випромінювання) або найменшого ВЗ [2] дозволяє використати названі підходи. Так у випадку визначення мінімального власного значення КМ, що відповідає ППШ, може бути використаний підхід по прогнозуванню ВЗ ППШ та шумових ВЗ для ППС [9].

Тому мета даної роботи – спрощення реалізації методу спектрального аналізу Min-Norm за рахунок використання степеневого базису та оцінки дисперсії шуму.

Виклад основного матеріалу

Розглянемо лінійну еквідистантну АР (ЛЕАР) з M елементів, на яку поступають електромагнітні хвилі від V джерел випромінювання під кутами $\theta_1,\cdots,\theta_V$ відносно нормалі до ЛЕАР.

Модель даних розглянута в [1–5], тому в даній роботі наводяться лише потрібні для подання результатів елементи.

Оцінки напрямків надходження радіохвиль від джерел випромінювання для методу Min-Norm визначаються як аргументи $\hat{V}$ максимумів просторового спектра (ПС) [1; 5]:

$$P_{MN}(\theta) = \left| \mathbf{a}^H(\theta)\hat{\mathbf{E}}_n\hat{\mathbf{E}}_n^H\mathbf{u}_1 \right|^{-2}, \qquad (1)$$

де $\mathbf{a}(\theta)$ – вектор просторового сканування (для поточного θ він відповідає вектору амплітудно-фазового розподілу сигналу джерела випромінювання на елементах АР); $\hat{\mathbf{E}}_n$ – $M\times(M-\hat{V})$ матриця ВВ ППШ, що відповідають $M-\hat{V}$ найменшим власним значенням вибіркової КМ $\hat{\mathbf{R}}$ [1–3]:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t) = \frac{1}{N}\mathbf{X}\mathbf{X}^H, \qquad (2)$$

$\mathbf{X} = [\mathbf{x}(t_1),\ldots,\mathbf{x}(t_N)]$ – $M\times N$ матриця даних; N – число знімків даних. Крім того, $\mathbf{u}_1$ – $M\times 1$ вектор з одиницею на i-й позиції і нулями на інших. $\hat{V}$ є оцінкою числа джерел випромінювання, $()^H$ представляє ермітовий оператор.

Покажемо, яким чином можна отримати "швидкий" метод Min-Norm (з використанням степеневого базису). В [5] використана теорема Келі-Гамільтона [10], згідно якої квадратна матриця $\hat{\mathbf{R}}$ задовольняє своєму характеристичному поліному. Тому матриця $\hat{\mathbf{R}}^q$ може бути подана у вигляді лінійної комбінації матриць $\mathbf{I},\hat{\mathbf{R}},\ldots,\hat{\mathbf{R}}^{q-1}$. Матриця $\hat{\mathbf{R}}^{q+j}$ (j – будь-яке ціле позитивне число) і багаточлен від матриці $\hat{\mathbf{R}}$ степені вище q також можуть бути зведені до багаточлена від матриці $\hat{\mathbf{R}}$ степені не вище $(q-1)$. У випадку, коли $\hat{V}$ менше M, кратність мінімального ВЗ КМ $\hat{\mathbf{R}}$ рівна $M-\hat{V}$. З послідовності матриць $\mathbf{I},\hat{\mathbf{R}},\ldots,\hat{\mathbf{R}}^{q-1}$ незалежними будуть матриці $\mathbf{I},\hat{\mathbf{R}},\ldots,\hat{\mathbf{R}}^{\hat{V}}$, які утворюють $(\hat{V}+1)$-мірний базис.

Приклад використання теореми Келі-Гамільтона для методу ESPRIT розглянуто в [10].

Для довільної степені $q>\hat{V}$ і довільного $M\times 1$ вектора $\mathbf{d}$ існує розкладення по базису вектора $\hat{\mathbf{R}}^q\mathbf{d}$ [5]:

$$\hat{\mathbf{R}}^q\mathbf{d} = p_0^{(q)}\mathbf{d} + p_1^{(q)}\hat{\mathbf{R}}\mathbf{d} + \ldots + p_{\hat{V}}^{(q)}\hat{\mathbf{R}}^{\hat{V}}\mathbf{d}, \qquad (3)$$

де $p_0^{(q)}, p_1^{(q)},\ldots,p_{\hat{V}}^{(q)}$ – коефіцієнти розкладення для степені q. Якщо $\lambda_{пор}$ – поріг між ВЗ ППС і ВЗ ППШ [2–5], тобто $\lambda_{\hat{V}+1} < \lambda_{пор} < \lambda_{\hat{V}}$, тоді

$$\lim_{q\to\infty}(P_q(\theta)) = P_{MN}(\theta), \qquad (4)$$

де

$$P_q(\theta) = \left| \mathbf{a}^H(\theta)((\hat{\mathbf{R}}/\lambda_{пор})^q + \mathbf{I})^{-1}\mathbf{u}_1 \right|^{-2}. \qquad (5)$$

Таким чином, функція $P_q(\theta)$ для любого значення q є наближеним поданням $P_{MN}(\theta)$. Різниця між ними зменшується по мірі збільшення q.

Отримаємо вираз для методу Min-Norm з використанням степеневого базису на основі (5). Необхідно обчислити вектор $\mathbf{r} = ((\hat{\mathbf{R}}/\lambda_{пор})^q + \mathbf{I})^{-1}\mathbf{u}_1$ без обернення $M\times M$ матриці $((\hat{\mathbf{R}}/\lambda_{пор})^q + \mathbf{I})$.

На основі виразу (4) подамо вектор $\hat{\mathbf{R}}^{\hat{V}+1}\mathbf{u}_1$ у вигляді вектора $\mathbf{Tp}$, де $M\times\hat{V}+1$ матриця

$$\mathbf{T} = [\mathbf{u}_1, \hat{\mathbf{R}}\mathbf{u}_1,\ldots,\hat{\mathbf{R}}^{\hat{V}}\mathbf{u}_1], \qquad (6)$$

а $\mathbf{p} = [p_0, p_1,\ldots,p_{\hat{V}}]^T$ – $\hat{V}+1\times 1$ вектор коефіцієнтів розкладення для степені $\hat{V}+1$. Таким чином, $M\times(\hat{V}+1)$ матриця $\hat{\mathbf{R}}\mathbf{T}$ може бути подана як

$$\hat{\mathbf{R}}\mathbf{T} = [\hat{\mathbf{R}}\mathbf{u}_1, \hat{\mathbf{R}}^2\mathbf{u}_1 \ldots, \hat{\mathbf{R}}^{\hat{V}+1}\mathbf{u}_1]. \qquad (7)$$

З структури матриці $\mathbf{T}$ слідує, що

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{T}\mathbf{g}_1, \qquad (8)$$

де $\mathbf{g}_1$ – 1-й стовпець $(\hat{V}+1)\times(\hat{V}+1)$ одиничної матриці. Рішенням задачі мінімізації евклідової довжини вектора $[\hat{\mathbf{R}}^{\hat{V}+1}\mathbf{u}_1 - \mathbf{Tp}]$ методом найменших квадратів є вектор $\mathbf{p}$ [1; 5]:

$$\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{T}^{\#}\hat{\mathbf{R}}^{\hat{V}+1}\mathbf{u}_1, \qquad (9)$$

де символ # означає псевдообернення по Муру-Пенроузу [2].

Представимо вектор $\mathbf{r}$ у вигляді

$$\mathbf{r} - \mathbf{Tf}. \qquad (10)$$

Результатом рішення лінійного матричного рівняння (10) буде $(\hat{V}+1)\times 1$ вектор $\mathbf{f}$. Вектор $\hat{\mathbf{R}}^{\hat{V}+1}\mathbf{u}_1$ можна подати як вектор $\mathbf{Tp}$. Тому з урахуванням (7):

$$\hat{\mathbf{R}}\mathbf{T} = [\hat{\mathbf{R}}\mathbf{u}_1, \ldots, \hat{\mathbf{R}}^{\hat{V}+1}\mathbf{u}_1] \cong \mathbf{TG}, \qquad (11)$$

де $\mathbf{G}$ – $(\hat{V}+1)\times(\hat{V}+1)$ матриця Фробеніуса [1; 3; 5], $\mathbf{G} = [\hat{\mathbf{I}} \vdots \mathbf{p}]$, $\hat{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1\times\hat{V}} \\ \mathbf{I}_{\hat{V}\times\hat{V}} \end{bmatrix}$. З (11) випливає, що

$$\hat{\mathbf{R}}^{q}\mathbf{T} \cong \mathbf{TG}^{q}. \qquad (12)$$

З урахуванням (8) та (12) рішення (10) може бути подане в наступному вигляді

$$\mathbf{f} = ((\mathbf{G}/\lambda_{\text{пор}})^{q} + \mathbf{I})^{-1}\mathbf{g}_1, \qquad (13)$$

де $\mathbf{I} - (\hat{V}+1)\times(\hat{V}+1)$ – одинична матриця. Результуючий вираз для методу Min-Norm (MN) з використанням степеневого базису має вигляд

$$P_{MN}(\theta) = \left| \mathbf{a}^{H}(\theta)\mathbf{Tf} \right|^{-2}. \qquad (14)$$

Обчислення пропонуємої модифікації методу Min-Norm з використанням степеневого базису може бути описане такою послідовністю кроків:

1. Визначити число джерел випромінювання на основі методу, що не потребує спектрального розкладення КМ [11].

2. Визначити дисперсію шуму спостереження.

3. Обчислити вектори $\mathbf{u}_1, \hat{\mathbf{R}}\mathbf{u}_1, \ldots, \hat{\mathbf{R}}^{\hat{V}+1}\mathbf{u}_1$ та сформувати матрицю $\mathbf{T}$.

4. Обчислити вектор $\mathbf{p}$ згідно виразу (8).

5. Задати значення параметру q.

6. Обчислити вектор $\mathbf{f}$ для поточного значення q згідно виразу (14).

7. Обчислити (14).

8. Збільшити q і перейти до кроку 6, якщо точність апроксимації просторового спектру методу Min-Norm низька. В противному випадку перейти до кроку 7

7. Стоп.

Точність апроксимації на кроці 6 може визначатися шляхом порівняння просторових спектрів, що відповідають поточному та попередньому значенню параметра q. Якщо спектри суттєво відрізняються, тоді збільшити q.

Порогове значення має обиратися дещо більшим, ніж дисперсія шуму спостереження.

В інтересах визначення різниці в ефективності використання різних базисів можливе порівняння норми $\left\| \hat{\mathbf{E}}_n \hat{\mathbf{E}}_n^{H}\mathbf{u}_1 - \mathbf{Tf} \right\|$ при різних значеннях q.

У випадку V<<M обчислювальна здатність методу MN складає $O(VM^2)$ комплексних множень. Множення на вектор $\mathbf{u}_i$ приводить до вибірки [5] з відповідної матриці i-го стовпця, що також може бути використано для скорочення об'єму обчислень.

Традиційна оцінка дисперсії шуму спостереження зазвичай отримується усередненням ВЗ ППШ, які вважаються приблизно однаковими, тобто $\lambda_{V+1} = \ldots = \lambda_{M} = \sigma^2$. Покращені оцінки дисперсії шуму, запропоновані в [8–9], також передбачають використання ВЗ КМ.

Разом з тим, відсутність інформації про ВЗ КМ вхідних коливань вимагає пошуку шляхів по визначенню дисперсії шуму спостереження для пропонуємої модифікації методу Min-Norm з використанням степеневого базису.

У випадку наявності вибірок шуму спостереження (коли сигнал відсутній) потужність шуму може бути визначена як $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{MN}\operatorname{trace}\left(\mathbf{Y}_{\text{навч.}}\mathbf{Y}_{\text{навч.}}^{H}\right)$, де $\mathbf{Y}_{\text{навч.}}$ – матриця вибірок, що навчають.

Крім того, можна використати метод мінімуму дисперсії (Кейпона) і той факт, що висоти піків в спектрі цього методу пропорційні потужності джерел випромінювання.

За умови наявності попередніх оцінок кутових координат джерел випромінювання дисперсія шуму може визначатися як $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{M}\operatorname{trace}(\mathbf{I} - \mathbf{A}\mathbf{A}^{\#})\hat{\mathbf{R}}$, де стовпцями матриці $\mathbf{A}$ є вектори $\mathbf{a}(\hat{\theta}_i)$, побудовані з урахуванням оцінок кутової координати джерела випромінювання $\hat{\theta}_i$, $i = 1, \ldots, \hat{V}$. Для цього випадку може бути використане послідовне променеформування, метод Бартлетта та інші підходи.

Можливим є і підхід, що полягає в пошуку найменшого ВЗ КМ [12] з подальшим прогнозом ВЗ ППШ на основі результатів [9].

З метою визначення ефективності запропонованої модифікації методу Min-Norm було проведено імітаційне моделювання. В ході моделювання використана M=10 ЛЕАР з міжелементною відстанню $\lambda/2$, де λ – довжина хвилі. Вважалося, що на ЛЕАР надходять сигнали двох джерел випромінювання з $\theta_1 = 10^\circ, \theta_2 = 14^\circ$ рівної потужності $SNR = 4$дБ. Відношення сигнал-шум (ВСШ) визначалося як $SNR = 10\log_{10}\left(\sigma_s^2/\sigma^2\right)$, де σ_s^2 і σ^2 – дисперсія сигналу і шуму. Число часових вибірок $N = 90$. На рис. 1 приведені вибірковий ПС методу Min-Norm (непереривна лінія) та наближений ПС, обчислений за виразом (14) при $q = 4$. Використовувалася оцінка дисперсії шуму, що отримується по вибіркам, що навчають.

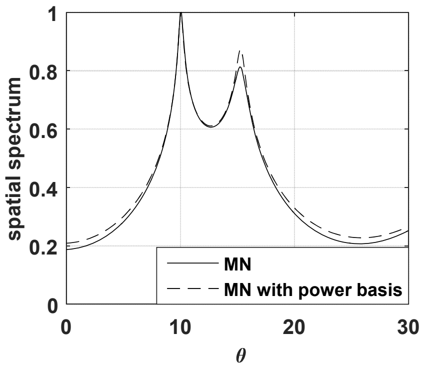

Рис. 1. Просторові спектри методу Min-Norm з використанням виразів (1) та (14), $N = 90$, $SNR = 4$дБ

З аналізу рис. 1 видно, що ПС запропонованої модифікації методу Min-Norm з використанням степеневого базису практично співпадає з ПС методу Min-Norm з використанням базису власних векторів КМ.

На рис. 2 приведені вибіркові ПС методу MN при використанні різних базисів (базису ВВ КМ та степеневого базису) для випадку $SNR = 0$дБ .

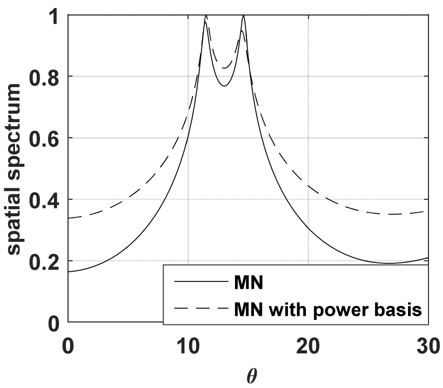

Рис. 2. Просторові спектри методу Min-Norm, $N = 90$, $SNR = 0$дБ

В даному випадку, що характеризується нижчим відношенням сигнал-шум, вибіркові просторові спектри також практично співпадають.

Слід зазначити, що на рис. 2 наведений випадок, коли джерела розрізнюються. Проте при вказаному відношенні сигнал-шум також мають місце випадки, коли джерела не розрізнюються.

Для обох рисунків вибіркові просторові спектри наведені для випадків, коли оцінка числа джерел випромінювання співпадала з істинним значенням.

У випадках рис. 1–2 сигнали джерел випромінювання в ході моделювання відрізнялися від шуму спостереження лише потужністю [2; 4]. Використання в ході моделювання сигналів, характерних для систем зв'язку (QAM та інших), не приводить до зміни характеру залежностей.

За результатами моделювання оптимальне значення параметра q знаходиться в межах $3 \ldots 9$. Переоцінка числа джерел V призводить до проблеми чисельної стійкості, так як $\mathbf{T}^{\mathrm{H}}\mathbf{T}$ стає близькою до сингулярної. Недооцінка числа джерел випромінювання V (переоцінка $\lambda_{\text{пор}}$) призводить до того, що джерела, число яких рівне різниці між істинним значенням V та оціненим, не розрізнюються.

Висновки

В статті розглянуто оцінювання кутових координат джерел випромінювання методом Min-Norm з використанням степеневого базису, побудованого на основі степенів кореляційної матриці вхідних сигналів.

Використання степеневого базису дозволяє спростити обчислювальну складність методу Min-Norm у порівнянні з випадком використання базису власних векторів кореляційної матриці.

Запропоновано використання оцінки дисперсії шуму спостереження, що знімає обмеження початкового підходу [5], де пороговове власне значення КМ (порогове значення між ВЗ ППС та ВЗ ППШ) вважалося відомим. Крім того, використовується підхід по оцінюванню числа джерел випромінювання, який не вимагає спектрального розкладення КМ вхідних сигналів.

Доцільне проведення ефективності аналізу ефективності розглянутого підходу для випадку малих вибірок та при оцінюванні частот компонент сигналу.

З точки зору мінімізації обчислювальної складності застосування розглянутого підходу доцільне у випадку, коли число джерел випромінювання є меншим числа антенних елементів.

Викликає інтерес використання запропонованого підходу при комбінованому оцінюванні кутових координат джерел випромінювання, коли декілька методів спектрального аналізу обчислюються одночасного, в системах зв'язку з MIMO та MIMO-OFDM при визначенні стану каналу зв'язку (channel sounding).

Крім того, доцільне використання відомих підходів по покращенню оцінки КМ вхідних даних (наприклад, технології сурогатних даних).

У разі корельованості сигналів джерел випромінювання доцільне використання так званого просторового згладжування кореляційної матриці вхідних сигналів або його різноманітних модифікацій.

Список літератури

1. Space-time processing for MIMO communications; Ed. Gershman A.B. and Sidiropoulos N.D., John Wiley &Sons, 2005. – 390 p.

2 Marple S.L., Jr. Digital spectral analysis with applications. – Prentice Hall, New Jersey, 1987. – 512 p.

3. Ermolaev V.T. Theoretical Foundations for Signal Processing in Wireless Communication Systems / V.T. Ermolaev, A.G. Flaksman. – Nizhny Novgorod, 2011. – 344 p.

4. Moreno J.H. Matrix computations on systolic-type arrays / J.H. Moreno, T. Lang. – New York: Springer science, 1991. – 297 p.

5. Ermolaev V.T. Fast algorithm for minimum-norm direction-of-arrival estimation / V.T. Ermolaev, A.B. Gershman // IEEE Trans.on SP. – 1994. – Vol. 42, no.9. – P. 2389-2394.

6. Mallat S. A wavelet tour of signal processing: second ed. / S. Mallat. – Boston: Academic Press, 1999. – 637 p.

7. Fenn A.J. Adaptive Antennas and Phased Arrays for Radar and Communications / A.J. Fenn. – Boston: Artech House, 2008. – 393 p.

8. Василишин В.И. Предварительная обработка сигналов с использованием метода SSA в задачах спектрального анализа / В.И. Василишин // Прикладная радиоэлектроника: науч.-техн. журнал. – 2014. –Том 13, № 1. – С. 43-50.

9. Vasylyshyn V.I. Adaptive variant of the surrogate data technology for enhancing the effectiveness of signal spectral analysis using eigenstructure methods / V.I. Vasylyshyn // Radioelectronics and Communications Systems. – 2015. – Vol. 58, No. 3. – P. 116-126.

10. Hande P. Signal Parameter Estimation via the Cayley–Hamilton Constraint / P. Hande, L. Tong // IEEE Signal Processing Letters. – 2001. – Vol. 8, No. 4. – P. 110-113.

11. Xin J. Simple and efficient nonparametric method for estimating the number of signals without eigendecomposition / J. Xin, N. Zheng, A. Sano // IEEE Trans. on SP. – 2007. – Vol. 55, No. 4. – P. 1405-1420.

12. Golub G.H. Matrix computations: fourth ed. / G.H. Golub, C.F. Van Loan. – Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 2013. – 780 p.

References

1. Gershman, A.B. and Sidiropoulos, N.D. (2005), *Space-time processing for MIMO communications*, John Wiley&Sons, 390 p.

2. Marple, S.L., Jr. (1987), *Digital spectral analysis with applications*, Prentice Hall, New Jersey, 512 p.

3. Ermolaev, V.T. and Flaksman, A.G. (2011), *Theoretical foundations for signal processing in wireless communication Systems*, Nizhny Novgorod, 344 p.

4. Moreno, J.H. and Lang, T. (1991), *Matrix computations on systolic-type arrays*, Springer science, New York, 297 p.

5. Ermolaev, V.T. and Gershman, A.B. (1994), Fast algorithm for minimum-norm direction-of-arrival estimation, *IEEE Trans.on SP*, Vol .42, No. 9, pp. 2389-2394.

6. Mallat, S. (1999), *A wavelet tour of signal processing*, Academic Press, Boston, 637 p.

7. Fenn, A.J. (2008), *Adaptive Antennas and Phased Arrays for Radar and Communications*, Artech House, Boston, 393 p.

8. Vasylyshyn, V.I. (2014), "Predvaritalnaya obrabotka signalov s ispolzovaniem metoda SSA v zadachach spectralnogo analiza" [Signal preprocessing with using the SSA method in spectral analysis problems], *Applied Radio Electronics: Sci. Journ*, Vol. 13, No. 1, pp. 43-50.

9. Vasylyshyn, V.I. (2015), Adaptive variant of the surrogate data technology for enhancing the effectiveness of signal spectral analysis using eigenstructure methods, *Radioelectronics and Communications Systems*, Vol. 58, No. 3, pp. 116-126.

10. Hande, P. and Tong, L. (2001), Signal Parameter Estimation via the Cayley–Hamilton Constraint, *IEEE Signal Processing Letters*, Vol. 8, No. 4, pp. 110-113.

11. Xin, J., Zheng, N. and Sano, A. (2007), Simple and efficient nonparametric method for estimating the number of signals without eigendecomposition, *IEEE Trans. on SP*, Vol. 55, No. 4, pp. 1405-1420.

12. Golub, G.H. and Van Loan, C.F. (2013), *Matrix computations: fourth ed.*, The Johns Hopkins University Press, Baltimore, 780 p.

Надійшла до редколегії 11.09.2018
Схвалена до друку 6.11.2018

Відомості про авторів:

Василишин Володимир Іванович
доктор технічних наук доцент
начальник кафедри Харківського національного університету Повітряних Сил ім. І. Кожедуба,
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0002-5461-0125

Information about the authors:

Volodymyr Vasylyshyn
Doctor of Technical Science Associate Professor
Head of Department of Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University,
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0002-5461-0125

Лютов Віктор Володимирович
ад’юнкт Харківського національного
університету Повітряних Сил ім. І. Кожедуба,
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0001-8092-5748

Victor Lyutov
Doctoral Student
of Ivan Kozhedub Kharkiv
National Air Force University,
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0001-8092-5748

Луняка Віталій Дмитрович
Командування Повітряних Сил,
Вінниця, Україна
https://orcid.org/0000-0001-6385-0545

Vitalii Luniaka
Air Force Command,
Vinnytsia, Ukraine
https://orcid.org// 0000-0001-6385-0545

ОЦЕНИВАНИЕ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ ИСТОЧНИКОВ ИЗЛУЧЕНИЯ МЕТОДОМ MIN-NORM С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТЕПЕННОГО БАЗИСА

В.И. Василишин, В.В. Лютов, В.Д.Луняка

В статье рассматривается задача оценивания угловых координат источников излучения методом Min-Norm с использованием степенного базиса, сформированного на основе степеней корреляционной матрицы входных данных, вместо базиса собственных векторов корреляционной матрицы. Задача оценивания угловых координат является составной частью задачи оценивания состояния канала связи для систем связи с MIMO, MIMO-OFDM. В отличие от предыдущих работ, где пороговое собственное значение полагается известным, предлагается использование оценки дисперсии шума наблюдения. Представлены результаты имитационного моделирования, которые подтверждают эффективность спектрального анализа методом Min- Norm при использовании степенного базиса.

Ключевые слова: *степенной базис, теорема Кэли-Гамильтона, метод Min-Norm, собственные векторы, собственные значения.*

ESTIMATION OF ANGULAR COORDINATES OF RADIATION SOURCES BY MIN-NORM METHOD USING POWER BASIS

V. Vasylyshyn, V. Lyutov, V. Luniaka

Min-Norm is a one of eigenstructure methods and it provides good resolution in the case of high and low signal-to- noise ratios. In the article, the problem of direction of arrival estimation of radiation sources by Min-Norm method is considered. Such problem is a part of the problem of estimation of communication channel for the communication systems with MIMO and MIMO-OFDM. The possibility of reduction of computational load of the Min-Norm method is investigated. Caley-Hamilton theorem is used in the paper. Modification of the Min-Norm method based on the power basis of the correlation matrix of input sequence is suggested. The main difference of proposed modification as compared to known fast Min-Norm is calculation of noise power without the knowledge of eigenvalues of correlation matrix or with calculation the least noise eigenvalue. Therefore the limitation of initial approach related with requirement of a priori knowledge of threshold between noise subspace and signal-subspace eigenvalues is reduced. Furthermore, the estimation of the number of sources is introduced using the method without eigendecomposition. Several variants of computation of the noise variance are considered. The application of proposed approach is preferable for the case when the number of sources is lower than then the antenna elements. The simulation results are presented, where the performance of Min- norm method when using different bases is compared. They confirm the saving of efficiency of spectral analysis by Min-Norm method. It is of interest to use the considered results for realization of combined estimation of angular coordinates of radiation sources (i.e. so called joint estimation strategy). Furthermore, the very interesting application of power basis is a spatial separation of sources for the communication systems with MIMO (MIMO-OFDM). The so-called surrogate data technology can be used in order to improve the estimate of correlation matrix. Furthermore, for the case when minimum value of correlation matrix will be estimated the remaining noise subspace eigenvalues can be forecasted. It is also of interest to consider application of another base to reduce the computational load of Min-Norm method.

Keywords: *Power basis, Caley-Hamilton theorem, Min-norm method, eigenvectors, eigenvalues.*