УДК 368.013:519.21 DOI: 10.30748/soi.2019.156.07

В.Ю. Дубницкий[1], И.Г. Скорикова[1], Г.В. Фесенко[2], И.А. Черепнев[3]

[1] *Харьковский учебно-научный институт ГВУЗ Университета банковского дела, Харьков*
[2] *Национальный аэрокосмический университет имени Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков*
[3] *Национальный технический университет сельского хозяйства им. П. Василенко, Харьков*

РЕШЕНИЕ В ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ВИДЕ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ О РАЗОРЕНИИ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ ДЛЯ МОДЕЛИ ИНДИВИДУАЛЬНОГО РИСКА

Рассмотрены прямая и обратная задача о неразорении (разорении) страховой компании для страхования индивидуальных рисков природного и техногенного происхождения. Прямой задачей о разорении страховой компании названа задача, решение которой определяет вероятность успешной деятельности страховой компании при известных законах распределения величины страховых выплат. Обратной задачей о разорении страховой компании названа задача, решение которой определяет величину активов, обеспечивающих заданную вероятность неразорения (разорения) страховой компании. Решение этой задачи рассмотрено для следующих видов законов распределения: нормального, логарифмически нормального, гамма-распределения, распределения Вейбулла, обратного гауссова распределения и распределения Парето.

Ключевые слова: *задача о разорении страховой компании, принцип математического ожидания, принцип среднеквадратического отклонения, нормальное распределение, логарифмически нормальное распределение, гамма-распределение, распределения Вейбулла, обратное гауссовское распределение, распределение Парето.*

Введение

В данной работе будут использованы термины и определения, относящиеся к актуарной математике и приведенные в работах [1–2]. *Страхователь* – физическое или юридическое лицо, заключившее договор со страховой компанией. Страховщик – лицензированная компания, осуществляющая страховую деятельность. *Страховая премия* – сумма, которую страхователь выплачивает страховщику. *Страховая выплата* – сумма, которую страхователь выплачивает страховщику при наступлении страхового случая. *Модель индивидуального риска* – модель функционирования страховой компании, основанная на следующих предположениях:

1) анализируется ситуация, связанная с ежегодными страховыми выплатами. В нормальных условиях это позволяет пренебречь фактором инфляции и упрощает финансовые расчёты;

2) количество участников страхового процесса неслучайно и в рассматриваемый период не изменяется;

3) страховая премия полностью вносится в начале анализируемого периода;

4) по каждому страховому договору известны статистические свойства связанных с ним индивидуальных потерь страховой компании, вызванной выплатами по данному страховому случаю;

5) исключаются катастрофы, то есть одновременное наступление страховых случаев по нескольким договорам.

Для успешной деятельности страховой компании необходимо, чтобы величина активов компании, равная сумме страховых премий (*СП*) и собственного капитала (*СК*), превосходила сумму страховых выплат (*СВ*) на заданном временном промежутке. Вероятность события, состоящего в том, что страховые выплаты превысят обязательства компании:

$$P_{раз} = P\left(СВ > СП + СК\right). \qquad (1)$$

Иными словами, это означает, что необходимо определить вероятность того, что сумма страховых выплат превзойдет величину предназначенных для этого средств, находящихся в распоряжении страховой компании.

Сельское хозяйство следует отнести к такому виду деятельности, в котором существуют риски природного, техногенного характера, социального и военного происхождения. Последние два вида рисков в данной статье не рассмотрены. Агропромышленный комплекс Украины вносит значительный вклад в формирование валового внутреннего продукта страны. Как отметил на встрече с молодыми предпринимателями 10 января 2018 г. в Киеве премьер-министр Гройсман [3], на декабрь 2017 года этот вклад составлял около 18%.

Однако, в последнее время увеличивается площадь сельскохозяйственных угодий, которые по ряду причин (прежде всего, связанных со стихийными бедствиями) попадают в зону рискованного земледелия. В течение 2016–2017 гг. на площади более 5 тыс. га произошли потери посевов, и в результате недополучено значительный объем зерновых культур [4]. Данное обстоятельство усугубляется недостаточным материально-техническим обеспечением хозяйств, входящих в АПК, и прежде всего, тракторами, комбайнами и иной зерноуборочной техникой, и ее состоянием. Например, на момент 2015 г. количество тракторов и зерноуборочных комбайнов в Украине составило соответственно 127,9 и 26,7 тыс. шт. (86,5 и 82,9% от уровня 2010 г.) [5].

Несмотря на некоторый рост закупок автотракторной техники в 2017 г., ситуация с технической оснащенностью малых и средних сельхозпредприятий в Украине критическая. Основные виды техники обновляют лишь на 3–5%, тогда как для нормального воспроизведения парка этот показатель должен составлять 8–12% [6]. Для минимизации потерь сельхозпроизводителей необходима разработка комплекса организационных и технических мероприятий, основным из которых может стать совершенствование существующей системы агрострахования [6].

В настоящее время в Украине компенсация убытков аграриям, которые понесли убытки в результате неблагоприятных погодных условий, осуществляется за счет государственных средств и в том числе из резервного фонда. Но по данным работы [7] выделяемые государством средства, как правило, покрывают убытки производителей сельхозпродукции лишь на 10–20%, а кроме того, расчет на эти выплаты снижает внедрение интенсивных технологий и не стимулирует развитие рынка агрострахования. Кроме того, как показывает практика страхования специальной техники (в т.ч. и сельскохозяйственной) в Украине [8] в весьма обширном списке страховых рисков, таких как: ДТП, кража, пожар, стихийные бедствия, повреждения при транспортировке и пр. отсутствует такая важная, с точки зрения авторов данной публикации, как гибель урожая или недополученная выгода в случае поломки (выхода из строя) автотракторной техники, используемой в ходе сельскохозяйственных работ.

Анализ литературы. Для страхового бизнеса характерно взаимопроникновение юридических, экономических и вероятностных методов. Юридические вопросы страхования рассмотрены, например, в работах [9–10]. Вероятностные методы, используемые в страховании, подробно рассмотрены в учебных пособиях [2; 11–12]. В работе [12] предложено методы определения вероятности разорения страховой компании разделить на две группы: методы, использующие принцип ожидаемого значения, и методы, использующие принцип среднеквадратического отклонения.

Принцип ожидаемого значения использует следующую последовательность действий. Величина:

$$P_{раз} = P\left(CB > (1+h)M\left[CB\right]\right), \qquad (2)$$

где h – неотрицательное число.

Следовательно, для обеспечения заданного уровня разорения страховой компании её активы (AK) должны удовлетворять условию:

$$AK = (1+h)M\left[CB\right]). \qquad (3)$$

Принцип среднеквадратического отклонения использует следующую последовательность действий. Величина:

$$P_{раз} = P(CB > M[CB] + (1+h)\sigma[CB]). \qquad (4)$$

Следовательно, для обеспечения заданного уровня разорения страховой компании её активы должны удовлетворять условию:

$$AK = M[CB] + (1+h)\sigma[CB]. \qquad (5)$$

В условиях (2–5) принято, что М [•] и σ [•] – операторы математического ожидания и среднеквадратического отклонения соответственно. Примем, что:

$$1 + h = k. \qquad (6)$$

Назовем величину k коэффициентом превышения. Тогда условия (3) и (5) можно представить в виде:

$$AK = kM[CB]; \qquad (7)$$

$$AK = M[CB] + k\sigma[CB]. \qquad (8)$$

В работе [13] рассмотрена задача оценки вероятности превышения случайной величиной своего удвоенного среднего значения. То есть задача, близкая к поставленной в варианте принципа ожидаемого значения. Так как в своём исходном виде результат решения задачи предназначался для определения необходимого количества резервируемых деталей подвижных средств, то в указанной работе были рассмотрены нормальный, показательный законы и закон распределения Вейбулла случайной величины – потребности в запасных деталях за требуемый промежуток времени.

Постановка задачи. Пусть функция распределения случайной величины, равной размеру страховых выплат, определена функцией вида $F(x;\lambda,\mu)$, где λ, μ – параметры распределения. Тогда вероятность неразорения (разорения) страховой компании, определённая по принципу ожидаемого значения, будет равна соответственно:

$$P_{нераз} = F(km;\lambda,\mu), P_{раз} = 1 - F(km;\lambda,\mu). \qquad (9)$$

В условии (9) и далее принято, что m – математическое ожидание, σ – среднеквадратическое отклонение величины страховых выплат. Вероятность разорения (неразорения) страховой компании, определённая по принципу среднеквадратического отклонения, будет равна соответственно:

$$P_{нераз} = F(m + k\sigma; \lambda, \mu),$$
$$P_{раз} = 1 - F(m + k\sigma; \lambda, \mu), k > 0. \quad (15)$$

Решение задачи (9) отвечает на следующий вопрос. Какова вероятность того, что возможные страховые выплаты не превысят (превысят) активы страховой компании, равные *k*-кратной величине их математического ожидания?

Решение задач (10) отвечает на следующий вопрос. Какова вероятность того, что возможные страховые выплаты не превысят (превысят) активы страховой компании, равные сумме математического ожидания этих выплат и их *k*-кратного среднеквадратического отклонения?

Постановку задачи в виде (9) или (10) назовём прямой задачей о разорении страховой компании для модели индивидуального риска. Задачу, в которой требуется найти величину активов страховой компании, определяющих вероятность её неразорения, назовём обратной задачей о разорении страховой компании для модели индивидуального риска.

Очевидно, что решение обратной задачи сводится к определению квантиля закона распределения страховых выплат. В предлагаемой в данной работе постановке задач переменными служат параметры законов распределения случайных величин, поэтому такое решение назовём параметрическим.

Решение этой задачи рассмотрено для следующих видов закона распределения: нормального, логарифмически нормального, гамма-распределения, распределения Вейбулла, обратного гауссова распределения и распределения Парето. Именно эти законы распределения страховых выплат наиболее используемы при решении задач страхования рисков, на что указано в работе [11].

Полученные результаты

Рассмотрим решение поставленной задачи для нормального распределения. Тогда функция распределения

$$F(x; \mu, \lambda) = \Phi\left(\frac{x - m}{\sigma}\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left(\frac{(x - m)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (11)$$

В данном случае $m = \mu$ и $\sigma = \lambda$.

Решение поставленной задачи для принципа ожидаемого значения будет таким:

$$P_{нераз} = \Phi\left(\frac{km - m}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{m(k-1)}{\sigma}\right). \quad (12)$$

Так как коэффициент неоднородности $v = \sigma / m$, то условие (12) можно представить в виде:

$$P_{нераз} = \Phi\left(\frac{k-1}{v}\right). \quad (13)$$

Решение поставленной задачи для принципа среднеквадратического отклонения примет вид:

$$P_{нераз} = \Phi\left(\frac{m + k\sigma - m}{\sigma}\right) = \Phi(k), \quad (14)$$

то есть является вариантом задачи о “трёх сигмах”.

Обратная задача сводится к определению величины коэффициента превышения k в виде функции квантиля уровня p. Где величина p – принятый уровень вероятности неразорения соответствующего распределения.

Для нормального распределения квантиль уровня p определяют из условия, приведенного в работе [14]:

$$x_p = m + \sigma \cdot u_p, \quad (15)$$

где u_p – квантиль стандартного нормального распределения. Для принципа ожидаемого значения получим, что:

$$km = m + \sigma \cdot u_p, \quad (16)$$

откуда:

$$k = \frac{\sigma \cdot u_p}{m} + 1 = v \cdot u_p + 1. \quad (17)$$

Для принципа среднеквадратического отклонения получим, что:

$$m + k \cdot \sigma = m + \sigma \cdot u_p. \quad (18)$$

Следовательно $k = u_p$.

Рассмотрим решение поставленной задачи для логарифмически нормального распределения. Тогда функция распределения в соответствии с работой [14] примет вид:

$$P_{нераз} = F(x; \lambda, \mu) = \Phi\left[\frac{\ln(x / \lambda)}{\mu}\right], x > 0. \quad (19)$$

Параметры распределения определены следующими условиями:

$$\lambda = \frac{\bar{x}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\bar{x}}\right)^2}} = \frac{\bar{x}}{\sqrt{1 + v^2}}; \quad (20)$$

$$\mu = \sqrt{\ln\left[1 + \left(\frac{\sigma}{\bar{x}}\right)^2\right]} = \sqrt{\ln\left[1 + (v)^2\right]}. \quad (21)$$

Решение поставленной задачи для принципа ожидаемого значения будет, учитывая условия (20) и (21), таким:

$$\frac{k\bar{x}}{\lambda} = \frac{k\bar{x}}{\bar{x} / \sqrt{1 + v^2}} = k\sqrt{1 + v^2}. \quad (22)$$

Следовательно:

$$F\left(k\bar{x};\lambda,\mu\right)=\Phi\left[\frac{\ln\left(k\sqrt{1+v^2}\right)}{\sqrt{\ln\left[1+v^2\right]}}\right]. \qquad (23)$$

Решение поставленной задачи для принципа среднеквадратического отклонения будет, учитывая условия (20–21) и (22), таким:

$$F\left(\bar{x}+k\sigma;\lambda,\mu\right)=\Phi\left[\frac{\ln\left(\left(\bar{x}+k\sigma\right)\sqrt{1+v^2}\right)}{\sqrt{\ln\left[1+v^2\right]}}\right]= \\ =\Phi\left[\frac{\ln\left(\bar{x}\left(1+kv\right)\sqrt{1+v^2}\right)}{\sqrt{\ln\left[1+v^2\right]}}\right]. \qquad (24)$$

В соответствии с работой [14] величина x_p, равная p-квантилю логарифмически нормального распределения, имеет вид:

$$x_p=\lambda\exp\left(\mu\cdot u_p\right). \qquad (25)$$

Для принципа ожидаемого значения получим:

$$x_p=k\bar{x}=\frac{\bar{x}}{\sqrt{1+v^2}}\exp\left[u_p\sqrt{\ln\left(1+v^2\right)}\right]. \qquad (26)$$

Следовательно, величина коэффициента превышения будет равна:

$$k=\frac{1}{\sqrt{1+v^2}}\exp\left[u_p\sqrt{\ln\left(1+v^2\right)}\right]. \qquad (27)$$

Для принципа среднеквадратического отклонения получим:

$$x_p=\bar{x}+k\sigma=\frac{\bar{x}}{\sqrt{1+v^2}}\exp\left[u_p\sqrt{\ln\left(1+v^2\right)}\right]. \qquad (28)$$

Следовательно, величина коэффициента превышения будет равна:

$$k=\frac{1}{\sigma}\left(\frac{\bar{x}}{\sqrt{1+v^2}}\exp\left[u_p\sqrt{\ln\left(1+v^2\right)}\right]-\bar{x}\right). \qquad (29)$$

Рассмотрим решение поставленной задачи для гамма-распределения. В этом случае функция распределения примет вид:

$$F(x)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int\limits_0^{\lambda x}t^{\alpha-1}e^{-t}dt, x>0,\lambda>0,\alpha>0. \qquad (30)$$

Параметры распределения и основные числовые характеристики выборки связаны условиями:

$$\bar{x}=\alpha/\lambda, s=\sqrt{\alpha/\lambda}, \lambda=\bar{x}/s^2, \\ \alpha=\left(\bar{x}/s\right)^2=\left(v^{-1}\right)^2. \qquad (31)$$

Решение поставленной задачи для принципа ожидаемого значения примет вид:

$$P_{нераз}=F(k\bar{x})=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int\limits_0^{g}t^{\alpha-1}e^{-t}dt, \qquad (32)$$

где с учетом условия (31) для верхнего предела интегрирования в условии (32) получим:

$$\lambda k\bar{x}=k\left(v^{-1}\right)^2=g. \qquad (33)$$

Решение поставленной задачи в виде для принципа среднеквадратического отклонения примет вид:

$$P_{нераз}=F(\bar{x}+k\sigma)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int\limits_0^{q}t^{\alpha-1}e^{-t}dt, \qquad (34)$$

где с учетом условия (31) для верхнего предела интегрирования в условии (34) получим:

$$\left(\bar{x}+ks\right)\lambda=\left(\bar{x}+ks\right)\frac{\bar{x}}{s^2}=q. \qquad (35)$$

Для решения обратной задачи, определения величины коэффициента превышения, необходимые значения квантилей распределений (31) и (33) могут быть получены, используя функцию обратного гамма-распределения, встроенную во все основные пакеты статистических программ.

Рассмотрим решение поставленной задачи для распределения Вейбулла. Вероятность неразорения в этом случае примет вид:

$$P_{нераз}=F(x;\alpha,c)=1-\exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^c\right]. \qquad (36)$$

В работе [14] сказано, что с достаточной для нашего случая точностью распределение Вейбулла можно аппроксимировать логарифмически нормальным законом по условию:

$$F(x;\alpha,c)=1-\exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^c\right]\approx\Phi\left[\frac{\ln\left(x/m\right)}{\alpha}\right]. \qquad (37)$$

При условии, что:

$$m=\bar{x}/\sqrt{1+v^2}, \alpha=\sqrt{\ln\left(1+v^2\right)}, \qquad (38)$$

где: $\bar{x}$ – математическое ожидание,

v – коэффициент вариации исходного распределения Вейбулла, квантиль которого равен:

$$x_p=\alpha\left[-\ln\left(1-p\right)\right]^{1/c}. \qquad (39)$$

Таким образом, решение поставленной задачи для распределения Вейбулла сводится к уже решенной задаче для логарифмически нормального распределения.

Рассмотрим решение поставленной задачи для обратного распределения Гаусса. Его свойства подробно исследованы в работе [15].

Вероятность неразорения в этом случае примет вид:

$$P_{нераз}=F(x;\lambda,\mu)=\Phi\left[\sqrt{\frac{\lambda}{x}}\left(\frac{x}{\mu}-1\right)\right]+ \\ +\exp\left(\frac{2\lambda}{\mu}\right)\Phi\left[-\sqrt{\frac{\lambda}{x}}\left(\frac{x}{\mu}+1\right)\right], x>0, y>0,\mu>0. \qquad (40)$$

Параметры распределения связаны с его числовыми характеристиками условиями:

$$\mu = m, \sqrt{\frac{m^3}{\lambda}} = \sigma. \quad (41)$$

Примем, что:

$$z_1 = \sqrt{\frac{\lambda}{x}}\left(\frac{x}{\mu} - 1\right), z_2 = \sqrt{\frac{\lambda}{x}}\left(\frac{x}{\mu} + 1\right). \quad (42)$$

Так, как

$$\Phi(u) + \Phi(-u) \equiv 1, \quad (43)$$

то условие (40) можно представить в виде:

$$P_{нераз} = \Phi(z_1) + \exp\left(\frac{2\lambda}{\mu}\right)\left[1 - \Phi(z_2)\right]. \quad (44)$$

Принимая во внимание условия (41) для принципа ожидаемых значений, решение примет вид:

$$P_{нераз} = \Phi\left[\sqrt{\frac{\lambda}{km}}(k-1)\right] + \\ + \exp\left(\frac{2\lambda}{m}\right)\left\{1 - \Phi\left[\sqrt{\frac{\lambda}{km}}(k+1)\right]\right\}. \quad (45)$$

Принимая во внимание условия (41) для принципа среднеквадратических отклонений, решение примет вид:

$$P_{нераз} = \Phi\left[\frac{\lambda}{m + k\sqrt{\frac{m^3}{\lambda}}} \cdot \left(\frac{m + k\sqrt{\frac{m^3}{\lambda}}}{m} - 1\right)\right] + \\ + \exp\left(\frac{2\lambda}{m}\right)\left\{1 - \Phi\left[\frac{\lambda}{m + k\sqrt{\frac{m^3}{\lambda}}}\left(\frac{m + k\sqrt{\frac{m^3}{\lambda}}}{m} + 1\right)\right]\right\}. \quad (46)$$

Решение прямой задачи в этом случае сводится к подбору величины k, обеспечивающей заданную вероятность разорения (неразорения) страховой компании. Решение обратной задачи сводится к определению корней уравнения (46) относительно величин k и m. Описание вычислительной процедуры, обеспечивающей это, выходит за рамки данного сообщения.

Рассмотрим решение поставленной задачи для случая распределения Парето, свойства которого описаны в работе [14]. Вероятность неразорения в этом случае примет вид:

$$P_{нераз} = F(x; x_0, \alpha) = 1 - \left(\frac{x_0}{x}\right)^{\alpha}, x > 0. \quad (47)$$

В условии (47) величина x_0 – параметр положения, в задачах страхования его можно трактовать как величину франшизы, α – параметр формы, $\alpha > 0$. Среднее значение:

$$m = \frac{\alpha}{\alpha - 1} x_0, \alpha > 1. \quad (48)$$

Среднеквадратическое отклонение:

$$\sigma = \frac{x_0}{\alpha - 1}\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha - 2}}, \alpha > 2. \quad (49)$$

Рассмотрим решение поставленной задачи для принципа ожидаемого значения в том случае, когда:

$$P_{нераз} = F(km; x_0, \alpha) = 1 - \left(\frac{x_0}{km}\right)^{\alpha}. \quad (50)$$

Учитывая условие (50), представим вероятность неразорения в виде:

$$P_{нераз} = 1 - \left(\frac{x_0}{k\frac{\alpha}{\alpha - 1}x_0}\right)^{\alpha} = 1 - \left(\frac{\alpha - 1}{k\alpha}\right)^{\alpha}. \quad (51)$$

Рассмотрим решение поставленной задачи для принципа среднеквадратического отклонения. В этом случае, подставляя условия (48) и (50) в (51), получим, что:

$$P_{нераз} = F(\bar{x} + k\sigma; x_0, \alpha) = \\ = 1 - \left(\frac{(\alpha - 1)(\alpha - 2)\left(k\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha - 2}} - \alpha\right)}{\alpha\left[k^2 - \alpha(\alpha - 2)\right]}\right)^{\alpha}. \quad (52)$$

Приведенные в работе [14] результаты дают возможность представить параметры закона распределения Парето в виде функций выборочных значений среднего $\bar{x}$ и среднеквадратического отклонения s:

$$\alpha = \varphi(\bar{x}, s) = 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\bar{x}}{s}\right)^2} = 1 + \sqrt{1 + v^2}; \quad (53)$$

$$x_0 = \eta(\bar{x}, s) = \left(\frac{\alpha - 1}{\alpha}\right)\bar{x} = \frac{\bar{x}\sqrt{1 + v^2}\left(\sqrt{1 + v^2 - 1}\right)}{v^2}. \quad (54)$$

Тогда, подставив (52) и (53) в (50), для принципа ожидаемых значений получим, что:

$$P_{нераз} = 1 - \left(\frac{x}{k\frac{\alpha}{\alpha - 1}x_0}\right)^{(m/(m - x_0))}. \quad (55)$$

Решение обратной задачи в этом случае примет вид:

$$x_p = \left(\frac{x_0}{1 - p}\right)^{(m - x_0)/m}. \quad (56)$$

Таким образом, в данном сообщении определены значения параметров основных типов законов распределения страховых выплат, позволяющих определить вероятность неразорения страховой компании $P_{нераз}$ и вероятность противоположного события – разорения страховой компании $P_{раз}$.

Авторы посвящают работу светлой памяти Николая Семёновича Пилипенко, которому принадлежит инициатива в постановке этой задачи.

Выводы

1. Показана актуальность поставленной задачи для страхования рисков, связанных с сельскохозяйственной деятельностью.

2. Основные допущения, принятые для решения задачи, следующие: анализируется ситуация, связанная только с ежегодными страховыми выплатами. Количество участников страхового процесса неслучайно и в рассматриваемый период не изменяется. Страховая премия полностью вносится в начале анализируемого периода. По каждому страховому договору известны статистические свойства связанных с ним индивидуальных потерь страховой компании, вызванной выплатами по данному страховому случаю. Из рассмотрения исключаются катастрофы, то есть одновременное наступление страховых случаев по нескольким договорам.

3. Условием успешной деятельности страховой компании принято, что величина активов компании равная сумме страховых премий и собственного капитала должна превосходить сумму страховых выплат на заданном временном промежутке.

4. Вероятность неразорения страховой компании равна вероятности события, состоящего в том, сумма страховых выплат не превысит сумму активов страховой компании.

5. Вероятность разорения страховой компании равна вероятности противоположного события – вероятности неразорения страховой компании.

6. Определение риска разорения страховой компании названо прямой задачей.

7. В работе рассмотрены методы решения поставленной задачи: решение для принципа ожидаемого значения и принципа среднеквадратического отклонения.

8. Принцип ожидаемого значения определяет величину активов страховой компании, необходимую для её успешной деятельности как величину, равную k-кратному превышению среднего значения страховых выплат.

9. Принцип среднеквадратического отклонения определяет величину активов страховой компании, необходимую для её успешной деятельности как величину, равную сумме среднего значения и k-кратной величине среднеквадратического отклонения страховых выплат.

10. Прямой задачей о разорении страховой компании названа задача, решение которой определяет вероятность успешной деятельности страховой компании при известных законах страховых выплат.

11. Обратной задачей о разорении страховой компании названа задача, решение которой определяет величину активов, обеспечивающих заданную вероятность неразорения (разорения) страховой компании.

12. Решение этой задачи рассмотрено для следующих видов закона распределения: нормального, логарифмически нормального, гамма-распределения, распределения Вейбулла, обратного гауссовского распределения и распределения Парето.

13. Полученные результаты позволяют формировать безубыточный бизнес-план деятельности страховой компании при страховании природных и техногенных рисков.

Список литературы

1. Козьменко О.В. Актуарні розрахунки / О.В. Козьменко, О.В. Кузьменко. – Суми: Університетська книга, 2014. – 224 с.
2. Фалин Г.И. Актуарная математика в задачах / Г.И. Фалин, А.И. Фалин. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 192 с.
3. УкрАгроКонсалт. Украина. Пределы роста доли сельского хозяйства в ВВП [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: http://www.ukragroconsult.com/news/ukraina-predely-rosta-doli-selskogo-hozyaistva-v-vvp.
4. Украина с прошлого года потеряла более 5 тыс. га посевов [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: http://www.unn.com.ua/ru/news/1692723-ukraina-z-mynuloho-roku-vtratyla-ponad-5-tys-ha-posiviv.
5. Михайлов М.Г. Аналіз тенденцій оснащення матеріально-технічної бази аграрних підприємств [Текст] / М.Г. Михайлов // Інвестиції: Практика та досвід: Аналіз. Прогнози. Коментар. – 2017. – № 9. – С. 39-44.
6. Симоненко К. Украинские аграрии массово скупают технику [Электронный ресурс] / К. Симоненко. – Режим доступа к ресурсу: https://ubr.ua/market/auto/ukrainskie-ahrarii-massovo-skupajut-tekhniku-3836813.
7. Мерзляк А.В. Державна підтримка розвитку страхування сільськогосподарської продукції в Україні / А.В. Мерзляк, Н.І. Павелко // Держава та регіони. Серія: Державне управління. – 2013. – № 1. – С. 88-94.
8. Страхування спеціальної техніки [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: http://consoris.com.ua/special-equipment/.
9. Ботвиновська О.Л. Аграрне страхування / О.Л. Ботвиновська. – Київ: ЦП "Компринт", 2012. – 106 с.
10. Фисун В.І. Страхування / В.І. Фисун. – Київ: Центр учбової літератури, 2011. – 232 с.
11. Mack T. Schadenversicherungsmathematik. Sonderauflage von Heft 28 der Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik / Thomas Mack. – e.V. Karlsruhe: e.V. Verlag Versicherungswirtschaft, 1997. – 412 p.
12. Голубин А.Ю. Математические модели управления риском в базовых моделях страхования / А.Ю. Голубин. – Москва: "Анкил", 2013. – 284 с.

13. Дубницкий В.Ю. Оценка вероятности превышения случайной величиной своего удвоенного среднего значения / В.Ю. Дубницкий, Н.С. Пилипенко // Обработка информации: сб. научн. тр. – Харків: ХВУ, 1996. – С. 16-21.

14. Вадзинский Р.Н. Справочник по вероятностным распределениям / Р.Н. Вадзинский. – Москва: НАУКА, 2001. – 295 с.

15. Johnson N.L. Continuous univariate distributions / N.L. Johnson, S. Kotz, N. Balakrishnan. – New York: Jonh Wiley &Sons, 2010. – 559 с.

References

1. Kozmenko, O.V. and Kuzmenko, O.V. (2014), "*Aktuarni rozrakhunky*" [*Actuarial calculations*], University book, Sumy, 224 p.

2. Falin, G.I. and Falin, A.I. (2003), "*Aktuarnaya matematika v zadachah*" [*Actuarial mathematics in problems*], FIZMATLIT, Moscow, 192 p.

3. "*Ukraina. Predely rosta doli sel'skogo hozyajstva v VVP*" [*Limits of growth in the share of agriculture in GDP*], available at: www.ukragroconsult.com/news/ukraina-predely-rosta-doli-selskogo-hozyaistva-v-vvp.

4. "*Ukraina s proshlogo goda poteryala bolee 5 tys. ga posevov*" [*Ukraine lost more than 5 thousand hectares of crops since last year*], available at: www.unn.com.ua/ru/news/1692723-ukraina-z-mynuloho-roku-vtratyla-ponad-5-tys-ha-posiviv.

5. Mykhailov, M.H. (2017), "Analiz tendentsii osnashchennia materialno-tekhnichnoi bazy ahrarnykh pidpryiemstv" [Analysis of tendencies of rigging of material and technical base of agrarian enterprises], *Investments: Practice and Experience*, No. 9, pp. 39-44.

6. Simonenko, K. (2017), "*Ukrainskie agrarii massovo skupayut tekhniku*" [*Ukrainian farmers massively buy equipment*], available at: https://ubr.ua/market/auto/ukrainskie-ahrarii-massovo-skupajut-tekhniku-3836813.

7. Merzliak, A.V. and Pavelko, N.I. (2013), "Derzhavna pidtrymka rozvytku strakhuvannia silskohospodarskoi produktsii v Ukraini" [State support for the development of insurance of agricultural products in Ukraine], *State and regions. Series: Public Administration*, No. 1, pp. 88-94.

8. "*Strakhuvannia spetsialnoi tekhniky*" [*Insurance of special equipment*], available at: www.consoris.com.ua/special-equipment/.

9. Botvynovska, O.L. (2012), "*Ahrarne strakhuvannia*" [*Agrarian insurance*], Komprynt, Kyiv, 106 p.

10. Fysun, V.I. (2011), "*Strakhuvannia*" [*Insurance*], Center for Educational Literature, Kyiv, 232 p.

11. Mack, T. (1997), *Schadenversicherungsmathematik. Sonderauflage von Heft 28 der Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik*, e.V. Verlag Versicherungswirtschaft , e.V. Karlsruhe, 412 p.

12. Golubin, A.Yu. (2013), "*Matematicheskie modeli upravleniya riskom v bazovyh modelyah strahovaniya*" [*Mathematical models of risk management in basic insurance models*], Ankil, Moscow, 284 p.

13. Dubnitskiy, V.Yu. and Pylypenko, N.S. (1997), "Otsenka veroiatnosty prevyshenyia sluchainoi velychynoi svoeho udvoennoho sredneho znachenyia" [Estimation of the probability of exceeding the random value of its double mean value], *Information Processing*, pp. 16-21.

14. Vadzinskij, R. (2001), "*Spravochnik po veroyatnostnym raspredeleniyam*" [*Handbook on probabilistic distributions*], NAUKA, Moscow, 295 p.

15. Johnson, N.L., Kotz, S. and Balakrishnan, N. (2010), *Continuous univariate distributions*, Jonh Wiley &Sons, New York, 559 p.

Поступила в редколлегию 3.01.2019
Одобрена к печати 22.01.2019

Відомості про авторів:

Дубницький Валерій Юрійович
кандидат технічних наук старший науковий співробітник
старший науковий співробітник Харківського навчально-наукового інституту Державного вищого навчального закладу "Університет банківської справи",
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0003-1924-4104

Скорікова Ірина Георгіївна
науковий співробітник Державного вищого навчального закладу "Університет банківської справи",
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0001-7114-3330

Фесенко Герман Вікторович
кандидат технічних наук доцент
докторант Національного аерокосмічного університету ім. М.Є. Жуковського "ХАІ",
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0002-4084-2101

Information about authors:

Valeriy Dubnitskiy
Candidate of Technical Sciences Senior Research
Senior Research Associate
of Kharkiv Educational Scientific institute SHEI
"University of Banking" Kharkiv,
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0003-1924-4104

Irina Skorikova
Research Associate
of SHEI "University of Banking" Kharkiv
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0001-7114-3330

Herman Fesenko
Candidate of Technical Sciences Associate Professor
Doctoral Student of National Aerospace University
named after N.E. Zhukovsky "KhAI",
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0002-4084-2101

Черепньов Ігор Аркадійович
кандидат технічних наук доцент
доцент Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. П. Василенка,
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0003-2421-6503

Ihor Cherepnov
Candidate of Technical Sciences Associate Professor
Senior Lecturer of Kharkiv Petro Vasylenko National Technical University of Agriculture
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0003-2421-6503

РОЗВ'ЯЗАННЯ У ПАРАМЕТРИЧНОМУ ВИГЛЯДІ ПРЯМОЇ І ЗВОРОТНОЇ ЗАДАЧІ ПРО РОЗОРЕННЯ СТРАХОВОЇ КОМПАНІЇ ДЛЯ МОДЕЛІ ІНДИВІДУАЛЬНОГО РИЗИКУ

В.Ю. Дубницький, І.Г.Скорікова, Г.В. Фесенко, І.А. Черепньов

Розглянуто пряму і зворотну задачу про нерозорення (розорення) страхової компанії для страхування індивідуальних ризиків природного і техногенного походження. Прямою задачею про розорення страхової компанії названо задачу, розв'язок якої визначає ймовірність успішної діяльності страхової компанії при відомих законах розподілу величини страхових виплат. Зворотною задачею про розорення страхової компанії названо задачу, розв'язок якої визначає величину активів, що забезпечують задану ймовірність нерозорення (розорення) страхової компанії. Розв'язок цієї задачі розглянуто для наступних видів законів розподілу: нормального, логарифмічно нормального, гамма-розподілу, розподілу Вейбулла, зворотного гаусівського розподілу і розподілу Парето.

Ключові слова: *задача про розорення страхової компанії, принцип математичного сподівання, принцип середньоквадратичне відхилення, нормальний розподіл, логарифмічно нормальний розподіл, гамма-розподіл, розподілу Вейбулла, зворотній гаусівський розподіл, розподіл Парето.*

THE PARAMETRIC TYPE DECISION OF THE DIRECT AND INVERSE PROBLEMS OF BANKRUPTCY OF THE INSURANCE COMPANY FOR THE INDIVIDUAL RISK MODEL

V. Dubnytskyi, I. Skorikova, H. Fesenko, I. Cherepnov

The relevance of the task for insurance of risks associated with agricultural activities is shown. The main assumptions when solving the problem are as follows: the analyzed situation is related only to annual insurance payments. The number of participants in the insurance process is not accidental and is not changed during the period under review. Insurance premium is paid in full at the beginning of the analyzed period. For each insurance contract, the statistical properties of the individual losses of the insurance company as a result of payments under this insurance event are known. Disasters, that are similar to simultaneous occurrence of insurance cases under several contracts, are excluded from consideration. The condition for the successful operation of the insurance company is that the amount of the company's assets is equal to the amount of insurance premiums and equity should exceed the amount of insurance payments at a given time interval. The probability of non-bankruptcy of the insurance company is equal to the probability of the event that the amount of insurance payments don not exceed the sum of the assets of the insurance company. The probability of bankruptcy of the insurance company is equal to the probability of the opposite event - the probability of non-bankruptcy of the insurance company. Evaluating the risk of bankruptcy of an insurance company is called a direct problem, evaluating the risk of non-bankruptcy of an insurance company is called the direct problem for insurance of risks. The decision for both a principle of expected value and a principle of standard deviation are chosen as methods for solving the formulated problems. The principle of the expected value is the amount of assets of the insurance company necessary for its successful operation and equal to a multiple of the average value of insurance payments. The standard deviation principle is the value of the assets of the insurance company necessary for its successful operation and equal to the sum of the average value and a multiple of the standard deviation of insurance payments. The direct problem of bankruptcy of an insurance company is a problem whose solution determines the probability of successful activity of an insurance company under certain laws of distribution for the amount of insurance payments. The reverse problem of bankruptcy of an insurance company is the problem whose solution determines the amount of assets that provide the given probability of non-bankruptcy (bankruptcy) of the insurance company. The solution of this problem is considered for the following types of distribution laws: normal distribution, log-normal distribution, gamma distribution, Weibull distribution, inverse Gaussian distribution, Pareto distribution.

Keywords: *the problem of bankruptcy of an insurance company, the principle of mathematical expectation, the standard deviation, normal distribution, log-normal distribution, gamma distribution, Weibull distribution, inverse Gaussian distribution, Pareto distribution*.