УДК 519.2:336 DOI: 10.30748/soi.2019.157.03

С.В. Гадецька, В.Ю. Дубницький, В.О. Лукін, О.І. Ходирєв

Харківський навчально-науковий інститут ДВНЗ Університету банківської справи, Харків

ВИКОРИСТАННЯ ЗАКОНУ БЕНФОРДА (ЗАКОНУ ПЕРШОЇ ЦИФРИ, ЗАКОНУ АНОМАЛЬНИХ ВІДХИЛЕНЬ) ПІД ЧАС ПРОВЕДЕННЯ ФІНАНСОВОГО АУДИТУ

В роботі розглянуто особливості використання в аудиторській практиці закону Бенфорда. В роботі виконано: статистичну перевірку моделі появи послідовностей, які відповідають закону Бенфорда; порівняння пар гістограм, утворених даними різних модельних спостережень; статистичну перевірку відповідності закону Бенфорда даним реальної фінансової документації. Для перевірки відповідності отриманих даних закону Бенфорда використано класичний критерій χ^2 та інформаційна міра розходження. Для порівнянні пар гістограм використовували також інформаційну міру розходження. Показано, що існуючі на даний час моделі, засновані на логарифмічному перетворенні рівномірно розподілених на відрізку [0,1] випадкових чисел, дійсно призводять до появи послідовностей, які відповідають закону Бенфорда. Показано, що на результат моделювання обсяг вибірки, починаючи із 100 спостережень, не впливає. В процесі чисельного моделювання зафіксовані випадки, коли розподіл перших цифр на парах гістограм не співпадає із законом Бенфорда, хоча гістограми модельних даних співпадають між собою, незважаючи на те, що моделі їх отримання істотно розрізнялись між собою. Для статистичної перевірки відповідності закону Бенфорда даним реальної фінансової документації були використані дані статей балансів одного з найбільших підприємств України за три часових періоди. У процесі підготовки даних для коректності порівнянь розроблено методику їх підготовки з урахуванням діючих правил складання фінансової звітності. За результатами аналізу встановлено, що з трьох реальних балансів тільки в одному з них розподіл першої цифри відповідає закону Бенфорда. Зроблено висновок про те, що можливість застосування закону Бенфорда для фінансового аудиту може бути встановлена тільки при подальших дослідженнях за спеціальною програмою.

Ключові слова: *закон Бенфорда, фінансовий аудит, пристайність гістограм.*

Вступ

В економічному контролі виділяють такі основні напрямки його здійснення: податковий контроль, бюджетний та незалежний контроль. Перші два види здійснюють державні контрольні органи, а незалежний – незалежні аудиторські компанії. Вважається, що змістом економічного контролю є система конкретних заходів, спрямованих на раціональне та ефективне господарювання підприємств усіх форм власності. Податковий контроль охоплює також і діяльність фізичних осіб щодо сплати ними податку з доходів фізичної особи та деяких інших податків і зборів. Різні види економічного контролю мають різні цілі. Мета податкового контролю – дотримання об'єктами оподаткування податкового законодавства та встановлення правильності нарахування, повноти і своєчасності сплати податків і зборів. Мета бюджетного контролю – встановлення законності та ефективності використання бюджетних коштів всіма учасниками бюджетного процесу. Мета незалежного аудиту – перевірка даних бухгалтерського обліку і показників фінансової звітності, встановлення їх достовірності та відповідності нормам законодавства і вимогам користувачів.

Всі порушення, які виявляють контролери при проведенні економічного контролю, можна поділити на дві групи: навмисні та ненавмисні. Ненавмисні порушення – це в основному помилки, які скоюють бухгалтери при виконанні своїх розрахунків. Вони мають різну природу (наприклад, низька кваліфікація, неуважність тощо), проте зустрічаються вони досить рідко, як правило, не носять системного характеру і не маскуються. Навмисні порушення здійснюють з метою заволодіння чужим майном або придбання права на таке майно шляхом обману. Вони містять у собі прямий умисел на заподіяння саме шахрайства, а також мають корисливі мотиви вчинення. На рівні окремого підприємства шахрайство може бути здійснено при проведенні обліку та складанні фінансової або податкової звітності з метою зменшення податкового навантаження або обману інвесторів щодо реального фінансового стану підприємства. Крім того, метою шахрайства може бути одержання субсидій, субвенцій, дотацій, кредитів чи пільг щодо податків і зборів як юридичними, так і фізичними особами. Саме тому будь-яке шахрайство ретельно маскується, а його виявлення потребує використання всіх можливих методів контролю.

При здійсненні економічного контролю контролери, будь то державних контрольних органів або незалежні аудитори, використовують дві групи методів: методи документального контролю та методи фактичного контролю. Окремою групою серед методів документального контролю є розрахунково-аналітичні методи, серед яких в останній час отримав поширення та інколи використовується в аудиторській та взагалі у контрольній практиці аналіз фінансових звітів за допомогою закону Бенфорда. Цей закон стверджує, що розподіл цифр у числах може бути не випадковим, а відповідати певній закономірності. Саме цю закономірність можна використовувати в контрольній практиці. Закон Бенфорда – це емпіричний закон. Його використання дозволяє перевіряти фінансові звіти на можливу фальсифікацію. Він не дає змогу зробити однозначний висновок щодо наявності порушень у звітності, проте вказує на можливість наявності таких порушень. У вітчизняній науковій літературі, на думку авторів даної роботи, його статистична перевірка та особливості застосування в аудиторський практиці вивчені ще недостатньо.

Аналіз літератури. В п'єсі одного з реформаторів сучасного театру, всесвітньовідомого драматурга і режисера Бертольда Брехта "Кар'єра Артуро Уі, якої могло і не бути" [1, С. 193-314] є такі слова: "А вы учитесь не смотреть, но видеть". Історія відкриття явища, яке отримало назву закону Бенфорда, може бути ілюстрацією цієї фрази. В рамках даного повідомлення будемо розрізняти цифру і число. Цифру будемо позначати символом <>. Наприклад, цифру "одиниця" будемо позначати як <1>, числа будемо записувати в загальноприйнятій нотації. Як зазначено в роботі [2], довільне додатне число

$$a = [a_m]10^v + [a_{m-1}]10^{m-1} + \ldots + \\ +[a_{m-n+1}]10^{m-n+1} + \ldots . \tag{1}$$

В умові (1) прийнято, що $[a_i]$ – цифри числа a, $[a_i]$=[0,1, …9], $[a_m] \neq 0$, число m будемо називати старшим десятковим розрядом числа a.

Американський астроном С. Ньюкомб в 1881 році звернув увагу на те, що сторінки логарифмічних таблиць найбільш поторсані там, де містяться логарифми чисел, що починаються з <1>. Сторінки з логарифмами чисел, що починаються з <9> – зовсім як новенькі. Звідси він зробив висновок про те, що в різних обчисленнях і вимірюваннях найчастіше зустрічають числа, які починаються на 1. Числа, що починаються з цифр <2>, <3> і так далі, зустрічаються все рідше. Зовсім рідко зустрічаються числа, які починаються з цифри <9>. Він перевірив існування цього явища на даних, що мали різну фізичну природу і надрукував у роботі [3] повідомлення про це спостереження. Його робота лишалася невідомою до 1938 року. У цьому році вийшла робота [4], в якій Ф. Бенфорд (F. Benford), посилаючись на повідомлення С. Ньюкомба, встановив емпіричну залежність ймовірності ($P<a>$) появи у старшому розряді числа a однієї з цифр [a_i] =[1, 2,…9]:

$$P(\langle a\rangle) = \lg\left(1+\frac{1}{a}\right). \tag{2}$$

Авторська назва, яку отримав вираз (1), саме і була "закон аномальних чисел". Обов'язково слід звернути увагу на те, що цифра <0> у переліку відсутня тому, що завжди, використовуючи відповідний масштаб, можна для реальних фізичних даних зробити так, щоб ця умова виконувалась.

Приклад 1. Ймовірність появи у старшому розряді цифри <3> дорівнює величині:

$$P(\langle 3\rangle) = \lg\left(1+\frac{1}{3}\right) = 0{,}1249 .$$

Ймовірність появи цифри $\langle a\rangle$ у старшому розряді числа a наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Ймовірність появи цифри $\langle a\rangle$ у старшому розряді числа

Цифра	Ймовірність	Цифра	Ймовірність	Цифра	Ймовірність
1	0,3010	4	0,0969	7	0,058
2	0,1761	5	0,0792	8	0,051
3	0,1249	6	0,0669	9	0,0456

М. Нигрині в роботах [5–7] запропонував використовувати закон Бенфорда, а саме таку назву він дав залежності (1), для контролю достовірності фінансових даних. З цих робіт розпочалося активне використання закону Бенфорда у самих різних областях прикладних наук, навіть у лінгвістиці [8] та літературознавстві [9]. На даний час вже існує велика кількість, в основному англомовних, робіт, в яких розглянуто питання, пов'язані з використанням закону Бенфорда у різноманітних галузях науки та практики. У даному повідомленні до огляду включено роботи які, на погляд його авторів, мають принциповий характер або містять велику кількість літературних посилань на інші роботи, пов'язані з використанням закону Бенфорда. Літературу, в якій розглянуто відомості про закон Бенфорда, автори даного повідомлення поділили на три блоки:

– роботи, в яких запропоновано математичні моделі, що призводять до появи закону Бенфорда;

– роботи, в яких запропоновано методи перевірки статистичних особливостей закону Бенфорда;

– роботи, в яких запропоновано методи використання закону Бенфорда у фінансовому аудиті.

Розглянемо роботи, в яких запропоновано математичні моделі, які призводять до появи закону Бенфорда. В 1998 р. у науково-популярному журналі “Квант” з’явилася робота [10]. В цій роботі її автор повідомив про деякі емпіричні факти, підтверджені комп’ютерним моделюванням, які не отримали належного доказу. Виявилось, що для послідовності перших цифр геометричної прогресії, в якій:

$$a_n = a_1 q^{n-1}\,; \qquad (3)$$

за умови, що $q \neq 10$, $q \neq \sqrt{10}$, $q \neq 10^{p/q}$, де p та q – цілі числа, доля цифри <1> у старшому розряді складає приблизно 0,3 від кількості членів цієї послідовності. Фрагмент такої послідовності показано в табл. 2.

У цій же роботі було наведено відомості про розподіл перших цифр у даних про населення країн світу станом на 1995 р. Ці дані наведено в табл. 3.

Таблиця 2

Перші цифри членів прогресії $a_n = a_1 q^{n-1}$

n	1	2	3	4	5	6
a_n	1	2	4	8	16	32
Перша цифра	1	2	4	8	1	3

Таблиця 3

Розподіл перших цифр у даних про населення країн світу станом на 1995 р

Цифра	Частота	Цифра	Частота	Цифра	Частота
1	0,29	4	0,11	7	0,08
2	0,21	5	0,06	8	0,03
3	0,10	6	0,06	9	0,06

Порівнюючи ці дані з даними з табл. 1 можна зробити висновок про те, що різниця між ними знаходиться в межах статистичної похибки, але в роботі [10] та, тим більше, в роботі [11] відсутні відомості про методи визначення цієї похибки. Приклади справедливості закону Бенфорда для даних різноманітної природи наведено в роботі [12], яка має характерну назву: “Феномен першої цифри”.

У роботах [10–11] запропоновано геометричні моделі, реалізація яких призводить до появи розподілу Бенфорда. Основою цих моделей є деякі факти з теорії чисел. В роботі [13] доведена наступна теорема: послідовність додатних чисел A_k, $k = 1, 2, ...$ розподілена за законом Бенфорда тоді і тільки тоді, коли послідовність $a_k = \{\log_q A_k\}, k = 1, 2, ...$ рівномірно розподілена на відрізку [0,1]. В умовах цієї теореми прийнято, що будь-яке додатне число *x* можна представити у такому вигляді:

$$x = [x] + \{x\}\,; \qquad (4)$$

де $[x]$ та $\{x\}$ – ціла та дробова частини числа *x*. Використання цієї теореми дає можливість генерувати послідовність псевдовипадкових чисел, розподілених за законом Бенфорда. Також ця теорема дає можливість перевіряти якість засобів генерування рівномірно розподілених на відрізку [0,1] випадкових чисел. У роботі [14] отримано функціональне рівняння, розв’язком якого є послідовність, яка задовольняє закону Бенфорда. В цій же роботі показано, що для будь-якого блоку цифр $\langle\langle a_1\rangle, \langle a_2\rangle, ...\langle a_r\rangle\rangle$ ймовірність його появи, якщо виконується закон Бенфорда, може бути визначена таким чином:

$$P\langle\langle a_1\rangle, \langle a_2\rangle, ...\langle a_r\rangle\rangle = \lg\left(1 + \frac{1}{a_1 a_2 ... a_r}\right); \qquad (5)$$

де $a_1 a_2 ... a_r$ – відповідне *r*-розрядне число. Використовуючи цей результат, у роботі [15] визначена щільність розподілу цифр у другому розряді:

$$P\langle\langle d_1\rangle, \langle d_2\rangle\rangle = \sum_{d_1}^{9} \lg\left(1 + \frac{1}{d_1 d_2}\right);$$

$$d_1 = 1, 2, ...9\,;\ d_2 = 0, 1, 2, ...9\,; \qquad (6)$$

за умови, що:

$$d_1 d_2 = 10 d_1 + d_2\,. \qquad (7)$$

Приклад 2. Ймовірність появи у старшому розряді цифри <3> дорівнює величині:

$$P\langle\langle d_1\rangle, \langle 3\rangle\rangle = \lg\left(1 + \frac{1}{13}\right) + \lg\left(1 + \frac{1}{23}\right) + $$

$$+ \lg\left(1 + \frac{1}{23}\right) + ... + \lg\left(1 + \frac{1}{23}\right) = 0{,}10433.$$

Ймовірність появи комбінації:

$$P\left(\langle d_1 d_2\rangle\right) = \lg\left(1 + \frac{1}{10 d_1 + d_2}\right). \qquad (8)$$

Приклад 3. Ймовірність появи у перших двох розрядах комбінації <33> дорівнює величині:

$$P\left(\langle d_1 d_2\rangle\right) = \lg\left(1 + \frac{1}{10 \cdot 3\ \ + 3}\right) = 0.0129.$$

Ймовірність появи у другому розряді цифри $\langle d_1 \rangle$ за умови, що у першому розряді буде цифра $\langle d_2 \rangle$, дорівнює величині:

$$P\left(\langle d_1 \rangle / \langle d_2 \rangle\right) = \frac{\lg\left(1 + \dfrac{1}{10d_1 + d_2}\right)}{\lg\left(1 + \dfrac{1}{d_1}\right)}. \qquad (9)$$

Приклад 4. Ймовірність появи у другому розряді цифри 3 за умови, що у першому розряді також була цифра 3, дорівнює величині:

$$P\left(\langle 3 \rangle / \langle 3 \rangle\right) = \frac{\lg\left(1 + \dfrac{1}{10 \cdot 3 + 3}\right)}{\lg\left(1 + \dfrac{1}{3}\right)} = \frac{0{,}0129}{0{,}1249} = 0{,}1033.$$

Розглянемо роботи, в яких запропоновано методи перевірки статистичних особливостей закону Бенфорда. В україномовному секторі Інтернету необхідно відзначити одну з перших робіт на цю тему – роботу [16]. У цій роботі розглянуто умови коректного використання закону Бенфорда у фінансовому аудиті. Також у роботі наведено приклади застосування закону Бенфорда для виявлення випадків фальшування фінансової документації. Розкрито статистичні методи, які є доречними у процесі прийняття аудиторських рішень за допомогою аналізу на основі закону Бенфорда. В англомовному секторі Інтернету майже вичерпні відомості про статистичні властивості закону Бенфорда наведено в роботах [17–20]. Слід зауважити, що перевірка статистичних гіпотез, сформульованих відносно відповідності даних спостережень закону Бенфорда, проведена з використанням традиційних статистичних методів.

Розглянемо роботи, в яких запропоновано методи використання закону Бенфорда у фінансовому аудиті. На даний час цей закон вбудовано в такі аудиторські програми, як FCL, Active Data, Audit NET, TeamMate Analytics. Їх використовує у своїй практиці така всесвітньо відома агенція, як Ernst & Young. В Україні, згідно з роботами [16; 21–22] вже є успішний досвід використання закону Бенфорда для аналізу форм фінансової звітності. Беручи до уваги, що в Україні використання закону Бенфорда для розв'язання задач аудиту ще не набуло широкого розповсюдження, продовження дослідження його властивостей слід вважати актуальним.

Мета роботи:

– статистична перевірка моделі появи послідовності, яка відповідає закону Бенфорда;

– порівняння пар гістограм, утворених даними різних модельних спостережень;

– статистична перевірка відповідності закону Бенфорда даним реальної фінансової документації.

Результати роботи

Обґрунтування обраної методика обробки отриманих даних. При обробці результатів дослідження необхідно мати на увазі, що елементами вибірок є цифри, тобто об'єкти, які мають якісну ознаку. Результати первинної обробки спостережень представляють у вигляді гістограм, кожна з комірок яких відповідає певній цифрі. В процесі аналізу даних виникла потреба в розв'язанні двох типів задач. Перша задача – порівняння фактично отриманої гістограми з теоретичною, тобто такою, що відповідає закону Бенфорда. Друга задача – порівняння гістограм, які містять емпіричні дані.

Аналіз існуючих методів гістограм, необхідних для розв'язання кожної із задач, зроблено в роботі [23]. Автор передмови до роботи [24] А.М. Колмогоров зауважив, що для розв'язання першої задачі класичний критерій χ^2 та запропонований в цій роботі інформаційний критерій мають майже однакову ефективність. При розв'язані другої та третьої задачі доцільно використовувати інформаційні критерії, наведені в роботі [25].

Розглянемо застосування класичного критерію χ^2 для перевірки гіпотези H_0: гістограма, побудована на основі фактичних даних, співпадає з гістограмою, побудованою згідно з вимогами закону Бенфорда. Протилежне твердження будемо вважати гіпотезою H_1. Припустимо, що для випадкової вибірки об'єму N побудована гістограма з c комірок (цифр), у нашому випадку c=9, в кожну з яких потрапило x_i спостережень. Якщо величина:

$$\chi_f^2 < \sum_{i=1}^{9} \frac{\left(x_i - Np_i\right)^2}{Np_i}; \qquad (10)$$

де p_i – теоретична частота того, що спостереження потрапило в i-ту комірку гістограми, x_i – фактична частота того, що спостереження потрапило в i-ту комірку гістограми, цю частоту обчислюють згідно з законом Бенфорда. Якщо χ_f^2 не перевищує величину $\chi^2(\alpha, c{-}1)$, то гіпотезу H_0 приймають на рівні значущості α з c–1 степенями свободи. В рамках даного повідомлення прийнято, що $\chi^2(\alpha, c{-}1)=\chi^2(0{,}05;8)=15{,}5$.

Розглянемо застосування інформаційного критерію χ^2 для перевірки тієї ж самої гіпотези H_0. Для цього обчислюють величину:

$$\hat{J}\left({}^{*}, 2; O_n\right) = N \sum_{i=1}^{c} \left[\left(\frac{x_i}{N} - p_i\right) \lg \frac{x_i}{Np_i}\right]. \qquad (11)$$

Величина, визначена умовою (11), також розподілена як $\chi^2(\alpha, c{-}1)$. Тобто процедура прийняття рішення співпадає з попередньою.

Для порівняння пар гістограм, утворених даними спостережень над вибірками X та Y, згідно з роботою [24], обчислюємо величину:

$$\chi_f^2 = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{i=1}^{c} \frac{\left(N_2 x_i - N_1 y_i\right)^2}{x_i + y_i}; \qquad (12)$$

де N_1, N_2 – обсяг вибірок X та Y, x_i, y_i – фактичні частоти того, що спостереження відповідних вибірок потрапили в i-ту комірку гістограми. Ця величина також розподілена як $\chi^2(\alpha, c{-}1)$.

Статистична перевірка моделі появи послідовності, яка відповідає закону Бенфорда. Відповідно до роботи [13] було сформовано масиви $M1 \ldots M10$ рівномірно розподілених на відрізку [0,1] квазівипадкових чисел. Кількість чисел у кожному з масивів наведена в табл. 4. Дані, необхідні для подальшого аналізу, отримаємо за допомогою перетворення:

$$A_k = \left[10^{a_k}\right],\ a_k \in M_q,\ q = 1, 2, \ldots 10. \qquad (13)$$

Приклад 5. Припустимо, що a одне з рівномірно розподілених на відрізку [0,1] чисел, $a = 0{,}581439$, виконуючи перетворення (13), отримаємо:

$$a = 0{,}581439 \Rightarrow A = \left[10^{0{,}581439}\right] = \left[3{,}814509\right] = 3.$$

Далі отриманий результат розглядали вже не як число 3, а як цифру <3> і вміщували його до відповідної комірки гістограми.

Відповідність отриманої гістограми закону Бенфорда перевіряли згідно з критеріями (10) та (11), критеріями “ХІКВ” та “ІНФ” відповідно. Кількість степенів свободи у кожному разі дорівнювала величині $c{-}1{=}8$. Критичне значення $\chi^2(0{,}05;8){=}15{,}5$. Результати відповідних обчислень наведено в табл. 4.

Таблиця 4

Результати перевірки гіпотези відповідності закону Бенфорда послідовності перетворених рівномірно розподілених випадкових чисел

Код вибірки	*M*1	*M*2	*M*3	*M*4	*M*5	*M*6	*M*7	*M*8	*M*9	*M*10
Об’єм Вибірки	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Критерій “ІНФ”:	5,6421	9,2904	8,0830	8,0830	9,3753	7,9181	7,0812	5,2389	7,2294	6,6732
Критерій “ХІКВ”:	4,8839	9,9529	9,8807	8,3094	9,7731	7,6548	6,9221	5,3263	7,3226	6,7489

З наведених даних можна зробити висновок, що кожний з критеріїв (10) та (11) підтвердив гіпотезу про справедливість запропонованої в роботі [13] моделі появи закону Бенфорда. Залежність чисельних значень використаних критеріїв від об’єму вибірки показано на рис. 1.

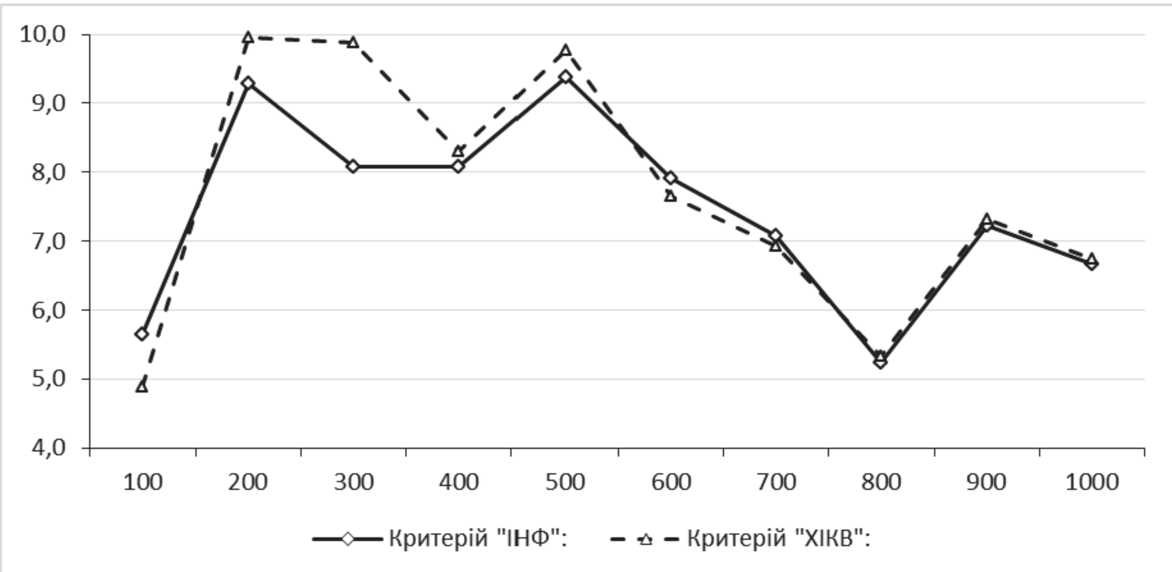

Рис. 1. Залежність чисельних значень класичного та інформаційного критеріїв χ^2 від об’єму вибірки

З наведених даних можна також зробити висновок, що зв’язок між чисельними значеннями класичного та інформаційного критеріїв χ^2 та об’ємом вибірки в рамках даної роботи не встановлено, для порівняння теоретичного та фактичного розподілів обидва критерії у першому наближенні можна вважати рівноцінними. Цей висновок, зроблений за даними чисельного моделювання, співпадає з висновком, отриманим у роботі [24].

Статистичне порівняння пар гістограм, утворених даними різних спостережень. В роботах [4; 11–12; 18] було висловлено припущення про те, що закон Бенфорда виконується для багатьох послідовностей даних різної фізичної природи. Розглянемо протилежний приклад. Для подальшого аналізу було отримано дві послідовності квазівипадкових чисел, кожна з яких нараховувала по 400 даних. Першу послідовність склали рівномірно розподілені числа $U(0,1)$, другу – нормально розподілені числа з параметрами $N(10,2)$. Для кожного числа ξ у цих послідовностях виконували масштабування за правилом $x=10^6\xi$. Таке перетворення необхідно для того, щоб уникнути появи цифри $\langle 0 \rangle$ у першому розряді. Отримані гістограми наведено на рис. 2. Результати аналізу отриманих гістограм наведено в табл. 5.

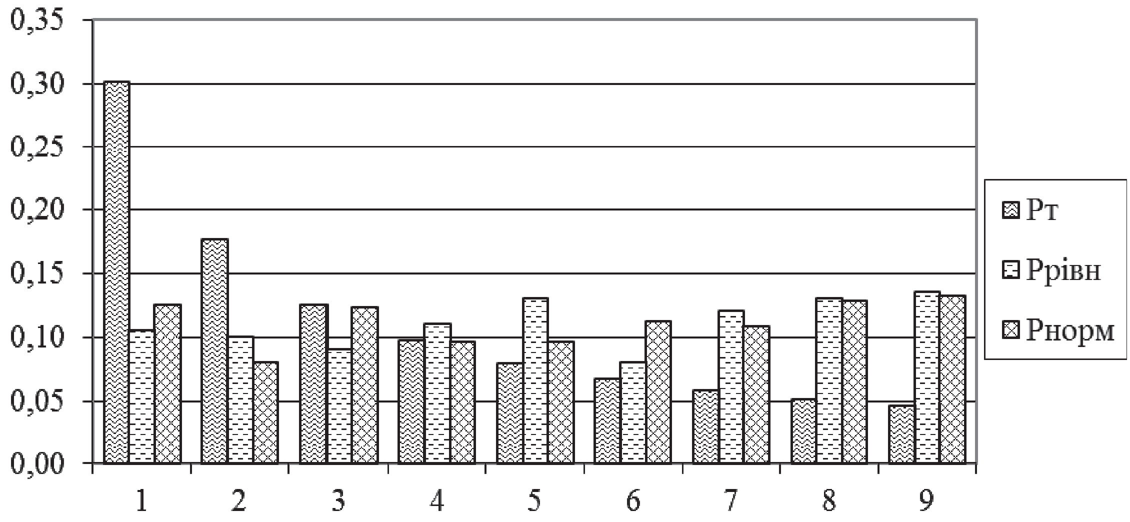

Рис. 2. Гістограми розподілу першої цифри відповідно до закону Бенфорда (Рт), та у вибірках, розподілених відповідно до рівномірного (Ррівн), та нормального закону (Рнорм)

Таблиця 5

Результати перевірки розподілу першої цифри відповідно до закону Бенфорда (Рт), та у вибірках, розподілених відповідно до рівномірного (Ррівн), та нормального закону (Рнорм)

Чисельне значення критерію "ІНФ"	Пари розподілів		
	Рт – Ррівн	Рт – Рнорм	Рравн – Рнорм
	19, 6011	17,4273	6,5846

Для порівняння пар гістограм використовували критерій (12). Отриманий результат досить дивний – незважаючи на те, що розподіл перших цифр на гістограмах не співпадає з законом Бенфорда, гістограми модельних даних співпадають між собою, незважаючи на те, що моделі їх отримання істотно розрізнялись між собою. Детальний аналіз цього результату повинен стати темою подальших досліджень.

Статистична перевірка відповідності закону Бенфорда даним реальної фінансової документації. Для проведення цього етапу роботи були використані дані статей балансів одного з найбільших підприємств України за три часових періоди (Баланс I, Баланс II, Баланс III). При цьому проміжні дані, які не використовуються для розрахунку показника "усього за балансом" (валюти балансу), а надаються в балансі "для відома", в розрахунок не включалися. Наприклад, в балансі основні засоби відображено трьома позиціями: в оцінці за первинною вартістю, сумі нарахованого зносу та в оцінці за остаточною вартістю, а в розрахунок валюти балансу враховується лише сума в оцінці за остаточною вартістю, яку включено в розрахунок валюти балансу.

Також не включено в розрахунок сум "усього за розділом", щоб не було подвійного рахунку. Гістограми фактичного розподілу першої цифри у порівнянні з розподілом Бенфорда показано на рис. 3–5.

Результати аналізу гістограм розподілу першої цифри з використанням критерію (11) наведено в табл. 6.

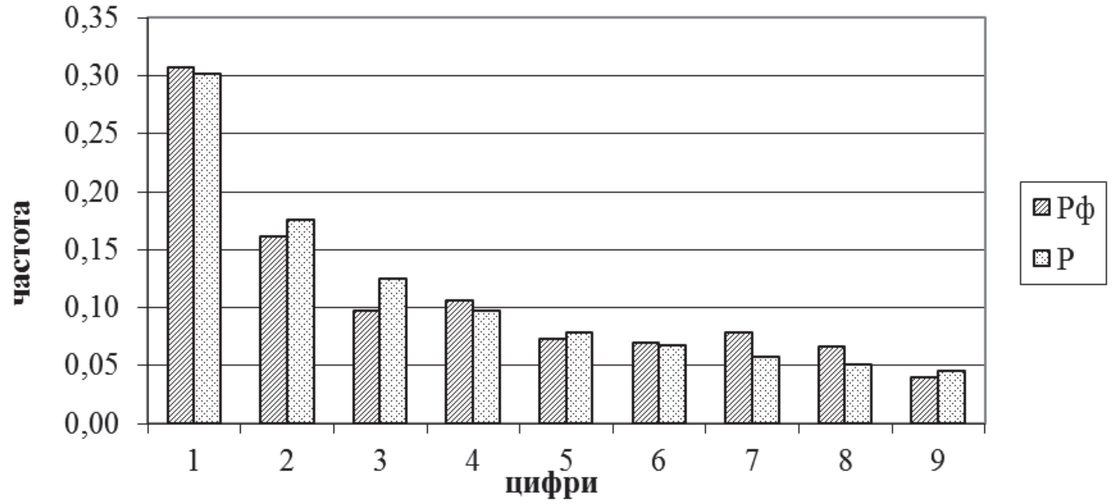

Рис. 3. Гістограма розподілу першої цифри відповідно до закону Бенфорда (Р), та у Балансі І, (Рф)

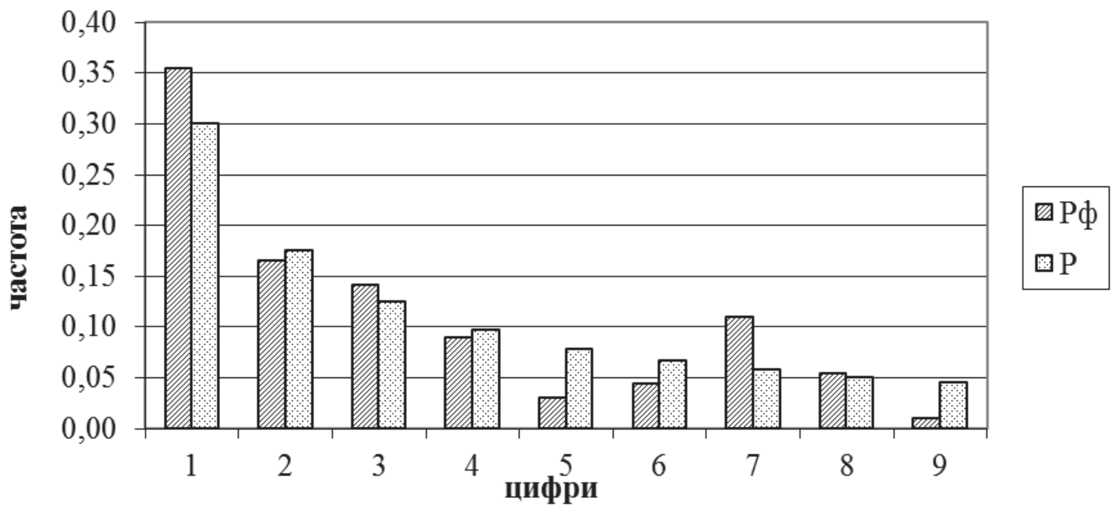

Рис. 4. Гістограма розподілу першої цифри відповідно до закону Бенфорда (Р), та у Балансі ІІ, (Рф)

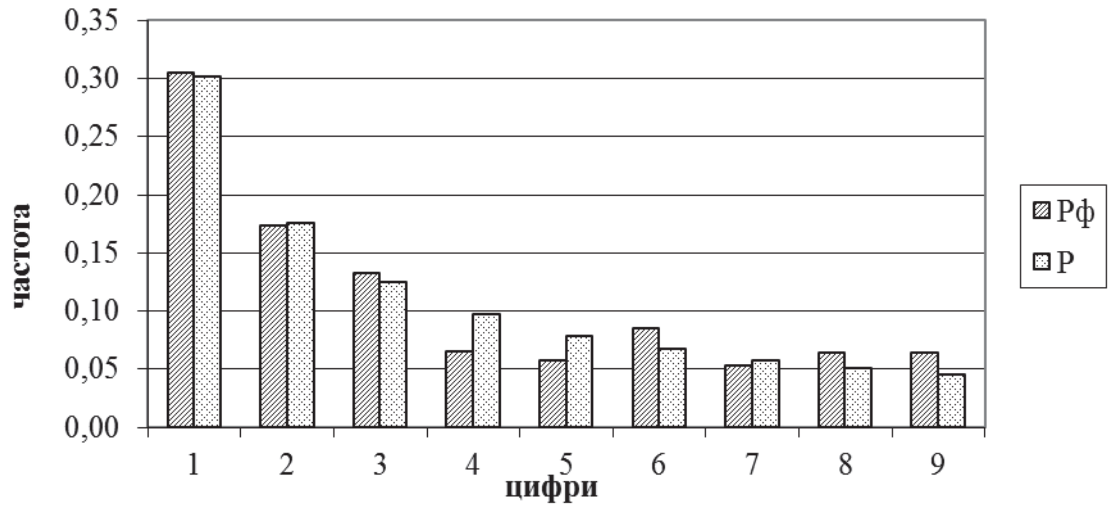

Рис. 5. Гістограма розподілу першої цифри відповідно до закону Бенфорда (Р), та у Балансі ІІІ, (Рф)

Таблиця 6

Результати аналізу гістограм розподілу першої цифри в реальних балансах на відповідність закону Бенфорда

Чисельне значення критерію "ІНФ"	Об'єкт дослідження		
	Баланс I	Баланс II	Баланс III
	7,125	29,205	19,057

Тобто, з трьох реальних балансів тільки в одному розподіл першої цифри відповідає закону Бенфорда. Для попарного порівняння гістограм розподілу першої цифри в реальних балансах використовували критерій (13). Результати цього порівнянне наведено в табл. 7.

Таблиця 7

Попарне порівняння гістограм розподілу першої цифри в реальних балансах

Чисельне значення критерію "ІНФ"	Пари розподілів		
	Б I – Б II	Б I – Б III	Б II – Б III
	13,045	8,731	11,624

Б I – Баланс I, Б II – Баланс II, Б III – Баланс III

Таким чином, можна вважати, що у статистичному сенсі ці гістограми попарно співпадають, але закону Бенфорда відповідає тільки одна.

Слід мати на увазі, що якщо при розгляді фінансової звітності Закон Бенфорда не знаходить підтвердження, це не означає, що данні невірні і має місце факт шахрайства. Закон Бенфорда – це статистичний закон, він діє лише як тенденція. Є ще одна причина, чому не можна гарантувати стовідсоткове виявлення порушень за допомогою Закону Бенфорда. Якщо маніпулювання фінансовою звітністю виконується за участю спеціаліста, який ознайомлений з методикою використання Закону Бенфорда, то скоріше за все він зможе замаскувати свої маніпуляції.

Висновки

1. В роботі розглянуто особливості використання в аудиторський практиці закону Бенфорда.

2. В роботі виконано: статистичну перевірку моделі появи послідовностей, які відповідають закону Бенфорда; порівняння пар гістограм, утворених даними різних модельних спостережень; статистичну перевірку відповідності закону Бенфорда даним реальної фінансової документації.

3. Для перевірки відповідності отриманих даних закону Бенфорда використано класичний критерій χ^2 та інформаційна міра розходження.

4. Для порівняння пар гістограм використовували також інформаційну міру розходження.

5. Показано, що існуючі на даний час моделі, засновані на логарифмічному перетворенні рівномірно розподілених на відрізку [0,1] випадкових чисел, дійсно призводять до появи послідовностей, які відповідають закону Бенфорда.

6. Показано, що на результат моделювання обсяг вибірки, починаючи із 100 спостережень, не впливає.

7. В процесі чисельного моделювання зафіксовано випадки, коли розподіл перших цифр на парах гістограм не співпадає з законом Бенфорда, хоча гістограми модельних даних співпадають між собою, незважаючи на те, що моделі їх отримання істотно розрізнялись між собою.

8. Для статистичної перевірки відповідності закону Бенфорда даним реальної фінансової документації були використані дані статей балансів одного з найбільших підприємств України за три часових періоди. В процесі підготовки даних для коректності порівнянь використана методика їх підготовки з урахуванням особливостей діючих правил складання фінансової звітності.

9. За результатами аналізу встановлено, що з трьох реальних балансів тільки в одному з них розподіл першої цифри відповідає закону Бенфорда.

10. Універсальність застосування закону Бенфорда для фінансового аудиту може бути встановлена тільки при подальших дослідженнях за спеціальною програмою.

Список літератури

1. Брехт Б. Трёхгрошовая опера и другие пьесы / Б. Брехт. – Санкт- Петербург: Азбука, 1998. – 328 с.

2. Демидович Б.П. Основы вычислительной математики / Б.П. Демидович, И.А. Марон. – Москва: Наука, 1966. – 664 с.

3. Necomb S. Note on the frequency of use of different digits in natural number / S. Necomb // American Journal of Mathematics, 1881. – Vol. 4. – P. 39-40.

4. Benford F. The law of anomalous numbers / F. Benford // Proceedings of American Philosophical Society. – 1938. – Vol. 78, No. 4. – P. 551-572.

5. Nigrini M.J. The peculiar patterns of first digits / M.J. Nigrini // IEE Potentials. – 1999. – Vol. 18. – P. 24-27.

6. Nigrini M.J. I've Got Your Number / M.J. Nigrini // Journal of Accountancy. –1999. – May. – P. 79-83.

7. Nigrini M.J. Forensic Analytics, Methods and Techniques for Forensic Accounting Investigations. – Wiley, Hoboken, NJ, 2002. – 480 p.

8. Климов Ю.Н. Квантитативная лексикология, корпусная лингвистика и количественная информатика: монография / Ю.Н. Климов. – Москва.: ОчУ ВО "ММА", 2016. – 340 с.

9. Зенков А.В. Отклонения от закона Бенфорда и распознавание авторских особенностей в текстах / А.В. Зенков // Компьютерные исследования и моделирование. – 2015. – Т. 7, вып. 1. – С. 197-201.

10. Арнольд В. Статистика первых цифр степеней двойки и передел мира / В. Арнольд // Квант. – 1998. – № 1. – С. 2-4.

11. Арнольд В.И. "Жесткие" и "мягкие" математические модели / И.В. Арнольд. – Москва: МЦНМО, 2004. – 32 с.

12. Hill T.P. The First Digit Phenomen / T.P. Hill //American Scientist. – 1998. – Vol.86. – July – August. – P. 358-363.

13. Павлов А.И. О распределении дробных долей и законе Бенфорда / А.И. Павлов // Известия АН СССР. Сер. Матем. – 1981. – Т.45, вып 4. – С. 760-774.

14. Балаж В. Закон Бенфорда и функции распределения на (0,1) / В Балаж, К. Нагасака, О. Штраух // Математические заметки. – 2010. – Т.88, вып. 4. – С. 485-501.

15. Алексеев М.А. Применимость закона Бенфорда для определения достоверности финансовой отчётности / А.М. Алексеев // Вестник Новосибирского госуд. ун-та экономики и управления. – 2016. – № 4. – С. 114-128.

16. Івахненков С.В. Закон Бенфорда в аудиті фінансової звітності [Електронний ресурс] / С.В. Івахненков, В.В. Івахненкова. – Режим доступу: https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/pmovc/pmovc/paper/viewFile/5579/4733. – Дата звернення 07.03.2019. – Загол. з екрану.

17. Kellerman L. Evaluating the effectiveness of Benford's Law as an invtstigative tool for forensic accountants / L. Kellerman. – Northwest University, 2014. – 129 p.

18. Adrien Jamain. Benford's Law / Adrien Jamain. – Imperial College of London, Department of Mathematics, 2014. – 69 p.

19. A Guide to Benford's Law. – CaseWareIDEA Inc., Toronto, 2007. – 31 p.

20. Yang Lu. Benford's Law AND Fraud Detection / Yang Lu. – Williams College, Massachusetts, 2014. – 145 p.

21. Івахненков С.В. Інформаційні технології аудиту та внутрішньогосподарського контролю в контексті світової інтеграції / С.В. Івахненков. – Житомир: ПП "Рута", 2010. – 432 с.

22. Бєлова І.В. Методичні засади оптимізації процесу збору даних про операційні втрати банку / І.В. Бєлова, Н.М. Нілова // Вісник Хмельницького національного університету. – 2016. – Т. 1, № 2. – С. 135-141.

23. Битюков С.И. Сравнение гистограмм в физических исследованиях / С.И. Битюков, А.В. Максимушкина, В.В. Смирнова // Изв.вузов. Ядерная энергетика. – 2016. – № 1. – С. 81-88.

24. Кульбак С. Теория информации и статистика / С. Кульбак. – Москва: Наука, 1967. – 408 с.

25. Колмогоров А.Н. Предисловие редактора перевода / А.Н. Колмогоров // Кульбак С. Теория информации и статистика / С. Кульбак. – Москва: Наука, 1967. – 408 с.

References

1. Brekht, B. (1998), "*Trokhgroshovaya opera i drugiye p'yesy*" [*Threepenny opera and other plays*], Azbuka, St. Petersburg, 328 p.

2. Demidovich, B.P. and Maron, I.A. (1996), "*Osnovy vychislitel'noy matematiki*" [*Fundamentals of Computational Mathematics*], Science, Moscow, 664 p.

3. Necomb, S. (1881), Note on the frequency of use of different digits in natural number, *American Journal of Mathematics*, Vol. 4, pp. 39-40.

4. Benford, F. (1938), The law of anomalous numbers, *Proceedings of American Philosophical Society*, Vol. 78, No. 4, pp. 551-572.

5. Nigrini, M.J. (1999), The peculiar patterns of first digits, *IEE Potentials*, No. 18, pp. 24-27.

6. Nigrini, M.J. (1999), I've Got Your Number, *Journal of Accountancy*, May, pp. 79-83.

7. Nigrini, M.J. (2002), *Forensic Analytics, Methods and Techniques for Forensic Accounting Investigations*, Wiley, Hoboken, NJ, 480 p.

8. Klimov, Yu.N. (2016), "*Kvantitativnaya leksikologiya, korpusnaya lingvistika i kolichestvennaya informatika: monografiya*" [*Quantitative lexicology, corpus linguistics and quantitative informatics: monograph*], OchU VO MMA, Moscow, 340 p.

9. Zenkov, A.V. (2015), "Otkloneniya ot zakona Benforda i raspoznavaniye avtorskikh osobennostey v tekstakh" [Deviations from Benford's Law and Recognition of Author's Features in Texts], *Computer research and modeling*, Vol. 7, No. 1, pp. 197-201.

10. Arnol'd, V. (1998), "Statistika pervykh tsifr stepeney dvoyki i peredel mira" [Statistics of the first degrees of powers of two and repartition of the world], *Quant*, No. 1, pp. 2-4.

11. Arnol'd, V.I. (2004), "*Zhestkiye i myagkiye matematicheskiye modeli*" [*Hard and soft mathematical models*], ICNMO, Moscow, 32 p.

12. Hill, T.P. (1998), The First Digit Phenomen, *American Scientist*, Vol. 86, July-August, pp. 358-363.

13. Pavlov, A.I. (1981), "O raspredelenii drobnykh doley i zakone Benforda" [On the distribution of fractional shares and the law of Benford], *News of the Academy of Sciences of the USSR, Ser. Mat.*, Vol. 45, No. 4, pp. 760-774.

14. Balazh, V., Nagasaka, K. and Strauch, O. (2010), "Zakon Benforda i funktsii raspredeleniya na (0,1)" [Benford's law and distribution functions on (0,1)], *Mathematical Notes*, Vol. 88, No. 4, pp. 485-501.

15. Alekseyev, M.A. (2016), "Primenimost' zakona Benforda dlya opredeleniya dostovernosti finansovoy otchotnosti" [The applicability of Benford's law to determine the reliability of financial statements], *Bulletin of the Novosibirsk State. Un. economics and management*, No. 4, pp. 114-128.

16. Ivakhnenkov, S.V. and Ivakhnenkova, V.V. "*Zakon Benforda v audyti finansovoyi zvitnosti*" [*Benford Law on Financial Reporting Audit*], available at: https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/pmovc/pmovc/paper/viewFile/5579/4733, (accessed 07.03.2019).

17. Kellerman, L. (2014), *Evaluating the effectiveness of Benford's Law as an invtstigative tool for forensic accountants*, Northwest University, 129 p.

18. Adrien, Jamain (2014), *Benford's Law*, Imperial College of London, Department of Mathematics, 69 p.

19. CaseWare IDEA Inc. (2007), *A Guide to Benford's Law*, Toronto, 31 p.

20. Yang, Lu (2014), *Benford's Law AND Fraud Detection,* Williams College, Massaschuesetts, 145p.

21. Ivakhnenkov, S.V. (2010), "*Informatsiyni tekhnolohiyi audytu ta vnutrishn'ohospodars'koho kontrolyu v konteksti svitovoyi intehratsiyi*" [*Information technologies of audit and internal control in the context of world integration*], PE "Ruta", Zhytomyr, 432 p.

22. Byelova, I.V. and Nilova, N.M. (2016), "Metodychni zasady optymizatsiyi protsesu zboru danykh pro operatsiyni vtraty banku" [Methodical principles of optimizing the process of data collection on operational losses of the bank], *Bulletin of Khmelnytsky National University*, Vol. 1, No. 2, pp. 135-141.

23. Bityukov, S.I., Maksimushkina, A.V. and Smirnova, V.V. (2016), "Sravneniye gistogramm v fizicheskikh issledovaniyakh" [Comparison of histograms in physical research], *Izv.vuzov. Nuclear energy*, No. 1, pp. 81-88.

24. Kul'bak, S. (1967), "*Teoriya informatsii i statistika*" [*Information Theory and Statistics*], Science, Moscow, 408 p.

25. Kolmogorov, A.N. (1967), "*Predisloviye redaktora perevoda k knige: Kul'bak S. Teoriya informatsii i statistika*" [*Preface of the translation editor to the book: Kulbak S. Information Theory and Statistics*], Science, Moscow, pp. 2-3.

Надійшла до редколегії 30.04.2019
Схвалена до друку 21.05.2019

Відомості про авторів:

Гадецька Світлана Вікторівна
кандидат фізико-математичних наук доцент
завідувач кафедри Харківського навчально-наукового інституту Державного вищого навчального закладу "Університет банківської справи",
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0002-9125-2363

Дубницький Валерій Юрійович
кандидат технічних наук старший науковий співробітник
старший науковий співробітник Харківського навчально-наукового інституту Державного вищого навчального закладу "Університет банківської справи",
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0003-1924-4104

Лукін Володимир Олександрович
кандидат економічних наук доцент
доцент кафедри Харківського навчально-наукового інституту Державного вищого навчального закладу "Університет банківської справи",
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0002-4132-8999

Ходирєв Олександр Іванович
старший викладач кафедри Харківського навчально-наукового інституту Державного вищого навчального закладу "Університет банківської справи",
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0001-9871-9440

Information about authors:

Svitlana Gadetska
PhD in Physics and Mathematics Associate Professor
Head of Department of Kharkiv Educational Scientific Institute SHEI "University of Banking" Kharkiv,
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0002-9125-2363

Valeriy Dubnitskiy
Candidate of Technical Sciences Senior Research
Senior Research Associate of Kharkiv Educational Scientific institute SHEI "University of Banking" Kharkiv,
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0003-1924-4104

Vladimir Lukin
PhD in economics Associate Professor
Senior Lecturer of Kharkiv Educational Scientific institute SHEI "University of Banking" Kharkiv,
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0002-4132-8999

Alexander Khodyrev
Senior Instructor of the Department of Kharkiv Educational Scientific institute SHEI "University of Banking" Kharkiv,
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0001-9871-9440

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЗАКОНА БЕНФОРДА (ЗАКОНА ПЕРВОЙ ЦИФРЫ, ЗАКОНА АНОМАЛЬНЫХ ОТКЛОНЕНИЙ) ВО ВРЕМЯ ПРОВЕДЕНИЯ ФИНАНСОВОГО АУДИТА

С.В. Гадецкая, В. Ю. Дубницкий, В.А. Лукин, А.И. Ходырев

Отдельной группой среди методов документального контроля являются расчетно-аналитические методы, среди которых в последнее время получил распространение анализ финансовых отчетов с помощью закона Бенфорда. Данный закон утверждает, что распределение цифр в числах может быть не случайным, а отвечать определенной закономерности. Именно эту закономерность используют в аудиторской практике. Закон Бенфорда – это эмпирический закон, его применение позволяет проверять финансовые отчеты на возможную фальсификацию. Он не дает возможности сделать однозначный вывод относительно наличия нарушений в отчетности, однако указывает на возможность наличия таких нарушений. В работе рассмотрены особенности использования в аудиторской практике закона Бенфорда. В данной работе выполнена статистическая проверка соответствия закона Бенфорда данным реальной финансовой документации. Для проверки соответствия полученных данных закона Бенфорда использован классический критерий χ^2 *и информационная мера расхождения. Для сравнения пар гистограмм использовали также информационную меру расхождения. Показано, что модели, основанные на логарифмическом преобразовании равномерно распределенных на отрезке* $[0,1]$ *случайных чисел, действительно приводят к появлению последовательностей, соответствующих закону Бенфорда. Показано, что на результат моделирования объем выборки, начиная со 100 наблюдений, не влияет. В процессе численного моделирования зафиксированы случаи, когда распределение первых цифр на парах гистограмм не совпадает с законом Бенфорда, хотя гистограммы модельных данных совпадают между собой. Для статистической проверки соответствия закона Бенфорда данным реальной финансовой документации были использованы данные статей балансов одного из наибольших предприятий Украины за три временных периода. В процессе подготовки данных, для корректности сравнений, разработана методика их подготовки с учетом особенностей действующих правил бухгалтерского учета. По результатам анализа установлено, что из трех реальных балансов только в одном из них распределение первой цифры отвечает закону Бенфорда. Сделан вывод о том, что возможность применения закона Бенфорда для финансового аудита может быть установлена только при последующих исследованиях по специальной программе.*

Ключевые слова: *закон Бенфорда, финансовый аудит, совпадение гистограмм.*

APPLICATION OF BENFORD'S LAW (FIRST-DIGIT LAW, ANOMALOUS NUMBERS LAW) IN FINANCIAL AUDIT

S. Gadetska, V. Dubnitskiy, V. Lukin, A. Khodyrev

A separate group among documentary control instruments are calculation analytical methods, among them Benford's law analysis of financial reports has recently acquired wide application. This law postulates that distribution of digits in numbers may be not random, but meeting a certain regularity. This regularity is just what is used in audit practice. Benford's law is an empirical principle. It application enables inspection of financial reports for eventual forgery. It does not ensure unambiguous conclusion as regards actual violation of rules, but indicates eventual possibility of such violations. This work dwells on peculiarities of Benford's law application in audit practice. It includes statistical checking of the model for appearance of sequences meeting Benford's law; comparison between pairs of histograms generated by data of different model observations; statistical checking of Benford's law correspondence to the data of actual financial documents. In order to check correspondence of obtained data to Benford's law classical criterion χ^2 *and information measure of deviation were used. It was shown the models existing as per today are based on logarithmic transformation of random numbers evenly distributed along section* $[0,1]$ *actually cause appearance of sequences meeting Benford's law. It6 was shown that sample size, beginning from 100 observations, does not affect modeling result. In the course of numerical modeling some cases happened when distribution of first digits in pairs of histograms did not meet Benford's law, despite the fact that models of their obtaining were substantially different. For statistical checking of Benford's law correspondence to data of actual financial documents data were used from balance sheet items of one of the largest Ukrainian companies for three time periods. In the course of data preparation to ensure correct comparisons a method of their preparation was developed with due consideration of the peculiarities of existing accounting regulations. Results of the analysis showed that in only one out of three actual balance sheets first digit distribution met Benford's law. Nevertheless, a conclusion was made that suitability of Benford's law application to financial audit may be determined only after subsequent research under ea special program.*

Keywords: *Benford's law, financial audit, compliance of histograms.*