

А.В. Ізмайлов

*ДВНЗ “Прикарпатський національний університет ім. В. Стефаника”, Івано-Франківськ*

## ДИСКРЕТНЕ ТРІЙКОВЕ СИМЕТРИЧНЕ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ У КОМП'ЮТЕРИЗОВАНИХ СИСТЕМАХ ДІАГНОСТУВАННЯ ТА КОНТРОЛЮ ПАРАМЕТРІВ ПРОЦЕСІВ І СЕРЕДОВИЩ

*Розглядається дискретне вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій та ефективність його застосування для зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних у комп'ютеризованих системах діагностування та контролю параметрів процесів і середовищ. У запропонованому перетворенні застосовано дві системи вейвлет-функцій, чим забезпечено підвищення ефективності аналізу гладких функцій на основі перетворення. На основі фільтрової форми запропонованого перетворення розроблено апаратно-програмний засіб, який застосовано у якості компонента комплексу засобів наземного контролю і керування процесом буріння нафтових і газових свердловин. Застосування розробленого засобу забезпечило зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, при одночасному зменшенні похибки відновлення у порівнянні з існуючими вейвлет-перетвореннями.*

**Ключові слова:** цифрова обробка інформації, трійкові симетричні функції, дискретне вейвлет-перетворення, вейвлет-функції, зменшення обсягу пам'яті.

### Вступ

Поява нових задач у різних галузях економіки, управління, виробництва, сфери послуг, зв'язку та медицини зумовила розробку відповідних технічних систем для їх розв'язання. Такі системи функціонують під управлінням комп'ютеризованих систем діагностування та контролю параметрів процесів і середовищ, а також, систем автоматичного контролю технологічних процесів [1–13]. Розробка та функціонування таких систем пов'язані з обробкою цифрових даних, яку неможливо забезпечити без застосування методів та засобів цифрової обробки інформації (ЦОІ) [1–5; 8–12]. Ці методи та засоби, на відміну від методів та засобів цифрової обробки сигналів, оперують цифровим представленням сигналів – цифровими даними [1–5; 8; 10; 12].

Базовими методами обробки цифрових даних є методи ортогональних та вейвлет-перетворень, на основі яких функціонують відповідні програмно-апаратні засоби опрацювання інформації [1–12]. В основі кожного з цих перетворень лежить система функцій, якою визначені властивості відповідного перетворення та ефективність його застосування для обробки даних певного типу [1–12]. Відповідно, у зв'язку із розширенням переліку прикладних галузей ЦОІ, існуючі перетворення не завжди задовольняють якісні та кількісні вимоги до результатів обробки даних у тій чи іншій галузі.

Аналіз останніх досліджень у галузі ЦОІ вказує на те, що актуальним завданням розробки та вдосконалення апаратних і програмних засобів комп'ютеризованих систем діагностування та конт-

ролю параметрів процесів і середовищ є зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних [1; 5–6; 8–12]. Зазначене завдання потребує першочергового вирішення для систем, частиною яких є мобільні пристрої (для яких характерні невеликі обсяги вбудованої пам'яті) та систем, які інтегровані у IoT (Internet of Things) системи [1; 5–6; 8–10]. Один із підходів до розв'язання цього завдання полягає у застосуванні ортогональних та вейвлет-перетворень для створення апаратно-програмного забезпечення процесів зберігання та обробки інформації у таких системах [1; 5–6; 8–12; 14–16]. При такому підході зберігають не самі дані, а коефіцієнти перетворення, частина з яких рівна нулю або близька до нуля. Такі коефіцієнти відкидають, а при відновленні даних – замінюють нулями. При цьому, порогові значення коефіцієнтів, якими можна знехтувати, визначають на основі допустимих похибок відновлення даних у заданій системі ЦОІ [1; 14–16].

При застосуванні вейвлет-перетворень (ВП) для зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, застосовують декореляційні властивості ВП [1; 10; 12], оптимізують структуру їх апаратних засобів [5–6; 11] або синтезують нові (відмінні від існуючих) ВП та впроваджують їх апаратні реалізації, як поєднання перших двох підходів [7–9]. Перевагою останнього підходу є впровадження вейвлетів із новими властивостями, які, окрім зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, забезпечують підвищення ефективності ЦОІ за іншими критеріями.

ВП застосовуються для зменшення обсягів пам'яті, необхідних для зберігання даних, у IoT-

системах [1], системах обробки геологічних [6] даних та у системах зв'язку [7; 9–10]. При цьому, жодне з проаналізованих досліджень не ставить за мету застосування переваг ВП для зменшення обсягів пам'яті для зберігання даних у системах діагностування та контролю параметрів виробничого обладнання, чим буде підвищена надійність його функціонування.

Крім цього, незважаючи на значну кількість досліджень у напрямі розробки та удосконалення ВП, жодне з них не ставить за мету реалізувати переваги системи трійкових симетричних функцій та породженої нею системи числення, які є відомими [4; 17]. У роботах [2; 4] доведена ефективність застосування швидкого трійкового симетричного ортогонального перетворення для декореляції даних у системах ЦОІ за рахунок декореляційних властивостей базису трійкових симетричних функцій. У роботі [3] запропоновано неперервне трійкове симетричне вейвлет-перетворення (ТСВП) та доведено ефективність його застосування для детектування короткотермінових особливостей (флуктуацій) даних, які накладені на довготермінові. При цьому, застосування неперервного ТСВП у системах ЦОІ не є зручним і потребує синтезу дискретного ТСВП на його основі, яке поєднує попередньо описані властивості декореляції та детектування з простою апаратної реалізації. Тому, актуальним завданням запропонованого дослідження є синтез дискретного ТСВП та його застосування для зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних у системах діагностування та контролю параметрів процесів і середовищ.

**Метою дослідження** є синтез дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення та оцінювання ефективності його застосування для зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних у системах діагностування та контролю параметрів процесів і середовищ.

Наукова новизна отриманих результатів полягає у тому, що вперше запропоновано метод дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення, який забезпечує зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних у системах діагностування та контролю параметрів процесів і середовищ, на рівні 57,2% при зменшенні похибки відновлення даних до 20% у порівнянні з відомими методами вейвлет-перетворень, що забезпечує підвищення ефективності функціонування відповідних систем.

## Виклад основного матеріалу

### Трійкові симетричні вейвлет-функції

Дискретне ВП функції  $f(\bullet)$  задається виразом [14–16]:

$$w_{m,n} = \langle f(\bullet) | \Psi_{m,n}(\bullet) \rangle, \quad (1)$$

де  $\langle \rangle$  – скалярний добуток,  $\Psi_{m,n}(x)$  – система вейвлет-функцій, яка будується на основі материнського вейвлета  $\psi(x)$  у вигляді [14–16]:

$$\Psi_{m,n}(x) = a_0^{-m/2} \psi(a_0^{-m}x - nb_0), \quad (2)$$

де  $a_0 \neq 1$  – параметр стиску,  $b_0$  – параметр зсуву,  $m, n \in Z$ .

Вважають, що у виразі (2)  $a_0 > 1$ , а  $b_0 > 0$ , хоча ці обмеження не є обов'язковими [14–15]. Для кожного вейвлета параметри стиску та зсуву підбирають індивідуально. При розробці більшості систем вейвлетів параметр  $a_0$  приймають рівним 2, а параметр  $b_0 = 1$ , як найпростіший можливий варіант [14–16].

Обернене до (1) перетворення має вигляд [14–16]:

$$f(x) \approx \sum_{m=(-\infty)}^{\infty} \sum_{n=(-\infty)}^{\infty} w_{m,n} \Psi_{m,n}(x). \quad (3)$$

Нескінченні суми у перетвореннях (1) та (3) обмежують введенням масштабної функції  $\phi$  [14–16]. Регулюванням меж обчислення сум у виразах (1) та (3), задають необхідну точність результатів вейвлет-аналізу (роздільну здатність) [14–16]. У засобах ВП реалізують швидкі схеми обчислення ВП за допомогою згорткових фільтрів, що буде показано у подальших викладах.

З виразів (1–3) випливає, що основою довільного ВП є материнський вейвлет  $\psi$ , властивості якого визначають масштабну функцію  $\phi$  та властивості відповідного ВП [14–16].

Трійковий симетричний материнський вейвлет отримано на основі системи ортогоналізованих добутків трійкових симетричних функцій. Детальну інформацію про трійкові симетричні функції та системи функцій на їх основі можна знайти у [2–4] та пов'язаних із ними джерелах.

Графіки функцій 0-го набору системи ортогоналізованих добутків трійкових симетричних функцій наведено на рис. 1.

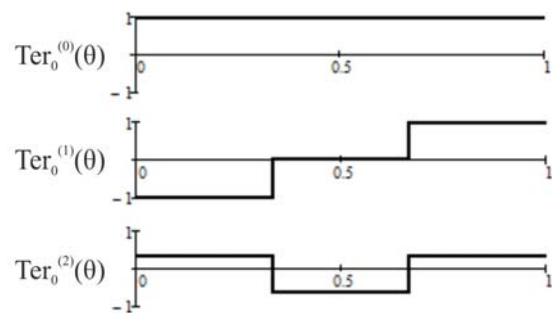


Рис. 1. Графіки ортогоналізованих добутків трійкових симетричних функцій 0-го набору на проміжку [0, 1)

У якості трійкового симетричного материнського вейвлета запропоновано функцію  $Ter_0^{(1)}(\theta)$ , яка зберігає властивості трійкових симетричних функцій вихідної системи [3].

Із урахуванням вимог рівності одиниці норми материнської вейвлет-функції у просторі  $L_2[0, 1)$  та компактності носія [14–16], трійковий симетричний вейвлет на основі функції  $Ter_0^{(1)}(\theta)$  визначено у наступному вигляді

$$\psi 1(t) = \begin{cases} -\sqrt{\frac{3}{2}}, t \in \left[0, \frac{1}{3}\right), \\ \sqrt{\frac{3}{2}}, t \in \left[\frac{2}{3}, 1\right), \\ 0, t \notin \left[0, \frac{1}{3}\right) \cup \left[\frac{2}{3}, 1\right). \end{cases} \quad (4)$$

Для формування на основі функції (4) системи взаємно ортогональних вейвлет-функцій (2) необхідно, щоб параметри стиску та зсуву набули, відповідно, значень  $a_0 = 3, b_0 = 1$ , що впливає із трійкової природи функції (4). При цьому, однак, виникає проблема покриття спектру інформаційного сигналу спектрами вейвлет-функцій (2) та відповідних масштабних функцій, які утворюються з масштабної функції  $\varphi$  згідно наступного співвідношення

$$\varphi_{m,n}(x) = a_0^{-m/2} \varphi(a_0^{-m} x - nb_0). \quad (5)$$

У більшості дискретних ВП при  $a_0 = 2, b_0 = 1$  спектр інформаційного сигналу покривається за принципом, який показано на рис. 2.

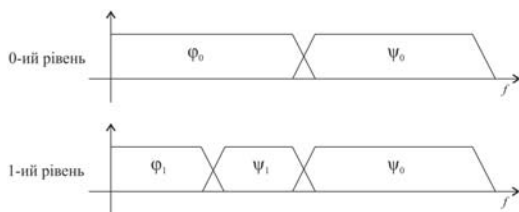


Рис. 2. Покривання спектру інформаційного сигналу спектрами масштабних та вейвлет-функцій при переході з нульового до першого рівня дискретного ВП

Кінцевою метою дискретного ВП (згідно рис. 2) є повне покриття спектру інформаційного сигналу спектрами вейвлет-функцій, що, однак, є неможливим у зв'язку з обмеженням нескінченних сум у виразах (1) та (3) і у зв'язку з чим застосовують масштабні функції (5) [14–16]. При переході на кожен наступний рівень ВП застосовуються масштабовані у  $a_0$  разів копії материнського вейвлета та масштабної функції, що призводить до відповідного масштабування спектру вейвлет та масштабних функцій [14–16]. Відповідно, при  $a_0 = 3$  спектри масштабних та вейвлет-функцій на кожному наступному рівні перетворення зменшуватимуться утричі і покриватимуть лише третину необхідної ділянки спектру інформаційного сигналу, у результаті чого, третина такої ділянки не буде представлена коефіцієнтами ВП, що призведе до неповноти вейвлет-аналізу.

З метою вирішення проблеми покриття спектру інформаційного сигналу дискретним ТСВП, запропоновано застосування другого (допоміжного) материнського вейвлета. За основу цього вейвлета взято функцію  $Ter_0^{(2)}(\theta)$  (рис. 1), оскільки, вона ортогональна функції  $Ter_0^{(1)}(\theta)$  (обидві функції належать до системи ортогоналізованих добутків трійкових симетричних функцій), яка використана у якості основи вейвлета  $\psi 1$ , що забезпечує взаємну ортогональність вейвлетів. Другий трійковий симетричний вейвлет визначено у наступному вигляді

$$\psi 2(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, t \in \left[0, \frac{1}{3}\right) \cup \left[\frac{2}{3}, 1\right), \\ -\sqrt{2}, t \in \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right), \\ 0, t \notin [0, 1). \end{cases} \quad (6)$$

Уведення другого материнського вейвлета забезпечує повне покриття спектру інформаційного сигналу на кожному рівні дискретного ТСВП, як показано на рис. 3.

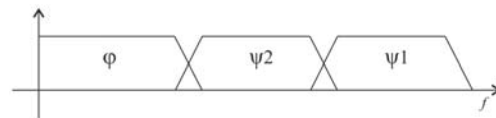


Рис. 3. Повне покриття спектру вхідного інформаційного сигналу спектрами масштабної функції та двох материнських вейвлетів

У якості основи масштабної функції для обох материнських вейвлетів запропоновано функцію  $Ter_0^{(0)}(\theta)$  (рис. 1), яка належить до системи ортогоналізованих добутків трійкових симетричних функцій і, відповідно, є ортогональною до функцій  $Ter_0^{(1)}(\theta)$  та  $Ter_0^{(2)}(\theta)$ . Масштабну функцію дискретного ТСВП визначено у наступному вигляді

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1, t \in [0, 1), \\ 0, t \notin [0, 1). \end{cases} \quad (7)$$

Системи функцій, які породжені функціями (4), (6) та (7) задані відповідними співвідношеннями

$$\psi 1_{m,n}(x) = 3^{-m/2} \psi 1(3^{-m} x - n), \quad (8)$$

$$\psi 2_{m,n}(x) = 3^{-m/2} \psi 2(3^{-m} x - n), \quad (9)$$

$$\varphi_{m,n}(x) = 3^{-m/2} \varphi(3^{-m} x - n). \quad (10)$$

Коректність запропонованого дискретного ТСВП впливає із властивостей функцій (4), (6) та (7) та співвідношень між ними. Так, з графіків функцій (4), (6) та (7) (рис. 4) випливає, що вони мають рівні компактні носії, а саме – проміжок  $[0, 1]$ , що уможливорює побудову на основі цих функцій швидкого дискретного ВП [14–15].

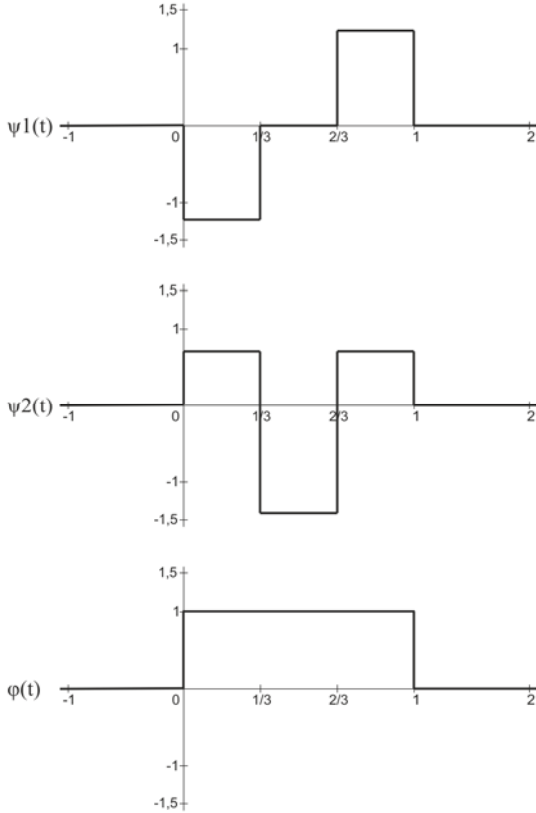


Рис. 4. Графіки материнських вейвлетів та масштабної функції дискретного ТСВП

Функції (4) та (6) є вейвлетами, оскільки, їх середні значення рівні нулю по всій часовій області, що випливає з їх графіків (рис. 4) та значень інтегралів (11) і (12) відповідно [14–16]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_1(t) dt = 0, \quad (11)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_2(t) dt = 0. \quad (12)$$

Функції (4) та (6) володіють скінченною енергією та одиничною нормою у просторі  $L_2$ , що впливає зі скінченності інтегралів (13) і (14) та рівності одиниці їх значень [14–16]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_1(t)|^2 dt = 1, \quad (13)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_2(t)|^2 dt = 1. \quad (14)$$

Існування оберненого дискретного ТСВП забезпечено тим, що функції (4) та (6) задовольняють

умову допустимості (15) [14], яка для кожної з них набуває вигляду (16) та (17) відповідно

$$C_{\psi} = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(f)|^2}{|f|} df < \infty, \quad (15)$$

де  $\hat{\psi}(x)$  – Фур’є-образ вейвлета  $\psi(x)$ ,

$$C_{\psi_1} = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}_1(f)|^2}{|f|} df \approx 9,0946, \quad (16)$$

де  $\hat{\psi}_1(x)$  – Фур’є-образ материнського вейвлета (4),

$$C_{\psi_2} = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}_2(f)|^2}{|f|} df \approx 4,7111, \quad (17)$$

де  $\hat{\psi}_2(x)$  – Фур’є-образ материнського вейвлета (6).

Для існування дискретного ВП на основі довільної вейвлет-функції, вона повинна мати принаймні один нульовий момент [14–16]. Довільна функція  $f(t) \in L_2(R)$  має  $M$  нульових моментів, якщо для всіх цілих значень  $k=0,1,2,\dots,M-1$  має місце рівність [14–16]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^k f(t) dt = 0. \quad (18)$$

ВП за базисом із  $M$  нульовими моментами забезпечує рівність нулю вейвлет-коефіцієнтів, починаючи з деякого рівня роздільної здатності, що забезпечує ущільнення даних, які підлягають вейвлет-аналізу [14–15].

Функція (4) має один нульовий момент, оскільки значення інтеграла (19) рівне нулю, а значення інтеграла (20) – ні:

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^0 \psi_1(t) dt = 0, \quad (19)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^1 \psi_1(t) dt = \frac{\sqrt{2/3}}{3} \neq 0. \quad (20)$$

При цьому, функція (6) має два нульових моменти, оскільки, значення інтегралів (21) та (22) рівні нулю, а значення інтеграла (23) – ні:

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^0 \psi_2(t) dt = 0, \quad (21)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^1 \psi_2(t) dt = 0, \quad (22)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^2 \psi_2(t) dt = \frac{\sqrt{2}}{27} \neq 0. \quad (23)$$

Наявність одного та двох нульових моментів у функцій (4) та (6) відповідно, вказує на те, що ВП на їх основі найбільш пристосоване для аналізу послідовностей даних, які графічно подаються кусково-неперервними функціями [14–15]. При цьому, вейвлети системи (9) забезпечують точніший аналіз гладких функцій, у порівнянні з вейвлетами системи

(8), оскільки, кількість нульових моментів функції (6) переважає над їх кількістю у функції (4) [14–15], що підвищує загальну ефективність вейвлет-аналізу на основі ТСВП.

Функції систем (8), (9) та (10) є попарно ортогональними всередині кожної із систем, що забезпечено у випадку систем (8) та (9) трійковою природою функцій (4) та (6) і значенням параметра  $a_0$  рівним 3, а у випадку системи (10) – тим, що функція (7) є одиничною функцією на проміжку  $[0, 1]$  і є масштабною функцією у ВП Хаара [14–16], чим, також, доведено, що функція (7) володіє усіма необхідними для масштабною функції ВП властивостями.

Необхідною умовою для існування дискретного ВП є наявність зв'язків (24) та (25) для масштабною функції та материнського вейвлета [14–15]:

$$\varphi(x) = \sum_n c_n \varphi(a_0 x - b_0 n), \quad (24)$$

де  $\sum_n |c_n| < \infty, n \in Z,$

$$\psi(x) = \sum_n p_n \varphi(a_0 x - b_0 n), \quad (25)$$

де  $\sum_n |p_n| < \infty, n \in Z.$

Функції (4), (6) та (7) задовольняють рівності (24) та (25) у наступному вигляді

$$\varphi(x) = \varphi(3x) + \varphi(3x-1) + \varphi(3x-2), \quad (26)$$

$$\psi_1(x) = \left(-\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \varphi(3x) + \sqrt{\frac{3}{2}} \varphi(3x-2), \quad (27)$$

$$\psi_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \varphi(3x) - \sqrt{2} \varphi(3x-1) + \frac{1}{\sqrt{2}} \varphi(3x-2). \quad (28)$$

Із наявності зв'язків (26–28) та того, що функції (4), (6) і (7) та породжені ними системи функцій (8–10) володіють усіма переліченими у попередніх викладах властивостями, впливає, що на основі материнських вейвлетів (4); (6) та масштабною функції (7) можна синтезувати відповідне дискретне ТСВП, для якого існує швидкий алгоритм реалізації.

### Дискретне трійкове симетричне вейвлет-перетворення

Дискретне ТСВП функції  $f(x) \in L_2(R)$ , записане у формі (1) з урахуванням застосування двох систем вейвлетів (8) та (9), має вигляд

$$\begin{aligned} w_{1,m,n} &= \langle f(\bullet) | \psi_{1,m,n}(\bullet) \rangle, \\ w_{2,m,n} &= \langle f(\bullet) | \psi_{2,m,n}(\bullet) \rangle. \end{aligned} \quad (29)$$

Обернене перетворення, записане у формі (3) з урахуванням застосування двох систем вейвлетів (8) та (9) та масштабних функцій (10), має вигляд

$$\begin{aligned} f(x) &\approx \sum_{n=(-\infty)}^{\infty} v_n \varphi_{0,n}(x) + \\ &+ \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=(-\infty)}^{\infty} w_{1,m,n} \psi_{1,m,n}(x) + \\ &+ \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=(-\infty)}^{\infty} w_{2,m,n} \psi_{2,m,n}(x), \end{aligned} \quad (30)$$

де  $w_{1,m,n}, w_{2,m,n}$  – вейвлет коефіцієнти, обчислені згідно (29),  $v_n$  – масштабні коефіцієнти

$$v_n = \langle f(\bullet) | \varphi_{0,n}(\bullet) \rangle. \quad (31)$$

Дискретні пряме та обернене ТСВП цілком задані формулами (29–31) не є, однак, у такому представленні зручними для застосування у компонентах ЦОІ. У зв'язку з цим, запропоновано згорткову (фільтрову) форму дискретного ТСВП, яка реалізує швидкий алгоритм перетворення (29–31).

Згідно позначень, запропонованих у [15], дискретний фільтр  $h[n]$  на основі масштабною функції (7) для ТСВП визначено наступним чином:

$$h[n] = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi\left(\frac{t}{3}\right) \cdot \varphi(t-n) dt. \quad (32)$$

Для двох систем вейвлетів у запропонованому ВП, визначено два фільтри  $g[n]$ . Фільтр  $g_1[n]$  на основі материнського вейвлета (4) визначено як

$$g_1[n] = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1\left(\frac{t}{3}\right) \cdot \varphi(t-n) dt. \quad (33)$$

Фільтр  $g_2[n]$  на основі материнського вейвлета (6) визначено у вигляді

$$g_2[n] = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_2\left(\frac{t}{3}\right) \cdot \varphi(t-n) dt. \quad (34)$$

Переважну більшість елементів послідовностей (32–34) (які інтерпретуються як цифрові фільтри зі скінченною імпульсною характеристикою [15]) складають нулі, які для реалізації ВП не є істотними. З урахуванням представлень (26–28), встановлено, що для реалізації дискретного ТСВП необхідні 0-й, 1-й та 2-й елементи кожної з послідовностей (32–34). Послідовностями цих елементів сформовано фільтри дискретного ТСВП.

Утворені зі співвідношень (32–34) фільтри застосовуються при відновленні сигналу за коефіцієнтами перетворення [15]. Фільтри для декомпозиції сигналу і обчислення відповідних коефіцієнтів перетворення одержані з фільтрів для відновлення у вигляді спряжених до них (що для дійсних значень еквівалентне дзеркальному відображенню позицій елементів відносно середнього елемента) [14–15]. Фільтри декомпозиції та відновлення для дискретного ТСВП наведено у табл. 1.

Таблиця 1  
Фільтри декомпозиції та відновлення для реалізації  
прямого і оберненого дискретного ТСВП

Фільтр	Призначення	
	Декомпозиція сигналу	Відновлення сигналу
$h[n]$	$\left\{ \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$	$\left\{ \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$
$g1[n]$	$\left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$	$\left\{ -\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$
$g2[n]$	$\left\{ \frac{1}{\sqrt{6}}, -\sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{1}{\sqrt{6}} \right\}$	$\left\{ \frac{1}{\sqrt{6}}, -\sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{1}{\sqrt{6}} \right\}$

Скінченність імпульсної характеристики фільтрів у табл. 1 забезпечена скінченними представленнями (26–28). Крім цього, з даних, наведених у табл. 1, впливає, що фільтр  $h[n]$  задовольняє умову (35), чим підтверджено коректність розрахованих фільтрів [14–15]:

$$\sum_{n \in Z} |h[n]|^2 = 1. \quad (35)$$

Для доведення взаємної ортогональності функцій систем (26–28) і, відповідно, ортогональності дискретного ТСВП, на основі обчислених фільтрів  $h[n]$ ,  $g1[n]$  та  $g2[n]$  синтезовано допоміжні функції (36–38) згідно [14]. З урахуванням даних із табл. 1, нескінченні суми у виразах функцій (36–38) заміною, без втрати загальності, на скінченні

$$m_0(\xi) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{n=0}^2 h[n] \cdot e^{-in\xi}, \quad (36)$$

$$m_1(\xi) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{n=0}^2 g1[n] \cdot e^{-in\xi}, \quad (37)$$

$$m_2(\xi) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{n=0}^2 g2[n] \cdot e^{-in\xi}. \quad (38)$$

Ортогональність систем, породжених функціями (4), (6) та (7) перевірена за допомогою унітарності матриці  $M$  [14]:

$$M = \begin{pmatrix} m_0(\xi) & m_1(\xi) & m_2(\xi) \\ m_0\left(\xi + \frac{2\pi}{3}\right) & m_1\left(\xi + \frac{2\pi}{3}\right) & m_2\left(\xi + \frac{2\pi}{3}\right) \\ m_0\left(\xi + \frac{4\pi}{3}\right) & m_1\left(\xi + \frac{4\pi}{3}\right) & m_2\left(\xi + \frac{4\pi}{3}\right) \end{pmatrix}, \quad (39)$$

де  $m_i(\xi)$  – функції (36–38),  $i=0, 1, 2$ .

Функції (36–38) забезпечують унітарність матриці (39), з чого випливає взаємна ортогональність функцій систем (26–28) і, відповідно, ортогональність дискретного ТСВП синтезованого на їх основі [14]. Ортогональність перетворення забезпечує

низький рівень автокореляції вейвлет-коефіцієнтів та зниження надлишковості даних у результаті перетворення, що приводить до ущільнення даних [10; 14–16].

У подальших викладках фільтри  $h[n]$ ,  $g1[n]$  та  $g2[n]$  визначено фільтрами відновлення, а відповідні фільтри декомпозиції (табл. 1) – як двоїсті [14–15] до них  $h^*[n]$ ,  $g1^*[n]$  та  $g2^*[n]$ .

Зважаючи на трійкову природу перетворень (29–31) та на значення параметру стиску  $a_0=3$ , запропоновано заміну двійкової децимації на трійкову (англ. “triadic decimation”). Для позначення цієї операції та оберненої до неї уведено відповідні оператори згідно [15]:

$$\downarrow_3 [X], \quad (39)$$

де  $X$  – дискретний вхідний набір даних довільної скінченної довжини;

$$\uparrow_3 [X]. \quad (40)$$

Оператор (39) з вхідного сигналу  $X$  залишає кожен третій елемент, відкидаючи решту, а оператор (40) – після кожного елемента вхідного сигналу  $X$  додає два нульових елементи. Із застосуванням операторів (39) та (40) пряме дискретне ТСВП у згортковій формі записано у вигляді

$$\begin{aligned} a_{j+1} &= \downarrow_3 [a_j * h^*], \\ d1_{j+1} &= \downarrow_3 [a_j * g1^*], \\ d2_{j+1} &= \downarrow_3 [a_j * g2^*], \end{aligned} \quad (41)$$

де  $a_j$  – послідовність апроксимуючих коефіцієнтів, одержаних на  $j$ -й ітерації алгоритму ВП,  $d1_j$  – послідовність деталізуючих коефіцієнтів, одержаних на  $j$ -й ітерації алгоритму ВП, які відповідають вейвлет-функціям системи (8),  $d2_j$  – послідовність деталізуючих коефіцієнтів, одержаних на  $j$ -й ітерації алгоритму ВП, які відповідають вейвлет-функціям системи (9), \* – операція згортки,  $h^*$ ,  $g1^*$ ,  $g2^*$  – дискретні фільтри декомпозиції (табл. 1).

У термінах операторів (39) та (40) обернене дискретне ТСВП у згортковій формі записано у вигляді

$$\begin{aligned} a_j &= \uparrow_3 [a_{j+1}] * h + \uparrow_3 [d1_{j+1}] * g1 + \\ &+ \uparrow_3 [d2_{j+1}] * g2, \end{aligned} \quad (42)$$

де  $h$ ,  $g1$ ,  $g2$  – дискретні фільтри відновлення (табл. 1).

У загальному випадку, у виразах (41) та (42) індекс  $j \in Z$ , однак, здебільшого його покладають  $j \in N_0$ , причому, у якості послідовності апроксимуючих коефіцієнтів  $a_0$  (початкове наближення) покладають вхідну послідовність даних  $X$  [14–16].

Форми запису (41) та (42) є реалізацією швидкого дискретного ТСВП за допомогою каскаду фільтрів та трійкової децимації. На основі виразів (41) та

(42) реалізовано графічні схеми прямого (рис. 5) та оберненого (рис. 6) швидкого дискретного ТСВП.

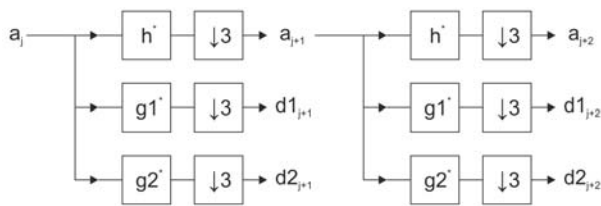


Рис. 5. Схема обчислення швидкого дискретного ТСВП

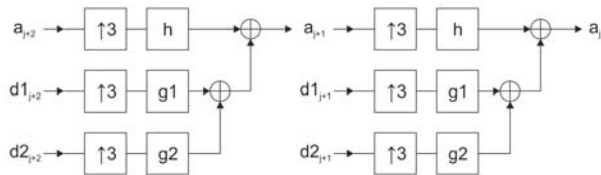


Рис. 6. Схема обчислення швидкого оберненого дискретного ТСВП

Швидкі перетворення (41) та (42) забезпечують ефективну реалізацію дискретного ТСВП у засобах ЦОІ, що уможливило застосування запропонованого перетворення у системах діагностування та контролю параметрів процесів і середовищ та здійснення оцінки ефективності його застосування у порівнянні з існуючими ВП.

**Застосування дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення та оцінка ефективності**

Апаратно-програмний засіб дискретного ТСВП, реалізований на основі перетворень (41) і (42) та мікроконтролерів АТmega2560 (обчислювальний елемент) і АТmega16U2 (перетворення інтерфейсів), застосовано у якості компонента комплексу засобів наземного контролю і керування процесом буріння нафтових і газових свердловин СКУБ-М2 [18]. На структурній схемі (рис. 7) відображено зв'язки та місце розробленого апаратно-програмного засобу ТСВП при його включенні до структури [18] комплексу.



Рис. 7. Структурна схема комплексу СКУБ-М2 з включеним до його складу апаратно-програмним засобом ТСВП

На пристрій реєстрації інформації комплексу СКУБ-М2 покладено виконання функцій прийому в реальному часі даних про хід технологічного процесу буріння, які надходять від пристрою збору та обробки, а також, накопичення даних, які підлягають реєстрації, у базі даних та створення архівів і забезпечення доступу до них [18].

Архівовані пристроєм дані у довільний момент часу повинні бути доступними для аналізу і генерування звітів, що унеможливило застосування архіваторів для зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, оскільки архівовані таким чином дані не придатні для аналізу. У зв'язку із зазначеною специфікою, застосування ВП (у тому числі ТСВП) дозволяє реалізувати ущільнення даних та покращити аналіз послідовностей значень технологічних параметрів на предмет виявлення відхилень від допустимих значень, на основі коефіцієнтів ВП.

Для технологічних параметрів стану бурового обладнання допускається похибка відновлення даних у межах 5% [13], що встановлює допустимі межі ущільнення даних. Для аналізу ефективності застосування розробленого апаратно-програмного засобу ТСВП при його включенні до структури комплексу СКУБ-М2 використано значення технологічного параметра моменту механічного лівого. Цей параметр є одним з ключових для моніторингу стану бурового обладнання [13].

При оцінюванні зменшення обсягу пам'яті для зберігання даних, яке забезпечується ТСВП (STWT) та ВП Хаара (haar), Добеші 4-го порядку (db4) і біортогонального з параметрами 2.6 (bior2.6), вимірювання похибки відновлення здійснено за допомогою значень середньої абсолютної похибки у відсотках відновлення даних MAPE [15]:

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{|X(i) - X_r(i)|}{X(i)} \cdot 100\%, \quad (43)$$

де  $N$  – кількість відліків у вхідному наборі даних  $X$ ,  $X(i)$  – вхідні дані,  $X_r(i)$  – відновлені після ущільнення дані.

Мінімальна похибка відновлення (43) забезпечується ТСВП для 75% з 16 тестових послідовностей значень технологічного параметра моменту механічного лівого, у випадку відновлення за 70% коефіцієнтів перетворення. При цьому, при відновленні за <70% коефіцієнтів ВП, проаналізовані ВП не забезпечують значень похибки відновлення у допустимих межах. У табл. 2 наведено середні значення похибки відновлення (43), які забезпечені проаналізованими ВП при відновленні за 70% коефіцієнтів перетворення тестових послідовностей параметра моменту механічного лівого.

Таблиця 2  
Середні значення MAPE для різних ВП при відновленні даних за 70% коефіцієнтів перетворення

№	Вейвлет-перетворення	Середнє значення MAPE, %
1	STWT	3,2359
2	haar	4,0129
3	db4	3,4910
4	bior2.6	3,9712

При цьому, застосування ТСВП забезпечило, у загальному випадку, наступний приріст ефективності за критерієм мінімальної похибки відновлення (43) у порівнянні з іншими проаналізованими перетвореннями: у порівнянні з ВП Хаара – 20%, ВП Добеші 4-го порядку – 8%, біортогональним ВП з параметрами 2.6 – 18,5%.

У комплексі СКУБ-М2 для зберігання кожного значення технологічного параметра моменту механічного лівого використовується 4 байти. При цьому, для зберігання кожного деталізуючого коефіцієнта ВП достатньо 2 байт пам'яті, оскільки, більша частина енергії послідовності вхідних даних концентрується у апроксимуючих коефіцієнтах, для зберігання яких необхідно виділяти 4 байти. Для зберігання у пам'яті номерів коефіцієнтів, які покладені рівними нулю у результаті процедури ущільнення, достатньо виділення 1 байту для кожного номера, оскільки, аналіз ефективності проведено для послідовностей, довжиною  $\leq 256$  відліків. Відповідно, кількість байт, яка необхідна для зберігання 70% коефіцієнтів ВП обчислюється наступним чином:

$$B_W = 4 \cdot N_A + 2 \cdot \lceil N \cdot 0,7 - N_A \rceil + (N - \lceil N \cdot 0,7 \rceil), \quad (44)$$

де  $N_A$  – кількість апроксимуючих коефіцієнтів,  $N$  – кількість відліків у вхідній послідовності (кількість коефіцієнтів перетворення),  $\lceil \rceil$  – операція округлення до більшого цілого.

Ступінь зменшення обсягу пам'яті для зберігання даних обчислюється за допомогою співвідношення

$$R_{Dec}^W = \frac{4N - B_W}{4N} \cdot 100\%. \quad (45)$$

Середні значення показника ступеня зменшення обсягу пам'яті (45), необхідного для зберігання даних, які забезпечені ВП для тестових послідовностей технологічного параметра моменту механічного лівого, наведено у табл. 3.

Із результатів аналізу ефективності, наведених у табл. 3, випливає, що ТСВП та ВП Хаара забезпечують максимальне зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання послідовностей значень технологічного параметра моменту механічного лівого, яке складає 57,2%. Перевага ТСВП за цим критерієм над ВП Добеші 4-го порядку складає

1,15%, а над біортогональним ВП з параметрами 2.6 – 2,32%.

Таблиця 3

Середні значення показника ступеня зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, які забезпечені ВП

Вейвлет-перетворення	$R_{Dec}^W, \%$
STWT	57,2
haar	57,23
db4	56,05
bior2.6	54,88

При аналізі одержаних результатів необхідно враховувати, що у комплексі СКУБ-М2 раніше не застосовувались процедури ущільнення даних на основі ВП [18]. Як показав наведений вище аналіз останніх досліджень та публікацій, аналогічна ситуація складається і з іншими системами діагностування та контролю параметрів виробничого обладнання. У зв'язку з цим, одержані результати вказали на високу ефективність застосування ВП для ущільнення даних у таких системах. Недоліком такого впровадження є наявність похибки відновлення ущільнених даних, значення якої, однак, перебувають у допустимих для таких систем межах. Відповідно, застосування запропонованого дискретного ТСВП забезпечує оптимальне, у порівнянні з проаналізованими ВП, співвідношення між обсягами вивільненої пам'яті для зберігання даних та значеннями похибок відновлення, які при цьому виникають.

## Висновки

Запропоноване дискретне трійкове симетричне вейвлет-перетворення забезпечило імплементацію властивостей та переваг трійкових симетричних функцій для цифрової обробки даних. Крім цього, запропоноване дискретне перетворення поєднує успадковану від неперервного перетворення здатність до детектування короткотермінових особливостей даних, які накладені на довготермінові [3], із простотою апаратної реалізації та властивістю послаблення кореляційних зв'язків між елементами послідовностей даних, що забезпечує ущільнення даних у результаті перетворення та відповідне зменшення обсягу пам'яті, необхідного для їх зберігання.

Властивості та переваги запропонованого перетворення забезпечили ефективне застосування відповідного апаратно-програмного засобу у якості компонента комплексу засобів наземного контролю і керування процесом буріння нафтових і газових свердловин СКУБ-М2. Застосування розробки забезпечило зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, на рівні 57,2% при одночас-



ному зменшенні похибки відновлення до 20%, у порівнянні з іншими вейвлет-перетвореннями (табл. 2–3).

На основі отриманих результатів оцінки ефективності, запропоноване перетворення та його засоби рекомендовано для застосування у системах цифрової обробки значень технологічних параметрів з допустимою похибкою відновлення даних до 5%, зокрема, у комп'ютеризованих системах діагносту-

вання та контролю параметрів стану бурового і виробничого обладнання.

Подальші дослідження полягають у розробці апаратно-програмних засобів запропонованого дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення, адаптованих до застосування у різних комп'ютеризованих системах діагностування та контролю параметрів процесів і середовищ та дослідженні ефективності їх застосування.

## Список літератури

1. Jarwan A. Data Transmission Reduction Schemes in WSNs for Efficient IoT Systems / A. Jarwan, A. Sabbah, M. Ibnkahla // *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*. – June 2019. – Vol. 37, No. 6. – P. 1307-1324. <https://doi.org/10.1109/JSAC.2019.2904357>.
2. Измайлов А.В. Цифрова обробка інформації в розосереджених системах управління із застосуванням швидкого ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій / А.В. Измайлов, Л.Б. Петришин // *Системи обробки інформації*. – 2018. – № 3(154). – С. 79-89. <https://doi.org/10.30748/soi.2018.154.11>.
3. Holub I. Properties Analysis of Wavelet Transform Based on Symmetric Ternary Functions – Analiza właściwości transformaty falkowej na podstawie trójkowych symetrycznych funkcji / I. Holub, A. Izmailov // *Zeszyty Studenckiego Towarzystwa Naukowego AGH*. – 2018. – Issue 35. – P. 87-94.
4. Измайлов А.В. Застосування ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій для цифрової обробки інформації / А.В. Измайлов // *Методи та засоби кодування, захисту й ущільнення інформації: тези доповідей Шостої Міжнародної науково-практичної конференції, 24-25 жовтня 2017 р.* – Вінниця: ВНТУ, 2017. – С. 93-96.
5. Thompson A. The Cascading Haar Wavelet Algorithm for Computing the Walsh-Hadamard Transform / A. Thompson // *IEEE Signal Processing Letters*. – July 2017. – Vol. 24, No. 7. – P. 1020-1023. <https://doi.org/10.1109/LSP.2017.2705247>.
6. SMFrWF: Segmented Modified Fractional Wavelet Filter: Fast Low-Memory Discrete Wavelet Transform (DWT) / M. Tausif, E. Khan, M. Hasan, M. Reisslein // *IEEE Access*. – 2019. – Vol. 7. – P. 84448-84467. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2924490>.
7. Bayram I. Frequency-Domain Design of Overcomplete Rational-Dilation Wavelet Transforms / I. Bayram, I.W. Selesnick // *IEEE Transactions on Signal Processing*. – August 2009. – Vol. 57, No. 8. – P. 2957-2972. <https://doi.org/10.1109/TSP.2009.2020756>.
8. Information Fusion in the Redundant-Wavelet-Transform Domain for Noise-Robust Hyperspectral Classification / S. Prasad, W. Li, J.E. Fowler, L.M. Bruce // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. – September 2012. – Vol. 50, No. 9. – P. 3474-3486. <https://doi.org/10.1109/TGRS.2012.2185053>.
9. Memory Reduction Methodology for Distributed-Arithmetic-Based DWT/IDWT Exploiting Data Symmetry / A. Acharyya, K. Maharatna, B.M. Al-Hashimi, S.R. Gunn // *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*. – April 2009. – Vol. 56, No. 4. – P. 285-289. <https://doi.org/10.1109/TCSII.2009.2015386>.
10. Блатов И.А. Оценка эффективности применения быстрого дискретного сплайнового вейвлет-преобразования для ослабления коррелированности дискретно заданных данных / И.А. Блатов, Ю.А. Герасимова // *Вестник ВГТУ*. – 2015. – № 5. – С. 34-36.
11. Rein S. Performance evaluation of the fractional wavelet filter: A low-memory image wavelet transform for multimedia sensor networks / S. Rein, M. Reisslein // *Ad Hoc Netw.* – June 2011. – Vol. 9, No. 4. – P. 482-496. <https://doi.org/10.1016/j.adhoc.2010.08.004>.
12. Patlaenko N. Analysis the functions of wavelet transform to compress content in television production / N. Patlaenko // *2016 13th International Conference on Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science (TCSET)*. – Lviv, 2016. – P. 758-760.
13. Заміховський Л.М. Діагностика технічного стану штангових глибинно-насосних установок / Л.М. Заміховський, В.А. Ровінський, О.В. Євчук. – Івано-Франківськ: Симфонія форте, 2006. – 308 с.
14. Daubechies I. Ten Lectures on Wavelets / I. Daubechies. – Philadelphia, PA, USA: Soc. for Industrial and Applied Math., 1992. – 377 p.
15. Mallat S. A Wavelet Tour of Signal Processing, Third Edition: The Sparse Way (3rd ed.) / S. Mallat. – Academic Press, Inc., 2008. – 832 p.
16. Addison P.S. The Illustrated Wavelet Transform Handbook: Introductory Theory and Applications in Science, Engineering, Medicine and Finance (Second Edition) / P.S. Addison. – CRC Press, 2016. – 446 p.
17. Hayes B. Computing science. Third base / B. Hayes // *A reprint from American Scientist, the magazine of Sigma Xi, the Scientific Research Society*. – November-December 2001. – Vol. 89, No. 6. – P. 490-494.
18. Вошинський В.С. Комплекс засобів наземного контролю та управління процесом буріння і ремонту нафтових та газових свердловин СКУБ-М2-00 / В.С. Вошинський, В.В. Вошинський, М.С. Андрук // *Сучасні прилади, матеріали і технології для неруйнівного контролю і технічної діагностики машинобудівного і нафтогазопромислового обладнання: матеріали Восьмої Міжнародної науково-технічної конференції, 14-16 листопада 2017 р.* – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2017. – С. 32-42.

## References

1. Jarwan, A., Sabbah, A. and Ibnkahla, M. (2019), Data Transmission Reduction Schemes in WSNs for Efficient IoT Systems, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 37, No. 6, pp. 1307-1324. <https://doi.org/10.1109/JSAC.2019.2904357>.
2. Izmailov, A.V. and Petryshyn, L.B. (2018), "Tsyfrova obrobka informatsii v rozoseredzhenykh systemakh upravlinnia iz zastosuvanniam shvydkoho ortogonalnoho peretvorennia na osnovi triikovykh symetrychnykh funksiij" [Digital Information Processing in Dispersed Management Systems with Application of the Fast Orthogonal Transform Based on Symmetric Ternary Functions], *Information Processing Systems*, No. 3(154), pp. 79-89. <https://doi.org/10.30748/soi.2018.154.11>.
3. Holub, I. and Izmailov, A. (2018), Properties Analysis of Wavelet Transform Based on Symmetric Ternary Functions – Analiza właściwości transformaty falkowej na podstawie trójkowych symetrycznych funkcji, *Zeszyty Studenckiego Towarzystwa Naukowego AGH*, Issue 35, pp. 87-94.
4. Izmailov, A.V. (2017), "Zastosuvannia ortogonalnoho peretvorennia na osnovi triikovykh symetrychnykh funksiij dlia tsyvrovoi obrobky informatsii" [Application of orthogonal transform on the basis of symmetric ternary functions for digital information processing], *6th International Scientific Conference : Methods and Means of Encoding, Protection and Compression of Information, October 24–25, Vinnytsia*, pp. 93-96.
5. Thompson, A. (2017), The Cascading Haar Wavelet Algorithm for Computing the Walsh-Hadamard Transform, *IEEE Signal Processing Letters*, Vol. 24, No. 7, pp. 1020-1023. <https://doi.org/10.1109/LSP.2017.2705247>.
6. Tausif, M., Khan, E., Hasan, M. and Reisslein, M. (2019), SMFrWF: Segmented Modified Fractional Wavelet Filter: Fast Low-Memory Discrete Wavelet Transform (DWT), *IEEE Access*, Vol. 7, pp. 84448-84467. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2924490>.
7. Bayram, I. and Selesnick, I.W. (2009), Frequency-Domain Design of Overcomplete Rational-Dilation Wavelet Transforms, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 57, No. 8, pp. 2957-2972. <https://doi.org/10.1109/TSP.2009.2020756>.
8. Prasad, S., Li, W., Fowler, J.E. and Bruce, L.M. (2012), Information Fusion in the Redundant-Wavelet-Transform Domain for Noise-Robust Hyperspectral Classification, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 50, No. 9, pp. 3474-3486. <https://doi.org/10.1109/TGRS.2012.2185053>.
9. Acharyya, A., Maharatna, K., Al-Hashimi, B.M. and Gunn, S.R. (2009), Memory Reduction Methodology for Distributed-Arithmetic-Based DWT/IDWT Exploiting Data Symmetry, *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, Vol. 56, No. 4, pp. 285-289. <https://doi.org/10.1109/TCSII.2009.2015386>.
10. Blatov, I.A. and Gerasimova, Yu.A. (2015), "Otsenka efektyvnosti prymerenyia bystroho dyskretnoho splainovoho veivlet-preobrazovanyia dlia oslablenyia korrelyrovannosti dyskretno zadannykh dannykh" [Efficiency evaluation of application of fast discrete spline wavelet transformation for loosening correlation of discretely set data], *Herald of Voronezh National Technical University*, No. 5, pp. 34-36.
11. Rein, S. and Reisslein, M. (2011), Performance evaluation of the fractional wavelet filter: A low-memory image wavelet transform for multimedia sensor networks, *Ad Hoc Netw.*, Vol. 9, No. 4, pp. 482-496. <https://doi.org/10.1016/j.adhoc.2010.08.004>.
12. Patlaenko, N. (2016), Analysis the functions of wavelet transform to compress content in television production, *2016 13th International Conference on Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science (TCSET)*, Lviv, pp. 758-760.
13. Zamikhovskiy, L.M., Rovinskyi, V.A. and Yevchuk, O.V. (2006), "Diahnostyka tekhnichnoho stanu shtanhovykh hlybynno-nasosnykh ustanovok" [Diagnosis of technical condition of rod deep-pumping installations], *Symphonia forte, Ivano-Frankivsk*, 308 p.
14. Daubechies, I. (1992), *Ten Lectures on Wavelets*, Soc. for Industrial and Applied Math., Philadelphia, PA, USA, 377 p.
15. Mallat, S. (2008), *A Wavelet Tour of Signal Processing, Third Edition: The Sparse Way (3rd ed.)*, Academic Press, Inc., 832 p.
16. Addison, P.S. (2016), *The Illustrated Wavelet Transform Handbook: Introductory Theory and Applications in Science, Engineering, Medicine and Finance (Second Edition)*, CRC Press, 446 p.
17. Hayes, B. (2001), Computing science. Third base, *American Scientist, the magazine of Sigma Xi, the Scientific Research Society*, Vol. 89, No. 6, pp. 490-494.
18. Voshchynskiy, V.S., Voshchynskiy, V.V. and Andruk, M.S. (2017), "Kompleks zasobiv nazemnoho kontroliu ta upravlinnia protsesom burinnia i remontu naftovykh ta hazovykh sverdlovyn SKUB-M2-00" [Complex of means for ground control and management of drilling and repair processes for oil and gas wells SKUB-M2-00], *8th International Scientific Conference : Modern devices, materials and technologies for non-destructive control and technical diagnostics of machine-building and oil and gas industry equipment, November 14–16, Ivano-Frankivsk*, pp. 32-42.

Надійшла до редколегії 05.07.2019

Схвалена до друку 10.09.2019

## Відомості про автора:

## Ізмайлов Артем Вікторович

магістр  
асистент кафедри Прикарпатського національного  
університету ім. Василя Стефаника,  
Івано-Франківськ, Україна  
<https://orcid.org/0000-0002-6165-7490>

## Information about the author:

## Artem Izmailov

Master  
Assistant Lecturer of the Department  
of Vasyl Stefanyk Precarpathian National University,  
Ivano-Frankivsk, Ukraine  
<https://orcid.org/0000-0002-6165-7490>

**ДИСКРЕТНОЕ ТРОИЧНОЕ СИММЕТРИЧНОЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЕ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ  
В КОМПЬЮТЕРИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМАХ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ И КОНТРОЛЯ  
ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССОВ И СРЕД**

А.В. Измайлов

Рассматривается дискретное вейвлет-преобразование на основе троичных симметричных функций и эффективность его применения для уменьшения объема памяти, необходимого для хранения данных в компьютеризированных системах диагностики и контроля параметров процессов и сред. В предложенном преобразовании применены две системы вейвлет-функций, чем обеспечено повышение эффективности анализа гладких функций на основе преобразования. На основе фильтровой формы предложенного преобразования разработано аппаратно-программное средство, которое применено в качестве компонента комплекса средств наземного контроля и управления процессом бурения нефтяных и газовых скважин. Применение разработанного средства обеспечило уменьшение объема памяти, необходимого для хранения данных при одновременном уменьшении погрешности восстановления по сравнению с существующими вейвлет-преобразованиями.

**Ключевые слова:** цифровая обработка информации, троичные симметричные функции, дискретное вейвлет-преобразование, вейвлет-функции, уменьшение объема памяти.

**DISCRETE SYMMETRIC TERNARY WAVELET TRANSFORM AND ITS APPLICATION  
IN COMPUTERIZED SYSTEMS OF DIAGNOSTICS AND  
MONITORING OF PARAMETERS OF PROCESSES AND ENVIRONMENTS**

A. Izmailov

The paper deals with the discrete wavelet transform based on symmetric ternary functions and its application effectiveness for reduction of memory volume required for data storage in computerized systems of diagnostics and monitoring of parameters of processes and environments. In the introduced transform two systems of wavelet functions are used instead of the usual one. The second system of wavelet functions was introduced in order to solve the problem of spectrum coverage due to the scaling parameter of the transform equal to three. The introduction of the second system of wavelet functions assured increased effectiveness of wavelet analysis of smooth functions. Besides, it was proved that the introduced discrete symmetric ternary wavelet transform is the orthogonal one. This property highlighted the high capabilities of the introduced transform for reducing the input data autocorrelation and leads to effective reduction of memory volume required for data storage without losing the high quality of data analysis. The filter form of the introduced transform was successfully implemented in the respective device. This device consists of both hardware and software components and was applied as the component of the complex for ground-based control and management of drilling oil and gas wells. Based on this implementation the effectiveness analysis was conducted in order to prove the application effectiveness of the introduced transform in systems of diagnostics and monitoring of parameters of processes and environments. The results showed not only greater reduction of memory volumes for data storage but also lower values of the recovery error in comparison to existing wavelet transforms. Due to the acquired results it is concluded that the discrete symmetric ternary wavelet transform combines simplicity of hardware and software implementation with high reduction of memory volume capabilities and effective detecting of high frequency characteristics of digital data imposed on the low frequency ones. The last property was inherited by the introduced discrete transform from the continuous one. Further studies consist of implementation of the discrete symmetric ternary wavelet transform in different devices designed for different specialized systems of diagnostics and monitoring of parameters of processes and environments.

**Keywords:** digital information processing, symmetric ternary functions, discrete wavelet transform, wavelet functions, reduction of memory volume.