УДК 621.396.664

А.Ф. Лазутський, А.В. Челпанов

ГОТОВНІСТЬ РАДІОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ З ВИПАДКОВИМ ПЕРІОДОМ КОНТРОЛЮ

Розглядаються можливість і ефективність проведення контролю функціонування радіотехнічних систем (РТС) у часових циклах, вільних від обробки вхідної інформації. При цьому період контролю стає величиною випадковою, залежною від інтенсивності потоку вхідних впливів. Як критерій ефективності застосовується коефіцієнт готовності РТС.

Постановка проблеми

Важливою умовою забезпечення ефективності складних радіотехнічних систем (РТС) є проведення періодичного контролю працездатності.

У ряді РТС, наприклад, у радіолокаційних станціях, обробка інформації здійснюється за часовими циклами, причому режим роботи на кожний цикл установлюється залежно від наявності вхідної інформації (цілей) у попередньому циклі. "Вільні" від обробки цикли можуть бути передані для проведення контрольних тестів.

Важливою перевагою контролю у вільних часових циклах є те, що не переривається обробка вхідної інформації. Однак при цьому період контролю стає величиною випадковою, залежною від параметрів потоку вхідної інформації.

До недоліків методу необхідно віднести такі:

збільшення часу наявності прихованої несправності при великій інтенсивності потоку цілей (через різке зростання періоду контролю);

ускладнення алгоритму контролю.

Виникає завдання оцінювання експлуатаційної ефективності РТС при проведенні контролю у вільних часових циклах її роботи.

Аналіз літератури

У відомій літературі в основному розглядаються характеристики надійності систем з постійним періодом контролю. Аналіз готовності систем з циклічним контролем працездатності наведений у [1], проте тут враховується тільки той варіант, коли для проведення контролю достатньо одного часового циклу.

Мета статті – розглянути кілька основних варіантів (алгоритмів) контролю. Як показник експлуатаційної ефективності РТС приймається коефіцієнт готовності $K_Г$. Проведено порівняльне кількісне оцінювання величини $K_Г$ РТС для різних варіантів організації контролю.

Основний матеріал

Одержимо у загальному вигляді вираз для коефіцієнта готовності РТС при випадковому періоді контролю.

Часовий графік роботи РТС (у вигляді одного з етапів) наведений на рис. 1.

Тут ψ – випадковий час безвідмовної роботи РТС; η – випадковий час наявності прихованої несправності; υ – випадковий час усунення несправності; $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n$ – випадкові значення періоду контролю, що залежать від параметрів потоку вхідних впливів.

Зробимо наступні припущення:

величини ψ, υ, τ_I – незалежні;

закони розподілу часу безвідмовної роботи РТС P(t) і часу відновлення H(t) – експоненційні, тобто

$$P(t) = e^{-\lambda t}; \quad H(t) = e^{-\mu t},$$

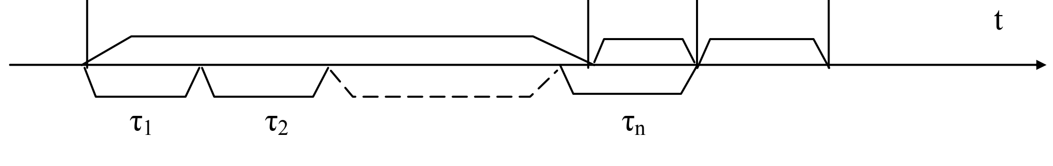

Рис. 1. Часовий графік роботи РТС

де $\lambda = \dfrac{1}{T_0}$; $\mu = \dfrac{1}{T_B}$;

λ – інтенсивність відмов апаратури;

μ – інтенсивність відновлення;

T_0, T_B – середній час безвідмовної роботи РТС і середній час відновлення.

Величину коефіцієнта готовності K_Γ можна представити як середню долю часу перебування РТС у справному стані:

$$K_\Gamma = \frac{T_0}{M[\mu+\eta]+T_B},$$

де $M[\psi + \eta]$ – математичне сподівання суми випадкових величин ψ і η.

Значення $M[\psi + \eta]$ можна записати так [1]:

$$M[\psi+\eta] = \frac{M[\tau_к]}{1-q^*(\lambda)},$$

де $M[\tau_к]$ – середнє значення величини періоду контролю;

$q^*(\lambda)$ – перетворення Лапласа величини $q(\tau)$ для значення λ;

$q(\tau)$ – щільність розподілу величини періоду контролю.

Отже, величина K_Γ запишеться у вигляді

$$K_\Gamma = \frac{[1-q^*(\lambda)]}{\lambda M[\tau_к]+\lambda T_B[1-q^*(\lambda)]}. \quad (1)$$

Розглянемо такі основні варіанти організації контролю в РТС.

Перший варіант. ***Контроль з накопиченням інформації.*** Ухвалення рішення про працездатність апаратури провадиться після проходження m контрольних тестів. Для цього необхідна наявність m вільних часових циклів незалежно від того, чергуються вони чи ні з циклами, зайнятими на обробку вхідної інформації.

Другий варіант. ***Контроль зі скиданням інформації.*** Ухвалення рішення про працездатність апаратури провадиться тільки при наявності m вільних часових циклів поспіль (інакше попередня контрольна інформація скидається).

Третій варіант. ***Контроль комбінований.*** Якщо за час S часових циклів контроль не проходить ($S \ge m$), то він призначається примусово, незалежно від наявності вхідної інформації. Цей варіант є проміжним порівняно з контролем у вільних часових циклах і контролем з постійним періодом.

Розглянемо ефективність РТС з різними варіантами організації контролю.

Перший варіант. Щоб записати вираз для коефіцієнта готовності, необхідно спочатку визначити закон розподілу величини періоду контролю $M[\tau_к]$ і значення $q^*(\lambda)$.

Потік вхідних впливів вважаємо пуассонівським. Тоді імовірність появи j заявок на обробку в інтервалі часу τ буде визначатися так:

$$P_j(\tau) = \frac{(\nu\tau)^j}{j!} e^{-\nu\tau_ц},$$

де ν – інтенсивність потоку.

Зробимо наступні позначення:

$\tau_ц$ – тривалість одного часового циклу роботи РТС;

А – імовірність події, що за час $\tau_ц$ хоча б один цільовий канал РТС був вільним (для проведення контролю).

Імовірність А для одноцільової системи ($N = 1$) визначається з виразу

$$A = e^{-\nu\tau_ц}.$$

Якщо контроль може бути проведений за час одного циклу (кількість контрольних тестів $m = 1$), то величина періоду контролю $\tau_к$ буде підпорядковуватися геометричному розподілу

$$P(\tau_к = n\tau_ц) = A(1-A)^{n-1} =$$
$$= e^{-\nu\tau_ц}(1-e^{-\nu\tau_ц})^{n-1},$$

де $n = 1, 2, \ldots, \infty$.

При необхідності проведення m контрольних тестів величина $\tau_к$ буде підпорядковуватися розподілу Паскаля:

$$P(\tau_к = n\tau_ц) = C_{n-1}^{m-1} e^{-m\nu\tau_ц}(1-e^{-\nu\tau_ц})^{n-m},$$

де $n \ge m$.

Математичне сподівання величини періоду контролю визначиться так:

$$M[\tau_к] = \sum_{i=m}^{\infty} j\tau_ц P(\tau_к = i\tau_ц) = m\tau_ц e^{\nu\tau_ц}. \quad (2)$$

Знайдемо вираз для $q^*(\lambda)$.

Дискретне перетворення Лапласа величини $q(\tau)$ буде записано у вигляді

$$q^*(p) = \sum_{i=m}^{\infty} P(\tau_к = i\tau_ц) e^{-pi\tau_ц}.$$

Тоді

$$q^*(p) = \sum_{i=m}^{\infty} C_{i-1}^{m-1} e^{-m\nu\tau_ц} \left(1 - e^{-\nu\tau_ц}\right)^{i-m} e^{-i\lambda\tau_ц} =$$

$$= \left(e^{\nu\tau_ц} - 1\right)^{-m} \sum_{i=m}^{\infty} C_{i-1}^{m-1} B^i, \qquad (3)$$

де $B = (1 - e^{-\nu\tau_ц}) e^{-\lambda\tau_ц}$.

Значення суми у виразі (3) можна визначити методом математичної індукції:

$$\sum_{i=m}^{\infty} C_{i-1}^{m-1} B^i =$$

$$\sum_{j=1}^{\infty} \left[\left(C_{m+j-1}^{m-1} - C_{m+j-2}^{m-1} \right) \sum_{k=m+j}^{\infty} B^k \right] + \sum_{j=m}^{\infty} B^j =$$

$$= \frac{B^m}{1-B} \sum_{j=0}^{\infty} C_{m+j-2}^{m-2} B^j.$$

Позначимо i = m + j – 1, тоді

$$\sum_{i=m}^{\infty} C_{i-1}^{m-1} B^i = \frac{B}{1-B} \sum_{i=m-1}^{\infty} C_{i-1}^{m-2} B^i =$$

$$= \frac{B^2}{(1-B)^2} \sum_{i=m-2}^{\infty} C_{i-1}^{m-3} B^i = \ldots$$

$$\ldots = \frac{B^{m-1}}{(1-B)^{m-1}} \sum_{i=m-m}^{\infty} C_{i-1}^{m-m} B^i = \frac{B^m}{(1-B)^m}.$$

Після перетворень будемо мати:

$$q^*(\lambda) = \left(1 + e^{(\nu+\lambda)\tau_ц} - e^{\nu\tau_ц}\right)^{-m}. \qquad (4)$$

Підставляючи значення (2) і (4) у (1), одержимо

$$K_Г = \left\{ \frac{\lambda\ m\ \tau_ц e^{\nu\tau_ц}}{1 - \left[1 + e^{(\nu+\lambda)\tau_ц} - e^{\nu\tau_ц}\right]^{-m}} + \lambda\, T_B \right\}^{-1}. \qquad (5)$$

У випадку багатоцільової РТС (N > 1) контрольний тест може бути проведений, якщо в межах часового циклу $\tau_ц$ є хоча б один вільний цільовий канал. Тоді імовірність А буде обчислюватися як

$$A = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\left(\nu\tau_ц\right)}{i!} e^{-\nu\tau_ц}, \qquad (6)$$

і далі при визначенні виразу для $K_Г$ необхідно використовувати це значення імовірності А.

Другий варіант. Для даного варіанта контроль завершиться в тому випадку, якщо вільні цільові канали будуть мати місце у ході m часових циклів поспіль.

Аналогічна задача про серію успіхів розглядалася В. Феллером [2]. Ним отримано наближений вираз для закону розподілу часу появи серії успіхів (у нашому випадку серії з m циклів з вільними цільовими каналами):

$$P(\tau_к = n\tau_ц) \approx EF^n, \qquad (7)$$

де
$$E = \frac{(x-1)(1-Ax)}{(m+1-mx)(1-A)x}; \quad F = \frac{1}{x}; \qquad (8)$$

x – корінь рівняння $(1 - A)(1 + Ax + A2x^2 + ... + A_m - 1x_{m-1}) = 1$.

При пуассонівському потоці вхідної інформації А обчислюється за формулою (6).

Визначимо $M[\tau_к]$. Позначимо через Y_j тривалість часового інтервалу $(y_j - y_{j-1})$, j = 1, 2, …, ∞, де y_j – момент закінчення j-го часового циклу, у якому відсутні вільні цільові канали, або момент закінчення контролю (у другому випадку $Y_{j+1} = Y_{j+2} = \ldots = 0$).

Тоді тривалість контролю визначиться як

$$\tau_к = \sum_{j=1}^{\infty} Y_j .$$

Відповідно можна записати

$$M[\tau_к] = \sum_{j=1}^{\infty} M[Y_j].$$

Закон розподілу величини Y_1 можна записати так:

$$P(Y_1 = n\tau_ц) =$$

$$= \begin{cases} (1-A)A^{n-1} & \text{при } n < m; \\ \sum_{n=m}^{\infty} (1-A)A^{n-1} = A^{m-1} & \text{при } n = m; \\ 0 & \text{при } n > m. \end{cases}$$

Тоді

$$M[Y_1] = \sum_{i=1}^{m} i\tau_ц P(Y_1 = i\tau_ц) = \tau_ц \frac{1 - A^m}{1 - A}.$$

Тривалість Y ≠ 0, якщо за час попередніх (j – 1) інтервалів часу контроль не закінчиться (позначимо подію U). Тоді

$$P(Y_j = i\tau_ц) = P(Y_j = i\tau_ц / U) P(U),$$

але $\qquad P(Y_j = i\tau_ц / U) = P(Y_1 = i\tau_ц),$

отже $\qquad M[Y_j] = P(U)M[Y_1].$

Імовірність події U визначається як

$$P(U) = (1 - A^m)^{j-1},$$

тоді

$$M[\tau_к] = \sum_{j=1}^{\infty} P(U)M[Y_j] = \frac{(1-A^m)\tau_ц}{(1-A)A^m}. \qquad (9)$$

Визначимо q*(λ), використовуючи наближений вираз (7):

$$q^*(\lambda) = \sum_{i=m}^{\infty} EF^i e^{-\lambda i\tau_ц} =$$

$$= \frac{(x-1)(1-Ax)\tau_ц e^{-m\lambda\tau_ц}}{(1-A)(m+1-mx)(x-e^{-\lambda\tau_ц})x^m}. \qquad (10)$$

Підставляючи (9) і (10) у (1), для $K_Г$ одержимо:

$$K_Г = \left\{ \left[\left((m+1-mx)(x-e^{-\lambda\tau_ц})x^m (A^{-m}-1)\tau_ц \right) \times \right.\right.$$

$$\times \left(x^m (M+1-mx)(1-A)(x-e^{-\lambda\tau_ц} - \right.$$

$$\left.\left. - (x-1)(1-Ax)\tau_ц e^{-m\lambda\tau_ц} \right)^{-1} \right] + \lambda T_B \Big\}^{-1}. \qquad (11)$$

При контролі із скиданням інформації середнє значення величини періоду контролю, як правило, значно більше, ніж при контролі з накопиченням (особливо при A << 1). Тому в ряді випадків доцільно використовувати комбінований метод контролю.

Третій варіант. Розподіл величини періоду контролю для даного варіанта можна записати так:

$$P(\tau_к = n\tau_ц) = \begin{cases} EF^n & \text{при } m \le n \le S; \\ \sum\limits_{n=S+1}^{\infty} EF^n = \dfrac{EF^{S+1}}{1-F} & \text{при } n = S+m; \\ 0 & \text{при } n < m, \\ & S < n < S+m, n > S+m, \end{cases}$$

де S – кількість часових циклів (з моменту закінчення попереднього контролю), після закінчення яких контроль призначається примусово;

E, F визначаються як для (8).

Знайдемо $M[\tau_к]$ і q*(λ):

$$M[\tau_к] = \sum_{i=m}^{S} i\tau_ц EF^i + \sum_{i=S+1}^{\infty}(m+S)\tau_ц EF^i =$$

$$= \frac{E\tau_ц}{(1-F)^2}\left[F^m(m-mF+F) + F^{S+1}(m-mF-1)\right]; \qquad (12)$$

$$q^*(\lambda) = \sum_{i=m}^{S} EF^i e^{-\lambda i\tau_ц} + \frac{EF^{S+1}e^{-\lambda(S+m)\tau_ц}}{1-F} =$$

$$= EF^m e^{-\lambda m\tau_ц} \times$$

$$\times \left[\frac{1-(Fe^{-\lambda\tau_ц})^{S-m+1}}{1-Fe^{-\lambda\tau_ц}} + \frac{F^{S-m+1}e^{-\lambda S\tau_ц}}{1-F} \right]. \qquad (13)$$

У виразі для $K_Г$ необхідно врахувати втрати часу на контроль, примусово призначуваний після закінчення часу $\tau = S\tau_ц$, коли РТС незалежно від наявності вхідної інформації переходить до обробки контрольних тестів.

При цьому середні втрати часу $T_П$ на інтервалі часу T_0 можна записати як

$$T_П = \frac{T_0}{M[\tau_к]} P(\tau_к > S\tau_ц) m\tau_ц =$$

$$= \frac{m\tau_ц T_0}{M[\tau_к]} \sum_{i=S+1}^{\infty} EF^i =$$

$$= \frac{mT_0(1-F)}{F^{m-S-1}(m-mF+F)+m-mF-1}. \qquad (14)$$

Вираз для коефіцієнта готовності $K_Г$ при комбінованому контролі з урахуванням $T_П$ буде записаний так:

$$K_Г = \left\{ \frac{\lambda M[\tau_к]}{1-q^*(\lambda)} + \lambda T_B + T_П \right\}^{-1}. \qquad (15)$$

Підставляючи (12), (13) і (14) у (15), одержимо для $K_Г$:

$$K_Г = \left\{ \left(\lambda E\tau_ц \left[F^m(m-mF+F) + F^{S+1}(m-mF-1) \right] \right) \times \right.$$

$$\times \left((1-F)^2 \left\{ 1 - EF^m e^{-\lambda m\tau_ц} \times \right.\right.$$

$$\left.\left.\left. \times \left[\frac{1-(Fe^{-\lambda\tau_ц})^{S-m+1}}{1-Fe^{-\lambda\tau_ц}} + \frac{F^{S-m+1}e^{-\lambda S\tau_ц}}{1-F} \right] \right\} \right)^{-1} + \right.$$

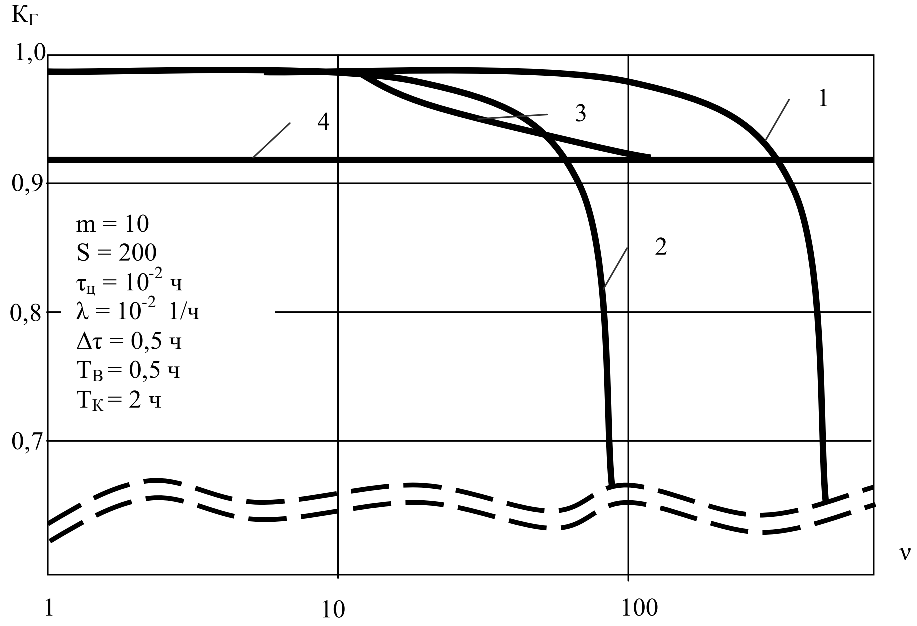

Рис. 2. Порівняльний аналіз залежності величини $К_Г$ від інтенсивності потоку вхідної інформації ν

$$+\left.\frac{mT_0(1-F)}{F^{m-S-1}(m-mF+F)+m-mF-1}+\lambda T_B\right\}^{-1}\cdot (16)$$

Висновки

Отримані для величини коефіцієнта готовності вирази (5), (11) і (16) дозволяють оцінити ефективність РТС при різних варіантах організації контролю.

Як приклад для деяких значень експлуатаційних параметрів РТС проведено порівняльний аналіз залежності величини $К_Г$ від інтенсивності потоку вхідної інформації ν (рис. 2).

Тут розглядаються такі варіанти:

1) контроль з накопиченням інформації;

2) контроль із скиданням інформації;

3) комбінований контроль;

4) періодичний контроль при постійній величині періоду контролю $Т_К$.

Отримані графічні залежності показують, що при невеликих значеннях ν більш ефективним є контроль у вільних часових циклах роботи системи (криві 1, 2, 3).

При $\nu\tau_ц >> 1$ ($A << 1$) величина $К_Г$ швидко зменшується (особливо для другого варіанта) через різке збільшення періоду контролю.

РТС із комбінованим контролем вільна від цього недоліку (крива 3). При $\nu \to \infty$ її характеристики наближаються до характеристик системи з постійним періодом контролю (при $Т_К = S\tau_ц$).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Квасков Б.Н. Некоторые стационарные характеристики надежности систем с циклическим контролем работоспособности // Вопросы радиоэлектроники. – 1969. – Серия 12. – Вып. 13. – С. 7 – 10.
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. – М.: Мир, 1984. – Т. 1. – 255 с.

Надійшла 20.01.2005

Рецензент: д-р техн. наук професор В.Д. Карлов, Харківський університет Повітряних Сил.