

УДК 621.327:629.391

И.В. Рубан, М.Н. Колмыков, С.В. Дуденко

БЫСТРЫЙ АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ ТРАНСФОРМАНТЫ ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ХАРТЛИ

Приведен быстрый алгоритм формирования трансформанты дискретного преобразования Хартли. Проведена сравнительная оценка данного алгоритма по отношению к «классическому».

Постановка задачи

В настоящее время при обработке и хранении графической информации широко используют методы и алгоритмы сжатия изображений. Наиболее эффективными методами сжатия изображений, которые обладают высокими компрессионными свойствами, являются методы на основе ортогональных преобразований. Однако ортогональные преобразования занимают до 90 % времени выполнения всего метода сжатия. Использование быстрых алгоритмов в ортогональных преобразованиях позволяет уменьшить количество арифметических операций, что в свою очередь позволяет упростить их техническую реализацию.

Анализ литературы

Исходя из анализа литературы [1, 2, 5, 6] одним из перспективных ортогональных преобразований, которое может использоваться для создания эффективных алгоритмов и методов сжатия изображений, является дискретное преобразование Хартли (ДПХ). Для данного преобразования Р.Н. Брейсуэлл в 1984 г. предложил алгоритм быстрого преобразования Хартли (БПХ) как альтернативу быстрому преобразованию Фурье для спектрального анализа, цифровой обработки сигналов и вычисления свертки [2, 4]. Однако данный способ расчета БПХ разрабатывался для быстрого расчета преобразования Фурье, и соответственно его сравнение проводилось с различными вариантами быстрого преобразования Фурье, следовательно, разработчиками не рассматривалась оптимизация данного вида преобразования непосредственно под конкретное применение в различных методах обработки информации.

Цель статьи – предложить алгоритм быстрого формирования трансформанты ДПХ для использования его в методах сжатия изображений на основе преобразования Хартли; провести сравнительную оценку алгоритма с «классическим» ДПХ.

Основной материал

Исследования по разработке алгоритмов и методов сжатия изображений на основе ДПХ показали, что оптимальный размер трансформанты ДПХ при обработке изображений составляет 16×16 элементов [5, 8].

С целью повышения эффективности процедуры преобразования изображений используются такие подходы [4, 6]:

1. Переход к целочисленным типам данных.
2. Уменьшение общего количества операций за счет:
 - исключения операций сложения/вычитания элементов, значения которых равно нулю;
 - исключения операций умножения на «1» и «0»;
 - сокращения общего количества арифметических операций за счет исключения дублирующихся операций.

3. Распараллеливание операций преобразования.

При разработке алгоритма, исходя из выражения прямого ДПХ [2, 5], на первом этапе определили порядок формирования коэффициентов ДПХ для матрицы исходных значений размерностью 16×16 элементов:

$$H(v_1, v_2) = (1/256)[a_{0,0}f(0,0) + a_{0,1}f(0,1) + a_{0,2}f(0,2) + \dots + a_{15,15}f(15,15)], \quad (1)$$

где $a_{\tau_1, \tau_2} = \cos[(2\pi v_1 \tau_1 / N_1) + (2\pi v_2 \tau_2 / N_2)]$. (2)

На втором этапе представили каждую из 256 последовательностей формирования коэффициента ДПХ в виде матрицы

$$H^a(v_1, v_2) = \begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & \dots & a_{0,16} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & \dots & a_{1,16} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{15,0} & a_{15,1} & \dots & a_{15,15} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Каждую полученную матрицу разместили на месте, соответствующем искомому коэффициенту ДПХ в трансформанте 16×16 . Проанализировали все полученные матрицы $\{H^a(0,0), H^a(0,1), H^a(0,2), \dots, H^a(15,15)\}$ и объединили их в 31 область H^T на основе признака относительно равных значений a_{τ_1, τ_2} (табл. 1), что обусловлено внутренней структурой преобразования:

$$H^0 = \{H_{0,0}, H_{0,4}, H_{0,8}, H_{0,12}, H_{4,0}, H_{4,4}, H_{4,8}, H_{4,12}, H_{8,0}, H_{8,4}, H_{8,8}, H_{8,12}, H_{12,0}, H_{12,4}, H_{12,8}, H_{12,12}\};$$

$$H^1 = \{H_{0,1}, H_{0,5}, H_{0,9}, H_{0,13}, H_{8,1}, H_{8,5}, H_{8,9}, H_{8,13}\};$$

$$H^2 = \{H_{0,3}, H_{0,7}, H_{0,11}, H_{0,15}, H_{8,3}, H_{8,7}, H_{8,11}, H_{8,15}\};$$

$$H^3 = \{H_{0,2}, H_{0,6}, H_{0,10}, H_{0,14}, H_{8,2}, H_{8,6}, H_{8,10}, H_{8,14}\};$$

Размещение $H^a(v_1, v_2)$ по областям

$H^a(v_1, v_2)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	1	3	2	0	1	3	2	0	1	3	2	0	1	3	2
1	4	7	30	19	13	20	21	10	4	7	30	19	13	20	21	10
2	5	22	8	26	14	27	11	25	5	22	8	26	14	27	11	25
3	6	23	28	9	15	12	29	24	6	23	28	9	15	12	29	24
4	0	16	17	18	0	18	17	16	0	16	17	18	0	18	17	16
5	4	24	29	12	15	9	28	23	4	24	29	12	15	9	28	23
6	5	25	11	27	14	26	8	22	5	25	11	27	14	26	8	22
7	6	10	21	20	13	19	30	7	6	10	21	20	13	19	30	7
8	0	1	3	2	0	1	3	2	0	1	3	2	0	1	3	2
9	4	7	30	19	13	20	21	10	4	7	30	19	13	20	21	10
10	5	22	8	26	14	27	11	25	5	22	8	26	14	27	11	25
11	6	23	28	9	15	12	29	24	6	23	28	9	15	12	29	24
12	0	16	17	18	0	18	17	16	0	16	17	18	0	18	17	16
13	4	24	29	12	15	9	28	23	4	24	29	12	15	9	28	23
14	5	25	11	27	14	26	8	22	5	25	11	27	14	26	8	22
15	6	10	21	20	13	19	30	7	6	10	21	20	13	19	30	7

$H^4 = \{H_{1.0}, H_{1.8}, H_{5.0}, H_{5.8}, H_{9.0}, H_{9.8}, H_{13.0}, H_{13.8}\};$

$H^5 = \{H_{2.0}, H_{2.8}, H_{6.0}, H_{6.8}, H_{10.0}, H_{10.8}, H_{14.0}, H_{14.8}\};$

$H^6 = \{H_{3.0}, H_{3.8}, H_{7.0}, H_{7.8}, H_{11.0}, H_{11.8}, H_{15.0}, H_{15.8}\};$

$H^7 = \{H_{1.1}, H_{1.9}, H_{7.7}, H_{7.15}, H_{9.1}, H_{9.9}, H_{15.7}, H_{15.15}\};$

$H^8 = \{H_{2.2}, H_{2.10}, H_{6.6}, H_{6.14}, H_{10.2}, H_{10.10}, H_{14.6}, H_{14.14}\};$

$H^9 = \{H_{3.3}, H_{3.11}, H_{5.5}, H_{5.13}, H_{11.3}, H_{11.11}, H_{13.5}, H_{13.13}\};$

$H^{10} = \{H_{1.7}, H_{1.15}, H_{7.1}, H_{7.9}, H_{9.7}, H_{9.15}, H_{15.1}, H_{15.9}\};$

$H^{11} = \{H_{2.6}, H_{2.14}, H_{6.2}, H_{6.10}, H_{10.6}, H_{10.14}, H_{14.2}, H_{14.10}\};$

$H^{12} = \{H_{3.5}, H_{3.13}, H_{5.3}, H_{5.11}, H_{11.5}, H_{11.13}, H_{13.3}, H_{13.11}\};$

$H^{13} = \{H_{1.4}, H_{1.12}, H_{7.4}, H_{7.12}, H_{9.4}, H_{9.12}, H_{15.4}, H_{15.12}\};$

$H^{14} = \{H_{2.4}, H_{2.12}, H_{6.4}, H_{6.12}, H_{10.4}, H_{10.12}, H_{14.4}, H_{14.12}\};$

$H^{15} = \{H_{3.4}, H_{3.12}, H_{5.4}, H_{5.12}, H_{11.4}, H_{11.12}, H_{13.4}, H_{13.12}\};$

$H^{16} = \{H_{4.1}, H_{4.7}, H_{4.9}, H_{4.15}, H_{12.1}, H_{12.7}, H_{12.9}, H_{12.15}\};$

$H^{17} = \{H_{4.2}, H_{4.6}, H_{4.10}, H_{4.14}, H_{12.2}, H_{12.6}, H_{12.10}, H_{12.14}\};$

$H^{18} = \{H_{4.3}, H_{4.5}, H_{4.11}, H_{4.13}, H_{12.3}, H_{12.5}, H_{12.11}, H_{12.13}\};$

$H^{19} = \{H_{1.3}, H_{1.11}, H_{7.5}, H_{7.13}, H_{9.3}, H_{9.11}, H_{15.5}, H_{15.13}\};$

$H^{20} = \{H_{1.5}, H_{1.13}, H_{7.3}, H_{7.11}, H_{9.5}, H_{9.13}, H_{15.3}, H_{15.11}\};$

$H^{21} = \{H_{1.6}, H_{1.14}, H_{7.2}, H_{7.10}, H_{9.6}, H_{9.14}, H_{15.2}, H_{15.10}\};$

$H^{22} = \{H_{2.1}, H_{2.9}, H_{6.7}, H_{6.15}, H_{10.1}, H_{10.9}, H_{14.7}, H_{14.15}\};$

$H^{23} = \{H_{3.1}, H_{3.9}, H_{5.7}, H_{5.15}, H_{11.1}, H_{11.9}, H_{13.7}, H_{13.15}\};$

$H^{24} = \{H_{3.7}, H_{3.15}, H_{5.1}, H_{5.9}, H_{11.7}, H_{11.15}, H_{13.1}, H_{13.9}\};$

$H^{25} = \{H_{2.7}, H_{2.15}, H_{6.1}, H_{6.9}, H_{10.7}, H_{10.15}, H_{14.1}, H_{14.9}\};$

$H^{26} = \{H_{2.3}, H_{2.11}, H_{6.5}, H_{6.13}, H_{10.3}, H_{10.11}, H_{14.5}, H_{14.13}\};$

$H^{27} = \{H_{2.5}, H_{2.13}, H_{6.3}, H_{6.11}, H_{10.5}, H_{10.13}, H_{14.3}, H_{14.11}\};$

$H^{28} = \{H_{3.2}, H_{3.10}, H_{5.6}, H_{5.14}, H_{11.2}, H_{11.10}, H_{13.6}, H_{13.14}\};$

$H^{29} = \{H_{3.6}, H_{3.14}, H_{5.2}, H_{5.10}, H_{11.6}, H_{11.14}, H_{13.2}, H_{13.10}\};$

$H^{30} = \{H_{1.2}, H_{1.10}, H_{7.6}, H_{7.14}, H_{9.2}, H_{9.10}, H_{15.6}, H_{15.14}\}.$

На третьем этапе разработки алгоритма на основе анализа внутренней структуры выделенных об-

ластей сократили выражения с коэффициентом $a_{\tau_1, \tau_2} = 0$, выделили повторяющиеся последовательности произведений $a_{\tau_1, \tau_2} f(\tau_1, \tau_2)$ и присвоили им значения промежуточных переменных $\{A_T, B_T, C_T, D_T, E_T, F_T, \dots, X_T\}$. Сформировали массив промежуточных переменных для получения каждого элемента трансформанты.

Например, $A_3 = f(0,0) + 1,3f(1,0) - 0,54f(2,0) + 0,54f(3,0) + f(4,0) + 1,3f(5,0) - f(6,0) + f(7,0) - f(8,0).$

На четвертом этапе искомые значения $H(v_1, v_2)$ выразили через промежуточные переменные:

$$H^T(v_1, v_2) = A_T + B_T + C_T + \dots + X_T. \quad (4)$$

На последнем этапе сформировали математические выражения определения каждого из 256 элементов трансформанты.

Таким образом, с целью повышению эффективности процедуры преобразования участка изображения на основе ДПХ предложен алгоритм быстрого формирования трансформанты ДПХ 16×16 (рис. 1).

Сравнительная оценка. При использовании предложенного алгоритма в методах сжатия изображений на основе ДПХ количество операций при формировании трансформанты ДПХ 16×16 соответствует данным, приведенным в табл. 2.

Преимущество предложенного алгоритма заключается в существенном сокращении времени выполнения преобразования Хартли, однако существуют два недостатка:

1) вещественный вид коэффициента a_{τ_1, τ_2} , обусловленный выражением ДПХ;

2) увеличенный объем памяти за счет введения промежуточных переменных.

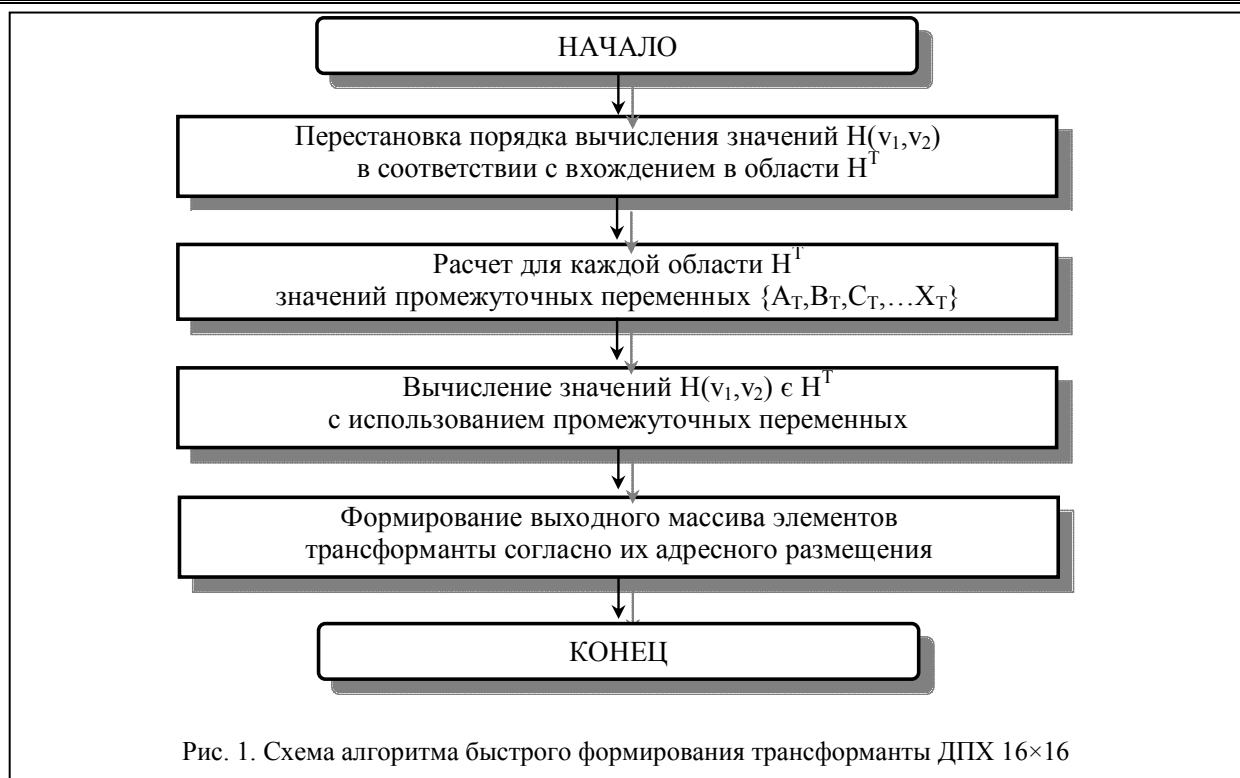


Рис. 1. Схема алгоритма быстрого формирования трансформанты ДПХ 16×16

Таблица 2

Количество операций при формировании трансформанты ДПХ 16×16

	Количество операций сложения/вычитания	Количество операций умножения
При использовании ДПХ ²	65280	65536
При использовании алгоритма быстрого формирования трансформанты ДПХ 16×16	25452	16896
Выигрыш, %	60 %	70 %

Но, учитывая то, что одной из особенностей развития современного поколения вычислительных средств является увеличение размеров оперативных запоминающих устройств, можно утверждать, что увеличение объема памяти для хранения промежуточных результатов при реализации предложенного алгоритма не повлияет на производительность системы, в которой будет реализован алгоритм.

К преимуществам использования предложенного алгоритма следует отнести:

существенное сокращение количества операций в сравнении с «классическим» двумерным ДПХ при расчете элементов трансформанты 16×16;

возможность распараллелить выполнение второго и третьего этапов алгоритма, что позволит его реализовать на вычислительных средствах с конвейерной обработкой.

Вывод

Предложенный алгоритм быстрого формирования трансформанты ДПХ позволяет сократить количество операций двумерного преобразования Хартли для трансформант размерностью 16×16 на 60 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ахмед Н., Рао К.Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов / Под ред. И.Б. Фоменко. – М.: Связь, 1980. – 248 с.
2. Брейсуэлл Р. Преобразование Хартли. – М.: Мир, 1990. – С. 34 – 43.
3. Ватолин Д.С. Алгоритмы сжатия изображений: Методическое пособие. – М.: МГУ, 1999. – С. 4 – 9.
4. Засядько А.А. и др. К анализу эффективности алгоритмов и программ быстрых ортогональных дискретных преобразований // Электронное моделирование. – 1998. – № 6. – С. 109 – 111.
5. Колмыков М.Н. Алгоритм компактного представления статичних изображений // Системи обробки інформації: Зб. наук. пр. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вип. 2. – С. 35 – 38.
6. Уинтц П.А. Кодирование изображений по средством преобразований // ТИИЭР. – 1972. – № 7. – С. 69 – 110.
7. Прэтт У.К. Цифровая обработка изображений. – М.: Мир, 1982. – Кн. 2. – 480 с.
8. Рубан И.В., Колмыков М.Н., Новиков В.И. Оценка качества обработки изображений на основе преобразования Хартли // Радиоелектронні і комп'ютерні системи. – 2003. – № 4. – С. 135 – 138.

Поступила 16.12.2005

Рецензент: д-р техн. наук профессор Ю.В. Стаев, Харьковский университет Воздушных Сил.