

УДК 530.1.537.86+621.396.96

Р.Е. Пащенко, О.І. Вовк, О.О. Окунєв

## ФІЛЬТРАЦІЯ ФРАКТАЛЬНИХ РАДІОЛОКАЦІЙНИХ СИГНАЛІВ

*Розглядається прикладення теорії фракталів до побудови фрактальних радіолокаційних сигналів. Оцінено можливість фільтрації таких сигналів, а також показані переваги обробки ЛЧМ фрактального сигналу в порівнянні з класичним широкосмуговим сигналом.*

### Постановка проблеми та аналіз літератури

Одним з напрямків підвищення можливостей радіотехнічних систем є застосування різноманітних складних сигналів, характерною рисою яких є широкосмуговість. Ця їх особливість визначає, поперше, поліпшену роздільну здатність РЛС за дальністю і, по-друге, забезпечує стійкість функціонування систем в умовах впливу завад [1, 2].

В останні десятиліття намітився новий підхід до вирішення проблеми розширення спектра сигналів, пов'язаний із застосуванням динамічного хаосу [3, 4]. Формовані таким чином сигнали одержали назву хаотичних. Однак при практичній реалізації формувачів таких сигналів виникає серйозна проблема відтворюваності параметрів хаотичних електронних пристроїв від зразка до зразка [5]. Крім того, при використанні генераторів хаотичних сигналів виникають спотворення в перетворювальних трактах, а також збурні ефекти.

Перспективним представляється використання як широкосмугові сигнали для різних радіотехнічних систем: фрактальних сигналів, що займають проміжне положення між квазіперіодичними (детермінованими) і хаотичними сигналами [6].

Під фрактальним радіолокаційним сигналом (ФРС) розуміється система (сума) сигналів, що складається із самоподібних опорних коливань, які у якомусь смислі подібні цілому сигналові [6]. Дане визначення узгоджується з визначенням фрактала, яке введено Б. Мандельбротом [7], і враховує основну властивість фрактала – частина структури подібна цілому.

**Мета статті** – розглянути прикладення теорії фракталів до побудови фрактальних радіолокаційних сигналів, оцінити можливість фільтрації таких сигналів, а також показати переваги обробки ЛЧМ фрактального сигналу в порівнянні з класичним широкосмуговим сигналом.

### Основний матеріал

**Модель фрактального радіолокаційного сигналу з відомими параметрами.** В основі формування структури фрактального сигналу лежить гіпотеза

самоподібності, що допускає нескінченну серію вкладення один в одного однакових (гомеоморфних) об'єктів. При цьому об'єкт зменшується тільки в розмірі, але залишається гомеоморфним вихідному об'єктові. При формуванні фрактального сигналу під такими об'єктами варто розуміти окремі детерміновані коливання (наприклад, прості (гармонічні) сигнали, а також сигнали з кутовою модуляцією) гомеоморфні опорному (базовому) коливанню.

Властивостями фрактальних сигналів є їх дробова розмірність і гіперболічність зміни параметрів опорних коливань (гармонік), що входять у фрактальний сигнал (стиснення (зменшення) одного параметра і розтягання (збільшення) іншого). Масштаб зміни параметрів (при гіперболічності) однаковий (коефіцієнт стиснення дорівнює коефіцієнтові розтягання).

Фрактальний радіолокаційний сигнал характеризується не випадковим вектором-стовпцем  $\bar{U} = |u_n| = \bar{U}(\bar{\alpha})$ , який описує сукупність складових коливань, що беруть участь у формуванні такого сигналу;  $\bar{\alpha}$  – відомий векторний параметр ФРС. Розмірність вектора визначається кількістю складових коливань  $n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ). Надалі складову ФРС  $n = 0$  будемо називати опорним коливанням, а складові з  $n \geq 1$  – гомеоморфними [6]. Як опорні коливання можуть використовуватися або прості (гармонічні) коливання, або коливання з кутовою модуляцією.

Сім'я фрактальних недиференційованих функцій (функцій Больцано, Вейерштрасса, Ван дер Вардена) є математичною основою для синтезу фрактальних радіолокаційних сигналів. Для побудови моделі ФРС скористаємося фрактальною недиференційованою функцією Ван дер Вардена [8]

$$F_n(x, y) = \frac{F_0(4^n x, y)}{4^n}, \quad (1)$$

де  $F_0()$  – опорна функція;

$n = 0, 1, \dots, N$ ;

$N$  – кількість ітерацій функції.

Приймаючи як опорну функцію ЛЧМ коливання,

з урахуванням (1) запишемо математичний вираз ЛЧМ ФРС [9]

$$u(t) = \sum_{n=0}^N \frac{U}{k^n} \cos(\omega_0 t + 0,5hk^n t^2 + \varphi_0). \quad (2)$$

З виразу (2) випливає, що ФРС залежить не тільки від класичних параметрів (амплітуди  $U = \alpha_1$ , частоти  $\omega_0 = \alpha_2$ , початкової фази  $\varphi_0 = \alpha_3$ , швидкості зміни частоти  $h = \alpha_4$ ), але і від специфічних параметрів, до яких відносяться кількість складових коливачів  $N = \alpha_5$ , що беруть участь у його формуванні, коефіцієнт подібності (масштабування)  $k = \alpha_6$ .

Приймаючи як опорні сигнали гармонічне і КФМ коливання, можна одержати моделі гармонічного і КФМ фрактальних радіолокаційних сигналів.

Якщо як модель сигналу вибрати ФРС, який реалізується на основі простого гармонічного коливання, то його математичний вираз набуває вигляду [10]

$$u(t) = \sum_{n=0}^N \frac{U}{k^n} \sin(\omega_0 t k^n + \varphi_0). \quad (3)$$

У тому випадку, якщо моделлю сигналу є ФРС, який реалізується на основі опорного КФМ коливання, то математичний вираз такого сигналу можна записати у вигляді [11]

$$u(t) = \sum_{n=0}^N \frac{U}{k^n} \sin(\omega_0 t + \varphi_0 k^n \in 0, \pi). \quad (4)$$

Сигнали, які описуються виразами (2), (3) і (4), відносяться до сигналів з цілком відомими параметрами, у тому числі з відомою фрактальною розмірністю.

**Фільтрація радіолокаційного ЛЧМ фрактального сигналу.** Відомо [1], що стиснення широкопосмугових сигналів, до яких відносяться розглянуті класичний ЛЧМ і фрактальні сигнали, є найбільш ефективним, у смислі одержання максимально можливого відношення сигнал/шум, у результаті фільтрації. Імпульсна характеристика  $H(t)$  фільтра ЛЧМ сигналу  $u(t)$  відрізняється від функції, яка описує цей сигнал, тільки постійним множником  $C$ , деяким часовим запізнюванням  $t_0$  і знаком аргументу часу  $t$ . Виходячи з цього, вираз для імпульсної характеристики фільтра класичного ЛЧМ сигналу має вигляд [12]

$$H(t) = C \cos(2\pi f_0 t - 0,5ht^2 + \varphi_0), \quad (5)$$

де  $C = \sqrt{\frac{2\Delta f}{\tau\pi}}$  – постійна;

$\Delta f$  – девіація частоти;

$\tau$  – тривалість сигналу.

Особливість імпульсної характеристики  $H_{\text{ФРС}}(t)$  фільтра фрактального сигналу  $u(t)$  полягає в тому, що в ній враховується масштабна інваріантність (скейлінг) ФРС, яка визначається масштабним коефіцієнтом  $k^n$ . З урахуванням цієї особливості і властивостей імпульсної характеристики фільтра вираз для неї можна представити у вигляді

$$H_{\text{ФРС}}(t) = \sum_{n=0}^N \sqrt{\frac{2\Delta f k^n}{\tau\pi}} \cos(2\pi f_0 t - 0,5hk^n t^2 + \varphi_0). \quad (6)$$

На рис. 1,а,б наведені імпульсні характеристики фільтрів, отримані відповідно до виразів (5) і (6).

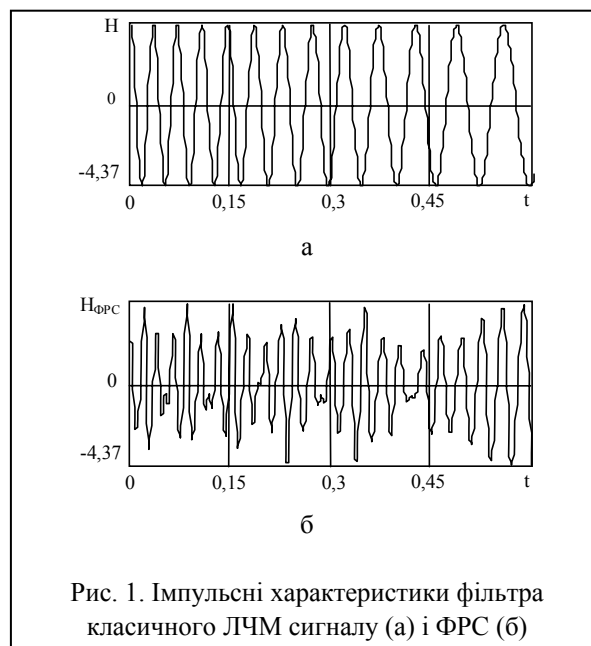


Рис. 1. Імпульсні характеристики фільтра класичного ЛЧМ сигналу (а) і ФРС (б)

Якщо на вхід фільтра подати ЛЧМ сигнал, що відповідає імпульсній характеристиці, яка представлена на рис. 1,а, то на його виході буде мати місце сигнал, який описаний виразом

$$U_{\text{ЛЧМ}}(t) = UC \left| \int_{t-t_0-0,5\tau}^{t-t_0+0,5\tau} \cos(2\pi f_0 x + 0,5hx^2) \times \cos(2\pi f_0 [t-x-t_0] - 0,5h[t-x-t_0]^2) dx \right|. \quad (7)$$

У свою чергу, якщо на вхід фільтра надходить фрактальний сигнал, якому відповідає імпульсна характеристика, показана на рис. 1,б, то на виході фільтра буде сигнал, який визначається за формулою

$$U_{\text{ФРС}}(t) = \sum_{n=0}^N \frac{UC}{\sqrt{k^n}} \left| \cos(2\pi f_0 x + 0,5hk^n x^2 + \varphi_0) \times \cos(2\pi f_0 [t-x-t_0] - 0,5hk^n [t-x-t_0]^2) \right|. \quad (8)$$

Аналіз виразів (7) і (8) показує, що по відношен-

ню до сигналів ці фільтри є автокореляційними пристроями. Через парність автокореляційної функції (АКФ) напруги вихідних сигналів (7) і (8) є парними функціями часу щодо моменту  $t_0$ .

Добре відомо [1, 12], що АКФ  $R(\tau)$  максимальна при  $\tau = x + t_0 = 0$ . Тому сигнал стискається фільтром і досягає максимального значення на його виході в момент  $t = t_0$ . Ці максимальні (пікові) значення стиснутих ЛЧМ і фрактального сигналів мають відповідно величини

$$U_{\max\text{ЛЧМ}}(t_0) = CR(0) = C \int_{-\infty}^{\infty} U_{\text{ЛЧМ}}^2(t) dt = CE_{\text{ЛЧМ}}, (9)$$

$$U_{\max\text{ФРС}}(t_0) = CR(0) = C \int_{-\infty}^{\infty} U_{\text{ФРС}}^2(t) dt = CE_{\text{ФРС}}. (10)$$

Таким чином, пікові значення класичного ЛЧМ і фрактального сигналів на виходах фільтрів пропорційні повним енергіям сигналів, які розглядаються на входах. Стиснуті ЛЧМ і фрактальний сигнали, розраховані за формулами (9) і (10), наведені відповідно на рис. 2,а і 2,б.

Порівняння рис. 2,а і 2,б показує, що рівень стиснення ФРС вище приблизно в два рази рівня стиснення класичного ЛЧМ сигналу. Таке перевищення є істотною перевагою фрактального сигналу перед класичним ЛЧМ сигналом. Рівень першої бічної пелюстки стиснутого ФРС складає величину 0,06 щодо основного піка і приблизно в три рази менше рівня першого бічної пелюстки (0,19) стиснутого

класичного ЛЧМ сигналу (рис. 3,а і 3,б).

Перевагою стиснутого ФРС перед стиснутим ЛЧМ сигналом є також більш висока роздільна здатність стиснутих фрактальних сигналів. Так, розділення стиснутого класичного ЛЧМ сигналу за критерієм Релея (на половинному рівні) складає 0,01 (рис. 3,а), у той час як розділення стиснутого ФРС – 0,0075 (рис. 3,б). У розглянутому випадку розділення стиснутого ФРС перевищує роздулення стиснутого класичного ЛЧМ сигналу в 1,33 рази.

Ширококутність фрактального сигналу підтверджується його фазовим портретом, зображеним на рис. 4,б, з якого випливає, що фізичною основою ширококутності є фрактальне поведіння фазової траєкторії сигналу.

З фазового портрета (рис. 4,б) випливає, що базовою основою притягувальної множини (аттрактора) є нульова складова ФРС. Дійсно, щільність траєкторій зображувальної точки у фазовому просторі ФРС максимальна в областях амплітудних точок +1 і -1 нульової складової сигналу. Розбігання траєкторій щодо притягувальної множини до рівня +1,75 і -1,75 визначається взаємодією гомеоморфних і нульової складових ФРС. Таке розбігання траєкторій визначає амплітуду ФРС.

На рис. 4,а показано фазовий портрет класичного ЛЧМ сигналу, що являє собою набір циклічних кривих, кожна з яких наближається до еліпса. Зовнішня циклічна крива фазового портрета відображає високочастотну складову сигналу, а внутрішня – низькочастотну, що дозволяє якісно оцінити спектр (дев'я-

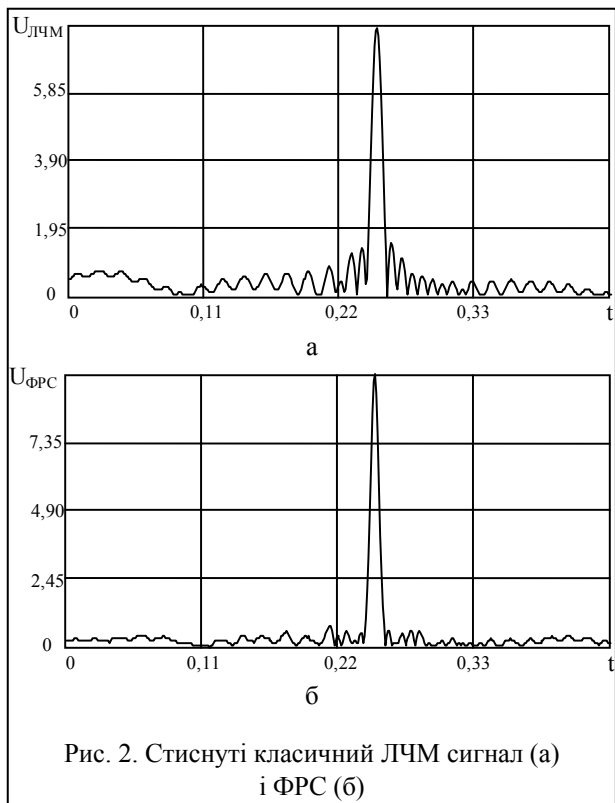


Рис. 2. Стиснуті класичний ЛЧМ сигнал (а) і ФРС (б)

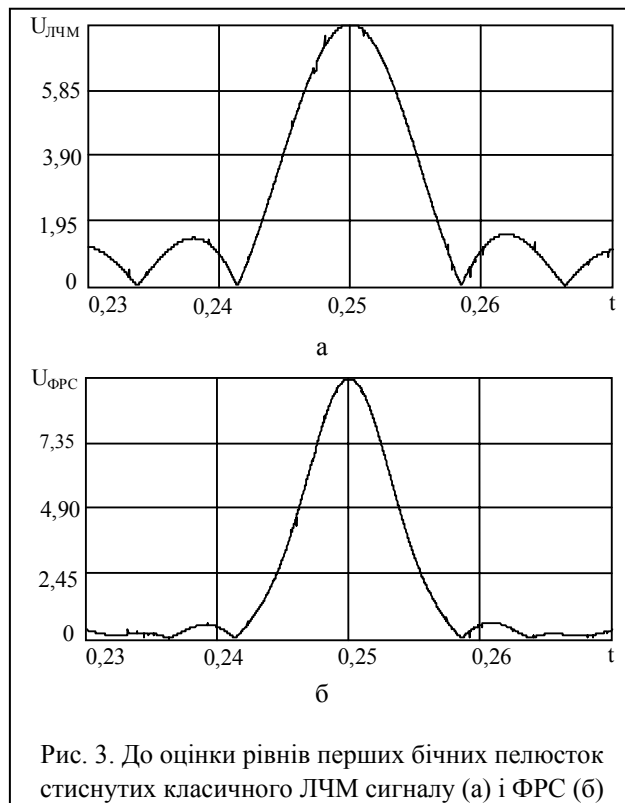


Рис. 3. До оцінки рівнів перших бічних пелюсток стиснутих класичного ЛЧМ сигналу (а) і ФРС (б)

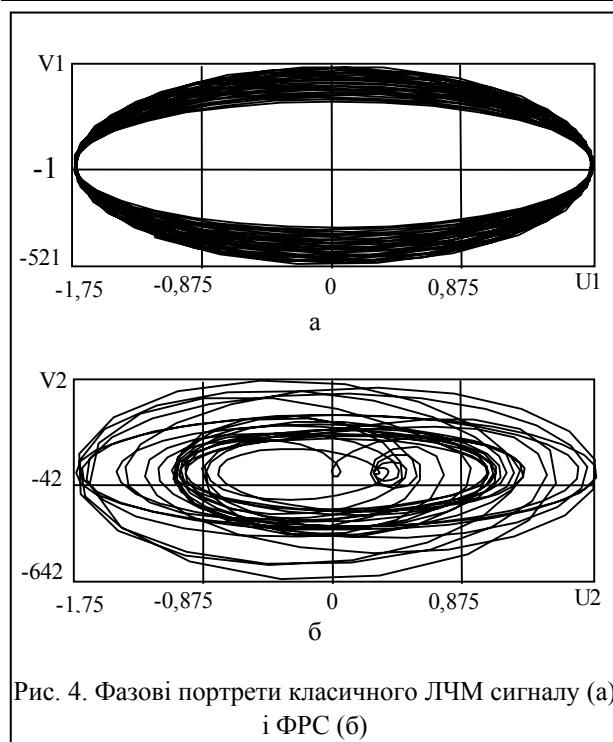


Рис. 4. Фазові портрети класичного ЛЧМ сигналу (а) і ФРС (б)

цію частоти) сигналу. а кількістю півтраєкторій у верхньому або нижньому пучку можна судити про ширину спектра ЛЧМ сигналу, а за відстанню між півтраєкторіями – про швидкості зміни частоти. Крім того, фазовий портрет дозволяє оцінити амплітуду ЛЧМ сигналу.

Фазові портрети, наведені на рис. 4, дозволяють якісно оцінити основні параметри і характеристики класичного ЛЧМ сигналу, у той час як хаотичність траєкторій зображувальної точки у фазовому просторі дозволяє в основному оцінити ступінь широко-смуговості фрактального радіолокаційного сигналу.

Таким чином, фрактальні радіолокаційні сигнали, що мають рівні амплітуди з класичними ЛЧМ сигналами, мають більшу енергію, менший рівень бічних пелюсток і більш високу роздільну здатність. Такий вигравш обумовлюється значною широко-смуговістю гомеоморфних складових ФРС, яка перевищує широко-смуговість класичного ЛЧМ сигналу.

Результати фільтрації фрактального сигналу, побудованого на базі гармонічного коливання, показали, що сигнал на виході фільтра вже приблизно в 1,5 рази порівняно з фільтрацією простого гармонічного сигналу, а рівень перших бічних пелюсток ФРС нижче, тобто отримані результати узгоджуються з фільтрацією фрактального сигналу, який використовує опорне ЛЧМ коливання.

### Висновки

1. Прості (гармонічні) коливання, а також сигнали з кутовою модуляцією (ЛЧМ, КФМ) можуть бути використані як опорні при побудові фрактальних радіолокаційних сигналів з цілком відомими пара-

метрами, в основі формування яких лежить гіпотеза самоподібності.

2. З порівняння класичних і фрактальних сигналів на виході фільтра можна зробити основний висновок про те, що ФРС має більшу енергію, менший рівень бічних пелюсток і більш високу роздільну здатність.

3. При проведенні подальших досліджень викликає інтерес оцінка можливості використання інших методів обробки ФРС, наприклад, кореляційної, вагової, а також специфічних "динамічних" методів, які ґрунтуються на знанні поведінки траєкторій сигналу на фазовій площині. Крім того, доцільно розглянути моделі фрактального радіолокаційного сигналу з випадковими амплітудою і початковою фазою.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. – М.: Радио и связь, 1981. – 416 с.
2. Варакин Л.Е. Теория сложных сигналов. – М.: Сов. радио, 1970. – 376 с.
3. Дмитриев А.С., Кислов И.Я. Стохастические колебания в радиофизике и электронике. – М.: Наука, 1989. – 278 с.
4. Мун Ф. Хаотические колебания: Вводный курс для научных работников и инженеров: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 312 с.
5. Дмитриев А.С., Панас А.И., Старков С.О. Динамический хаос как парадигма современных систем связи // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. – 1997. – № 10. – С. 4 – 25.
6. Пашенко Р.Э. Основы теории формирования фрактальных сигналов. – Х.: ХООО НЭО «Экоперспектива», 2005. – 296 с.
7. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
8. Кравченко В.Ф., Потапов А.А., Масюк В.М. Атомарно-фрактальные функции в задачах синтеза антенн // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. – 2001. – № 6. – С. 4 – 41.
9. Пашенко Р.Э., Барданова О.А., Шаповалов А.В. Формирование фрактальных сигналов с использованием линейно-частотно модулированных колебаний // Збірник наукових праць ІПМЕ НАН України. – К.: ІПМЕ НАН України, 2003. – Вип. 22. – С. 142 – 152.
10. Пашенко Р.Э., Яковичен Ю.П. Применение циклоидальной функции для синтеза фрактальных сигналов // Радиоэлектроника и информатика. – 2004. – № 1. – С. 9 – 13.
11. Пашенко Р.Э. Формирование КФМ фрактальных сигналов с использованием кодов Баркера // Вестник НТУ «ХПИ». – Х.: НТУ «ХПИ», 2004. – № 39. – С. 8 – 13.
12. Лезин Ю.С. Оптимальные фильтры и накопители импульсных сигналов. – М.: Сов. радио, 1969. – 448 с.

Надійшла 02.02.2006

Рецензент: д-р техн. наук професор В.І. Карпенко, Харківський університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба.