

УДК 621.391

Ю.В. Стасєв, В.М. Краснокутський, Г.А. Кучук

Харківський університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба, Харків

МЕТОД СПЛАЙНОВОЇ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ ТРАФІКА МУЛЬТИСЕРВІСНИХ МЕРЕЖ СИСТЕМ ШВИДКОГО РЕАГУВАННЯ

Запропоновано метод, що дозволяє побудувати сплайнову інтерполяцію трафіка мультисервісної мережі підтримки систем швидкого реагування та провести ітераційну оцінку її адекватності реальному трафіку системи в умовах надзвичайних ситуацій.

трафік, телекомунікаційна мережа, сплайнова інтерполяція, система швидкого реагування, надзвичайні ситуації

Вступ

Швидкий розвиток нових інформаційних технологій привів до істотного зростання обсягу трафіка, циркулюючого в мультисервісних мережах (ММ), що призвело до необхідності розробки нових підходів до моделювання мережних процесів [1, 2]. Для створення адекватних моделей необхідно проведення дослідження експериментальних даних, що характеризують відповідні процеси, які мають складну структуру, особливо у системах швидкого реагування (СШР).

Аналіз досліджень і публікацій з даного питання показав, що в більшості робіт даного напрямку використовується класичний підхід, заснований на побудові адекватної динамічної моделі у вигляді сис-

тем звичайних диференціальних рівнянь, наприклад [3]. Проте для побудови такої моделі необхідне знання значного обсягу апіорної інформації про досліджуваний процес [4]. Окрім цього, обов'язковим є припущення про гаусівський характер окремих складових процесу [5]. Детальний аналіз реального трафіка мультисервісних мереж підтримки систем швидкого реагування показує наявність у ньому довготривалих залежностей (ДТЗ), що призводять до розподілів з «важкими хвостами» [6]. А облік фрактального характеру як сумарного трафіка, так і трафіка від окремих сервісів (ОС) не дозволяє побудувати класичну динамічну модель. Проте застосування апарату сплайнових функцій з достатньо малими інтервалами розбиття для кожного ОС дозволяє провести

достатньо точну і швидку апроксимацію досліджуваної трафікової сесії [5]. При цьому актуальним стає питання оцінки адекватності одержаної моделі реальному трафіку.

Тому *метою даної статті* є розробка методу сплайнової інтерполяції трафіка мультисервісної мережі підтримки систем швидкого реагування, кінцевим етапом якого є ітераційна оцінка адекватності реального та змодельованого трафіків.

1. Сплайнова інтерполяція трафіка ММ СШР

Розглянемо мережу, яка має K сервісів, причому к-й сервіс ($k = \overline{1, K}$) обслуговує трафік ММ СШР, що надходить з L_k джерел. Нехай $W^{(k, \ell_k)}(t)$ – обсяг інформації, що надходить до к-го сервісу від джерела ℓ_k ($\ell_k = \overline{1, L_k}$) за досліджувану сесію $t \in [t_0, T_c]$. Для аналізу характеру даної функції використовуємо апарат локальних сплайнів [8], що дозволяє врахувати різний характер поведінки $W^{(k, \ell_k)}(t)$ на різних часових інтервалах сесії з найменшою помилкою апроксимації щодо норми в просторі $L_2[t_0, T_c]$. Для побудови локального $n^{(k, \ell_k)}$ -сплайна з вузлами інтерполяції $t_i^{(k, \ell_k)}$, де $t_0^{(k, \ell_k)} = t_0$, $i = 0, n^{(k, \ell_k)}$, $t_{n^{(k, \ell_k)}}^{(k, \ell_k)} = T_c$, необхідно на кожному відрізку інтерполяції побудувати інтерполяційний поліном $P_{n^{(k, \ell_k)}, i}^{(k, \ell_k)}(t)$. Тоді сплайн, що апроксимує $W^{(k, \ell_k)}(t)$, у загальному випадку можна представити як [8]:

$$S^{(k, \ell_k)}(t) = \sum_{i=1}^{n^{(k, \ell_k)}} \alpha_i^{(k, \ell_k)} \cdot P_{n^{(k, \ell_k)}, i}^{(k, \ell_k)}(t), \quad (1)$$

де $\alpha_i^{(k, \ell_k)}$ – набір постійних коефіцієнтів у незалежному функціональному базисі $\left\{ P_{n^{(k, \ell_k)}, i}^{(k, \ell_k)} \right\}$, який істотно залежить від характеру поведінки $W^{(k, \ell_k)}(t)$ на даному інтервалі $\tau_i^{(k, \ell_k)}$.

Так, якщо

$$W^{(k, \ell_k)}(t) \in C^\beta(\tau_i), \quad (2)$$

то відповідний апроксимуючий поліном може мати ступінь не вище $2\beta + 1$, а при $W^{(k, \ell_k)}(t) \in C^\infty(\tau_i)$ можлива апроксимація і тригонометричними сплайнами [7].

Розглянемо побудову кусково-поліноміального сплайна на інтервалі τ_i при виконанні умови (2). Задамо вузли $t_{j,i}^{(k, \ell_k)}$ ($j = 0, n_i^{(k, \ell_k)}$) і визначимо значення функції в них: $W^{(k, \ell_k)}(t_{j,i}^{(k, \ell_k)})$. Як ступінь

апроксимуючого полінома розглядатимемо число $\gamma = 0, \beta - 1$. Для кожного j -го вузла побудуємо інтерполяційний поліном $P_\beta(t, W_{j,i}^{(k, \ell_k)})$, виходячи із значень у вузлах $t_{j-\gamma, i}^{(k, \ell_k)}, \dots, t_{j-\gamma+\beta, i}^{(k, \ell_k)}$.

Тоді відповідний кусково-поліноміальний сплайн для інтервалу $\tau_i^{(k, \ell_k)}$ визначається як

$$S_i^{(k, \ell_k)}(t, \beta) = Q_{2\beta+1}^{(k, \ell_k)}(t, j),$$

де

$$\left. \frac{d^m}{dt^m} Q_{2\beta+1}^{(k, \ell_k)}(t, j) \right|_{t=t_{j,i}^{(k, \ell_k)}} = \left. \frac{d^m}{dt^m} P_\beta(t, W_{j,i}^{(k, \ell_k)}) \right|_{t=t_{j,i}^{(k, \ell_k)}}; \quad ;$$

$$\left. \frac{d^m}{dt^m} Q_{2\beta+1}^{(k, \ell_k)}(t, j) \right|_{t=t_{j+1,i}^{(k, \ell_k)}} = \left. \frac{d^m}{dt^m} P_\beta(t, W_{j,i}^{(k, \ell_k)}) \right|_{t=t_{j+1,i}^{(k, \ell_k)}}; \quad ;$$

$m = \overline{1, \beta}$. Представимо $Q_{2\beta+1}^{(k, \ell_k)}(t, j)$ як

$$Q_{2\beta+1}^{(k, \ell_k)}(t, j) = P_\beta(t, W_{j,i}^{(k, \ell_k)}) + R_{2\beta+1}^{(k, \ell_k)}(t, j),$$

де $R_{2\beta+1}^{(k, \ell_k)}(t, j)$ – поправка до класичного інтерполяційного полінома на інтервалі τ_i , яка при виконанні (2) дорівнює [7]:

$$R_{2\beta+1}^{(k, \ell_k)}(t, j) = (t_{j+1} - t_j)^{\beta+1} \times$$

$$\times W_{2\beta+1}^{(k, \ell_k)}(t_{j-\gamma}, t_{j-\gamma+1}, \dots, t_{j-\gamma+\beta+1}) \cdot q_{2\beta+1}(\tilde{t}, j),$$

де $W_{2\beta+1}^{(k, \ell_k)}(t_{j-\gamma}, t_{j-\gamma+1}, \dots, t_{j-\gamma+\beta+1})$ – різницеве відношення порядку $2\beta + 1$; $\tilde{t} = \frac{t - t_j}{t_{j+1} - t_j}$;

$$q_{2\beta+1}(\tilde{t}, j) = \frac{t_{j+\beta-\gamma+1} - t_{j-\gamma}}{t_{j+1} - t_j} \times$$

$$\times \sum_{r=0}^{\beta} \left(\left(\frac{d^2}{dt^2} \prod_{\xi=0}^{\beta} \left(\tilde{t} - \frac{t_{j-\gamma+\xi}}{t_{j+1} - t_j} \right) \right) \Big|_{\tilde{t}=\tilde{t}} \right) \cdot \theta_r(\tilde{t});$$

$$\theta_r(\tilde{t}) = \frac{\tilde{t}^{j+1} \cdot (\tilde{t}-1)^r}{r! j!} \times$$

$$\times \sum_{m=0}^{\beta-r} (-1)^m \frac{(\beta+m)!}{m!} (\tilde{t}-1)^m.$$

Як інтерполяційний поліном (ІП) у даному випадку можна вибрати ІП Лагранжа степеня β [7]:

$$P_\beta(t, W_{j,i}^{(k, \ell_k)}) = \sum_{m=0}^{\beta} W^{(k, \ell_k)}(t_{m,i}^{(k, \ell_k)}) \times$$

$$\frac{\prod_{m_1=0}^{\beta} (t - t_{m_1,i}^{(k, \ell_k)})}{\prod_{m_2=0}^{m-1} (t_{m_1,i}^{(k, \ell_k)} - t_{m_2,i}^{(k, \ell_k)}) \cdot \prod_{m_3=m+1}^{\beta} (t_{m_1,i}^{(k, \ell_k)} - t_{m_3,i}^{(k, \ell_k)})} \quad (3)$$

Відповідно до [6] можна оцінити похибку (3) як норму значення нев'язки

$$R_{\beta,i}^{(k,\ell_k)} = \left\| W^{(k,\ell_k)}(t) - S_i^{(k,\ell_k)}(t, \beta) \right\|_{L_2(\tau_i)},$$

отже

$$R_{\beta,j,i}^{(k,\ell_k)}(t) \leq \sup_{t \in \tau_j^{(k,\ell_k)}} \left| \frac{d^{n_i^{(k,\ell_k)}}}{dt^{n_i^{(k,\ell_k)}}} W_{j,i}^{(k,\ell_k)}(t) \right| \cdot \frac{\prod_{m=0}^{\beta} (t - t_{m,i}^{(k,\ell_k)})}{(\beta + 1)!}, \quad (4)$$

тобто при збільшенні β зростає точність інтерполяційного наближення, проте збільшується складність обробки.

Тому вибір значення $\beta^{(i)} \leq \beta$ для кожного інтервалу τ_i є окремим завданням, що залежить від вимог до апроксимації $W^{(k,\ell_k)}(t)$.

2. Ітераційний метод оцінки адекватності

Використовуючи залежності (1) – (4), можна запропонувати інтерполяційний метод оцінки адекватності узагальненого сплайна

$$S = \bigcup_{k=1}^K \bigcup_{\ell=1}^L S^{(k,\ell)}(t)$$

реальному трафіку на інтервалі $[t_0, T_c]$.

Представимо інтервал $[t_0, T_c]$ як об'єднання I часових інтервалів

$$[t_0, T_c] = \bigcup_{i=1}^I [t_{i-1}, t_i], \quad t_i|_{i=0} = t_0; \quad t_i|_{i=I} = T_c,$$

на кожному з яких проводилося кількість вимірювань, необхідна для побудови сплайн-полінома необхідного ступеня гладкості. Як критерій точності інтерполяції будемо використовувати $\varepsilon_i^{(k,\ell)}$ - обмежену нев'язку [8]:

$$\rho(W^{(k,\ell)}(t), P_m^{(k,\ell)}(t)) \leq \varepsilon_i^{(k,\ell)}, \quad (5)$$

де $t \in \tau_i = [t_{i-1}, t_i]$; m – ступінь інтерполюючого полінома, який дорівнює

$$m = \arg \min_m P_m^{(k,\ell)}(t), \quad (6)$$

а відстань $\rho(\bullet)$ визначена в просторі $L_2[t_0, T_c]$, тобто

$$\rho(W^{(k,\ell)}(t), P_m^{(k,\ell)}(t)) = \sup_{t \in \tau_i} |W^{(k,\ell)}(t) - P_m^{(k,\ell)}(t)|. \quad (7)$$

Якщо

$$\tilde{W}_m^{(k,\ell)} = \sup_{t \in \tau_i} \left| \frac{d^m W^{(k,\ell)}(t)}{dt^m} \right|,$$

то з використанням виразів (6) та (7) критерій (5) можна записати у такому вигляді:

$$\sup_{t \in \tau_i} |W^{(k,\ell)}(t) - P_m^{(k,\ell)}(t)| \leq \frac{\tilde{W}_{m+1}^{(k,\ell)}}{(m+1)!} \sup_{t \in \tau_i} \left| \prod_{r=0}^m (t - t_r) \right| \leq \varepsilon_i^{(k,\ell)}. \quad (8)$$

Тоді, виходячи з цього виразу, можна знайти для кожної пари (k, ℓ) значення $\tilde{m}^{(k,\ell)}$ і $W_{\tilde{m}^{(k,\ell)}+1}^{(k,\ell)}$, при яких буде забезпечена необхідна точність інтерполяції.

Для цього потрібно вибирати моменти часу $t_j^{(i)}$ і t_i таким чином, щоб їх значення збігалися з розв'язками многочлена Чебишева

$$t_j^{(i)} = \frac{t_{i-1} + t_i}{2} - \frac{t_{i+1} + t_i}{2} \cos\left(\frac{2j-1}{2m} \pi\right), \quad j \in \overline{1, m},$$

для використання відомої [5] верхньої оцінки

$$\sup_{t \in \tau_i} \left| \prod_{r=0}^m (t^{(i)} - t_r^{(i)}) \right| \leq 2 \left(\frac{t_{i-1} - t_i}{4} \right)^m. \quad (9)$$

Проводячи оцінку адекватності інтерполяції сплайна реальному трафіку з використанням виразів (5) – (9), на кожному з кроків ітерації будемо проводити аналіз виразу (8) на ступінь невідповідності за всіма $k \in \overline{1, K}$ і $\ell \in \overline{1, L}$ [10] та залежно від ступеня відхилення від $\varepsilon_i^{(k,\ell)}$ проводити нове розбиття $[t_0, T_c]$.

Згідно з [10] даний інтегральний процес є швидкозбіжним і дозволяє визначити поліноміальну сплайн-інтерполяцію трафіка, яка має високу точність апроксимації сумарного трафіка $W(t)$ на інтервалі $[t_0, T_c]$, що описує типову сесію мультисервісної мережі підтримки систем швидкого реагування в умовах надзвичайної ситуації.

Висновки

Запропонований метод дозволяє побудувати сплайнову інтерполяцію трафіка мультисервісної мережі підтримки систем швидкого реагування та провести ітераційну оцінку її адекватності реальному трафіку системи в умовах надзвичайних ситуацій, при цьому для майже регулярного трафіка можлива реалізація методу в режимі реального часу з динамічним уточненням постійних коефіцієнтів сплайна (1).

Відсутність швидкої збіжності запропонованого ітераційного процесу оцінки адекватності свідчить про неможливість сплайнової інтерполяції внаслідок наявності великої кількості нерегулярних

складових, моделювання яких є **напрямом подальших досліджень у даному питанні.**

Список літератури

1. Стеклов В.К., Беркман Л.Н. Телекомунікаційні мережі. – К.: Техніка, 2001. – 392 с.
2. Leland W., Taqqu M., Willinger W. On the self-similar nature of IP-traffic // IEEE/ACM Transactions on Networking. – 1997. – № 3. – Р. 423-431.
3. Кучук Г.А. Метод дослідження фрактального мережного трафіка // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2005. – Вип. 5 (45), – С. 74-84.
4. Халсалл Ф. Передача данных, сети компьютеров и взаимосвязь открытых систем. – М.: Радио и связь, 1995. – 408 с.
5. Еришов В.А., Ковалёв В.В. Метод расчета пропускной способности звена передачи Ш-ЦСИС // Электросвязь. – 2000. – № 3. – С. 18-26.
6. Кучук Г.А. Фрактальный гауссовский шум в трафиковых трассах // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вип. 3. – С. 91-99.

7. Аджемов А.С., Сонева И.С. Метод аналогово-цифровых преобразований на основе сплайн-интерполяции // Электросвязь. – 1998. – № 2. – С. 37-39.

8. Корнейчук Н.П. Сплайны в теории приближений. – М.: Наука, 1984. – 352 с.

9. Каханер Д., Моулер К., Нэш С. Численные методы и математическое обеспечение. – М.: Мир, 1998. – 576 с.

10. Телекоммуникационные системы и сети. Т. 3. Мультисервисные сети / В.В. Величко, Е.А. Субботин, В.П. Шувалов, А.Ф. Ярославцев. – М. Горячая линия – Телеком, 2005. – 592 с.

11. Кучук Г.А., Стасева Я.Ю., Болюбаи О.О. Розрахунок навантаження мультисервісної мережі // Системи озброєння і військова техніка. – 2006. – № 4(8). – С. 130-134.

Надійшла до редколегії 2.02.2007

Рецензент: д-р техн. наук проф. В.І. Карпенко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.