УДК 629.07.5

І.М. Клюшников

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

ВИЗНАЧЕННЯ ГРАНИЦЬ ДОПУСКУ ПРИ АНАЛІЗІ НАДЛИШКОВОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Запропонована методика визначення границь допуску при оцінці достовірності результатів отриманих від декількох однотипних засобів контролю.

достовірність результатів вимірювання, границя допуску

Вступ

Постановка проблеми та аналіз літератури. У теперішній час при побудові систем критичного призначення широко використовуються різні типи надмірності, які дозволяють підвищити достовірність отримання інформації та надійність функціонування таких систем у цілому. Для досягнення цих цілей у складі інформаційних підсистем використовується апаратурна надмірність. Це дає можливість контролювати функціонування інформаційної підсистеми шляхом порівняння результатів від декількох каналів (датчиків), що обробляють (вимірюють) одну величину [1].

У цих роботах пропонуються різні методи визначення достовірності інформації, яка надходить з декількох однотипних каналів (датчиків), але не вирішується задача визначення границь допуску, у межах якого може варіюватися інформація, що надходить з каналів (датчиків).

Метою статті є розробка методики визначення границь допуску при оцінці достовірності результатів, отриманих від декількох однотипних засобів контролю.

Основна частина

Нехай три однакових датчики вимірюють одну й ту ж величину (рис. 1).

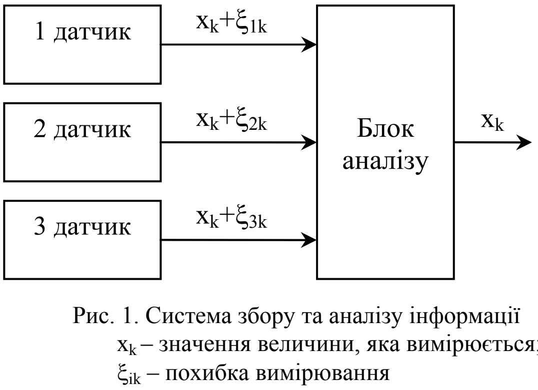

Рис. 1. Система збору та аналізу інформації
x_k – значення величини, яка вимірюється;
ξ_{ik} – похибка вимірювання

$$\xi_{ik} \in N(0,\sigma_\xi^2)\ ;\ M\{\xi_{ik},\xi_{jk}\}=0, i \neq j\ ;$$

$$M\{\xi_{ik},\xi_{im}\}=0, k \neq m\ .$$

У блоці аналізу визначаються такі величини:

$$x_{1k}=\xi_{1k}-\xi_{2k}\,;\, x_{2k}=\xi_{2k}-\xi_{3k}\,;\, x_{3k}=\xi_{1k}-\xi_{3k}\,.$$

Метод контролю полягає у наступному. Значення $|x_{ik}|$ порівнюються з граничним значенням $x_п$. У випадку, якщо два значення x_{ik} перевищують граничне значення, тоді рішення приймається за таким правилом:

$$\text{if } (x_{ik})\text{and}(x_{(i+1)k}) > x_п \Rightarrow x_{ik} \in \overline{N}\,.$$

У табл. 1 представлені можливі варіанти порівнянь та результати прийняття рішень про технічний стан датчиків.

Таблиця 1

Результати прийняття рішень
про технічний стан датчиків

Результат контролю	x_{1k}	x_{1k}	x_{1k}
$x_{1k} \in \overline{N}$	1	0	1
$x_{2k} \in \overline{N}$	1	1	0
$x_{3k} \in \overline{N}$	0	1	1

Примітка. „1" – якщо $|x_{ik}| > x_п$ „„0" – якщо $|x_{ik}| \le x_п$.

При такому підході рішення приймається за результатами одного вимірювання. Значення $x_п$ визначається за заданим значенням імовірності хибної тривоги $P_{хт}$. Оскільки $P_{хт}$ повинно бути досить малим, кількість виходів x_{ik} за межі допуску під час нормального функціонування розподілено за законом Пуассона:

$$P(k)=\frac{a^k}{k!}e^{-a}\,,$$

де $a=\lambda t$; t – час функціонування; $\lambda = P_{хт}/T$ – інтенсивність виникнення хибної тривоги; T – період дискретності.

Середнє напрацювання на одну тривогу

$$T_{сер}=\frac{1}{\lambda}=\frac{T}{P_{хт}}\,.$$

Середня кількість тактів, за час яких відбувається одна хибна тривога, дорівнює

$$n_{сер}=1/P_{хт}\,.$$

Якщо допускається одна хибна тривога за 10^4 тактів, тоді $P_{хт}=0{,}0001$.

Знайдемо імовірність спільного здійснення подій $|x_{1k}| > x_п$ та $|x_{3k}| > x_п$:

$$x_{1k} = \xi_{1k} - \xi_{2k};\ x_{3k} = \xi_{1k} - \xi_{3k};$$

$$\xi_k = \begin{pmatrix} x_{1k} \\ x_{3k} \end{pmatrix} \in N\left(0, P_{\xi_k}\right);\ P_{\xi_k} = \begin{pmatrix} 2\sigma_\xi^2 & \sigma_\xi^2 \\ \sigma_\xi^2 & 2\sigma_\xi^2 \end{pmatrix}.$$

Сумісна щільність розподілу має вигляд:

$$P_{x_{1k}, x_{3k}}(y,z) = \frac{1}{2\pi \left|P_{xk}\right|^{1/2}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix}^T P_{xk}^{-1} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix}\right\}.$$

Тоді

$$P\left\{|x_{1k}| > x_п, |x_{3k}| > x_п\right\} = \int_{x_п}^{\infty}\int_{x_п}^{\infty} P_{x_{1k}, x_{3k}}(y,z)dydz +$$

$$+\int_{x_п}^{\infty}\int_{-x_п}^{-\infty} P_{x_{1k}, x_{3k}}(y,z)dydz + \int_{-x_п}^{-\infty}\int_{x_п}^{\infty} P_{x_{1k}, x_{3k}}(y,z)dydz +$$

$$+\int_{-x_п}^{-\infty}\int_{-x_п}^{-\infty} P_{x_{1k}, x_{3k}}(y,z)dydz = \varphi(x_п).$$

Таким чином, встановлюючи значення $P_{хт}$, можна визначити значення границі $x_п$ (рис. 2).

Викладений підхід до визначення значення $x_п$ має такі недоліки:

– розрахунки проводяться за результатами одного вимірювання;

– при визначенні границі не враховується імовірність „пропуску сигналу” (тобто відмови).

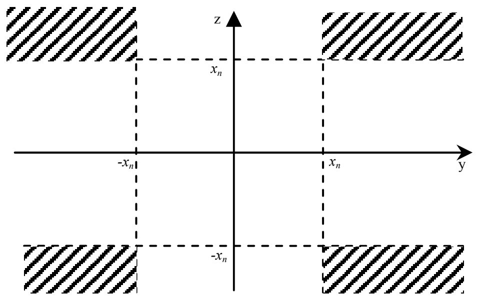

Рис. 2. Значення границі $x_п$

Для прийняття рішення на підставі декількох вимірювань можна використовувати статистику

$$\sum_{k=1}^{m}\frac{\left(\xi_{1k} - \xi_{2k}\right)^2}{2\sigma_\xi^2};\ \sum_{k=1}^{m}\frac{\left(\xi_{2k} - \xi_{3k}\right)^2}{2\sigma_\xi^2};\ \sum_{k=1}^{m}\frac{\left(\xi_{1k} - \xi_{3k}\right)^2}{2\sigma_\xi^2}. \quad (1)$$

У випадку нормального функціонування суми (1) розподілені за законом $\chi^2(n)$.

Запишемо

$$x_i^* = m_{x^*} + \sigma_{x_i^*}\xi_i^*, \quad \xi_i^* \in N(0,1).$$

Тоді

$$\eta_i^* = \frac{x_i^*}{\sigma_{x_i}} = \frac{m_{x_i^*}}{\sigma_{x_i}} + \frac{\sigma_{x_i^*}}{\sigma_{x_i}}\xi_i^*;\ \eta_i^* \in N\left\{\frac{m_{x_i^*}}{\sigma_{x_i}}, \frac{\sigma_{x_i^*}}{\sigma_{x_i}}\right\}.$$

Щільності розподілу випадкових величин η_i^{*2} та $\sum_{i=1}^{n}\eta_i^{*2}$ матимуть вигляд:

$$P_{\eta^{*2}}(y) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-jyt} \times \left(1 - 2jt\sigma^2\right)^{-\frac{1}{2}} e^{\frac{jtm^2}{1-2jt\sigma^2}} dt;$$

$$P_{\Sigma\eta^{*2}}(z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-jzt} \times \left(1 - 2jt\sigma^2\right)^{-\frac{1}{2}n} e^{\frac{jtm^2 n}{1-2jt\sigma^2}} dt.$$

Нехай вимірюється величина $\xi_1 = \sum_{i=1}^{n}\eta_i^{*2}$. Необхідно вибрати одну з гіпотез (рис. 3):

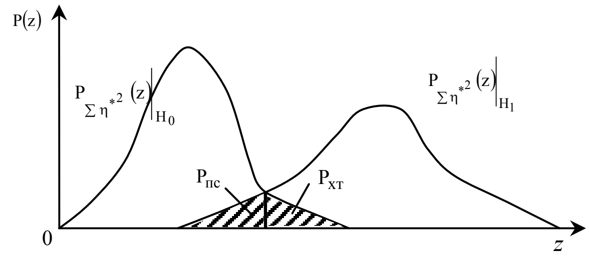

Рис. 3. Визначення похибок контролю

$$H_0\text{:}\ P_{\Sigma\eta^{*2}}(z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-jzt}\left(1 - 2jt\sigma^2\right)^{-\frac{1}{2}n} dt,$$

$$H_1\text{:}\ P_{\Sigma\eta^{*2}}(z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-jzt}\left(1 - 2jt\sigma^2\right)^{-\frac{1}{2}n} \times e^{\frac{jtm^2 n}{1-2jt\sigma^2}} dt.$$

Відношення правдоподобібності має вигляд

$$L(z) = P_{\Sigma\eta^{*2}}(z)\Big|_{H_1} \Big/ P_{\Sigma\eta^{*2}}(z)\Big|_{H_0}.$$

Границя правила вирішення, що мінімізує байєсівський ризик, визначається як

$$\mathcal{T} = P_{H_0}\left(C_{10} - C_{00}\right) \Big/ \left(P_{H_0}\left(C_{01} - C_{11}\right)\right),$$

де C_{00} – втрати при прийнятті рішення H_0, коли справедливе H_0; C_{01} – втрати при прийнятті рішення H_0, коли справедливе H_1; C_{10} – втрати при прийнятті рішення H_1, коли справедливе H_0; C_{11} – втрати при прийнятті рішення H_0, коли справедливе; P_{H_0}, P_{H1} – апріорні імовірності H_0 та H_1.

Правило вибору рішення, найкращого у сенсі критерію середнього ризику, можна записати як

$$L(z)\{(<)\text{or}(>)\}\mathcal{T}.$$

Якщо $L(z) > \mathcal{T}$ то приймається гіпотеза H_0, якщо $L(z) < \mathcal{T}$, приймається гіпотеза H_1. Якщо прийняти $C_{00} = C_{11} = 0$, $C_{01} = C_{10}$, $P_{H_0} = P_{H1}$, тоді правило вибору буде мати вигляд

$$\left(P_{\Sigma\eta^{*2}}(z)\Big|_{H_1} \Big/ P_{\Sigma\eta^{*2}}(z)\Big|_{H_0}\right)\{(<)\text{or}(>)\}1.$$

Таким чином, це правило мінімізує суму імовірностей хибної тривоги та пропуску сигналу. Границя z_T цього правила вирішення визначається з умови

$$P_{\Sigma\eta^{*2}}(z)\Big|_{H_1} = P_{\Sigma\eta^{*2}}(z)\Big|_{H_0}.$$

Висновки

Запропонована методика визначення границь допуску при проведенні оцінки достовірності результатів, отриманих від декількох однотипних засобів контролю, дозволяє визначати інтервали довіри, що мінімізують ризик від недостовірного визначення несправного каналу.

У подальшому методику доцільно вдосконалювати у напрямку визначення оптимального інтервалу спостерігання за поведінкою каналу, з якого надходить недостовірна інформація. Це дозволить виявляти перебої в функціонуванні систем.

Список літератури

1. Харченко В.С., Юрченко Ю.Б., Байда Н.К. Реализация проектов отказоустойчивых бортовых компьютеров космических аппаратов с использованием электронных компонент Industry // Технология приборостроения, 2002. – №1. – С. 29-36.

2. Харченко В.С. Выбор архитектур и технологий проектирования дефектоустойчивых управляющих и вычислительных систем реального времени // Космическая наука и технология, 1997. – № 3. – С. 109-119.

3. Лобанов А.В. Организация сбое- и отказоустойчивой работы двухкомплексной многомашинной вычислительной системы // Автоматика и телемеханика, 1998. – №2. – С. 143-152.

4. N. Oh, P.P. Shirvani, E.J. McCluskey. Error detecting by duplicated instructions in super-scalar procesors // IEEE Trahsaction on Reliability, March, 2002. – Vol. 51. – P. 63-75.

5. Пархоменко П.П., Согомонян Е.С. Основы технической диагностики (оптимизация алгоритмов диагностирования, аппаратурные средства). – М.: Энергия, 1981. – 358 с.

6. Согомонян Е.С., Слабаков Е.В. Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. - М.: Радио и связь, 1989. – 208 с.

7. Харченко В.С. Основы технической диагностики систем летательных комплексов. – М., 1991. – 106 с.

Надійшла до редколегії 3.04.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.М. Фоменко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.