

УДК 53.083 (430.1)

С.О. Тишко, В.М. Васюк, І.А. Сорокін

Військовий інститут телекомунікації та інформатизації НТУ України "КПІ", Полтава

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПОХИБКИ ВИЗНАЧЕННЯ АЗИМУТАЛЬНОЇ ОРІЄНТАЦІЇ ОБ'ЄКТА В ПРОСТОРИ

У статті пропонуються математичні моделі похибок для способів визначення азимутального напрямку із використанням двох приймачів апаратури споживача супутникової радіонавігаційної системи (АС СРНС), що працюють у комплекті з лазерним далекоміром-кутоміром (ЛДК) та заздалегідь підготовлених у топогеодезичному відношенні позицій і ЛДК. Проведена числова оцінка похибки для кожного зі способів.

*азимутальний напрямок, вимірювальна підсистема, геодезичні координати, похибка*

### Вступ

Визначальний вплив на метрологічні характеристики сучасних інформаційно-вимірювальних систем, до яких відносяться й інформаційні геодезичні комплекси (ІГК), здійснюють точнісні характеристики засобів вимірювальної техніки, що входять до їхнього складу.

Точнісні характеристики засобів вимірювальної техніки ІГК визначають вигляд системи метрологічного забезпечення (СМЗб), перелік контрольованих метрологічних характеристик (МХ), вибір методів і способів контролю МХ у процесі експлуатації, точність визначення геодезичних величин при проведенні вимірювань.

Завдання вимог до точнісних характеристик засобів вимірювальної техніки, що входять до складу інформаційно-вимірювальних систем може бути проведене з використанням математичних моделей похибки вимірювання.

**Аналіз літератури.** Як показує аналіз літератури, в ІГК передбачене визначення геодезичних даних у наступних режимах.

1. Кут азимутальної орієнтації визначається в режимах: з використанням АС СРНС [1]; у заздалегідь підготовлених у топогеодезичному відношенні районах [1]; з використанням автономних засобів [2].

2. Геодезичні координати визначаються в режимах:

- з використанням АС СРНС [3];
- з використанням автономних засобів [2].

3. Азимутальний напрямок визначається в режимах:

- з використанням АС СРНС;
- у заздалегідь підготовлених в топогеодезичному відношенні районах [4].

Математичні моделі похибок визначення кута азимутальної орієнтації та геодезичних координат наведені в [1 – 3]. Математичні моделі похибки визначення азимутального напрямку з використанням ЛДК й двох приймачів АС СРНС, або з вико-

ристанням заздалегідь підготовлених у топогеодезичному відношенні позицій у цей час відсутні.

**Мета статті.** Запропонувати математичні моделі похибки визначення азимутального напрямку в режимі з використанням АС СРНС і в режимі з використанням заздалегідь підготовлених у топогеодезичному відношенні позицій.

Дані моделі доцільно використовувати: для завдання вимог до точнісних характеристик засобів вимірювальної техніки, що входять до складу перспективного ІГК, визначати похибку вимірювання азимутального напрямку у вищезазначених режимах.

### Основна частина

Визначення точнісних характеристик засобів вимірювальної техніки, що входять до складу ІГК і переліку контрольованих МХ ІГК, а також розрахунок похибки результатів визначення азимутального напрямку доцільно вести з використанням математичної моделі.

Математичні моделі відбивають вплив характеристик засобів вимірювальної техніки, що входять до складу ІГК, на точність вимірювання геодезичних величин.

Дана математична модель повинна задовольняти наступним вимогам [5]:

- враховувати структуру ІГК;
- враховувати вплив на похибку вимірювання геодезичних величин точнісних характеристик засобів вимірювальної техніки ІГК;
- враховувати взаємозв'язок різних засобів вимірювальної техніки ІГК під час вимірювання геодезичних величин.

Для побудови математичних моделей похибок результатів вимірювання геодезичних величин використовуємо наступний набір вихідних даних [6]:

- перелік засобів вимірювальної техніки, що входять до складу ІГК;
- характеристику способів вимірювання геодезичних величин у всіх режимах вимірювання азимутального напрямку.

Способи вимірювання азимутального напрямку в режимі з використанням АС СРНС ( $A_{\Pi}^{\text{АП}}$ ) детально розглянуті в [4]. Для вимірювання  $A_{\Pi}^{\text{АП}}$  використовуються:

- засіб вимірювання кута в горизонтальній площині;
- засіб вимірювання кута у вертикальній площині;
- підкомплекс вимірювання координат;
- додатковий приймач АС СРНС;
- засіб вимірювання дальності.

Розрахунок значення середньоквадратичного відхилення (СКВ) похибки  $\sigma_{A_{\Pi}^{\text{АП}}}$  для першого спосо-

бу в режимі вимірювання  $A_{\Pi}^{\text{АП}}$  проводиться з використанням правил підсумовування похибок результатів непрямих вимірювань [7]. При цьому необхідно врахувати, що значення координат точки розміщення об'єкта (точка А) і точка розміщення допоміжного приймача АС СРНС (точка В) визначаються різними приймачами, значення кутів  $\alpha$  і  $\beta$  визначається засобом вимірювання кута в горизонтальній площині, значення відстаней  $a$  і  $b$  визначається засобом вимірювання дальності, а значення  $\vartheta$  визначається засобом вимірювання кута у вертикальній площині. Всі вимірювання проводяться в однакових умовах.

Тоді справедливі наступні допущення:

- похибки вимірювання кутів  $\alpha$  і  $\beta$  є корельованими;
- похибки вимірювання відстаней  $a$ ,  $c$  і  $b$  є корельованими;
- похибка визначення азимута базового напрямку за інформацією від приймачів АС СРНС рівні й не корельовані з іншими похибками;
- похибки вимірювання кута  $\vartheta$  не корельовані з іншими похибками.

Співвідношення для визначення  $A_{\Pi}^{\text{АП}}$  першим способом наведене в [4] і має вигляд:

$$A_{\Pi}^{\text{АП}} = \arctg \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} + \pi - \beta - \arctg \frac{a \cos \vartheta \sin \alpha}{b - a \cos \vartheta \cos \alpha}.$$

Таким чином,  $\sigma_{A_{\Pi}^{\text{АП}}}$  визначається виразом

$$\sigma_{A_{\Pi}^{\text{АП}}} = \left[ \sigma_{\text{АП}}^2 (k_{X_A} + k_{Y_A})^2 + \sigma_{\text{АП}}^2 (k_{X_B} + k_{Y_B}) + \sigma_a^2 (k_a + k_b)^2 + \sigma_{\alpha}^2 (k_{\alpha} + k_{\beta})^2 + \sigma_{\vartheta}^2 k_{\vartheta}^2 \right]^{1/2},$$

$$\text{де } k_{X_A} = \frac{\partial A_{\Pi}^{\text{АП}}}{\partial X_A}; \quad k_{X_B} = \frac{\partial A_{\Pi}^{\text{АП}}}{\partial X_B}; \quad k_{Y_A} = \frac{\partial A_{\Pi}^{\text{АП}}}{\partial Y_A};$$

$$k_{Y_B} = \frac{\partial A_{\Pi}^{\text{АП}}}{\partial Y_B}; \quad k_a = \frac{\partial A_{\Pi}^{\text{АП}}}{\partial a}; \quad k_b = \frac{\partial A_{\Pi}^{\text{АП}}}{\partial b};$$

$$k_{\beta} = \frac{\partial A_{\Pi}^{\text{АП}}}{\partial \beta}; \quad k_{\vartheta} = \frac{\partial A_{\Pi}^{\text{АП}}}{\partial \vartheta} \quad \text{– вагові коефіцієнти;}$$

$\sigma_{\text{АП}}; \sigma_{\alpha}; \sigma_{\nu}; \sigma_a$  – СКВ похибки визначення координат з використанням приймачів АС СРНС, засобу вимірювання кута в горизонтальній площині, засобу вимірювання кута у вертикальній площині, засобу вимірювання дальності відповідно.

Співвідношення для визначення  $A_{\Pi}^{\text{АП}}$  другим способом наведене в [4] і має вигляд:

$$A_{\Pi}^{\text{АП}} = \arctg \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} + \pi - \beta - \arcsin \frac{a \cos \vartheta \sin \alpha}{\sqrt{c^2 - (a \sin \vartheta)^2}}.$$

Таким чином,  $\sigma_{A_{\Pi}^{\text{АП}}}$  визначається виразом

$$\sigma_{A_{\Pi}^{\text{АП}}} = \left[ \sigma_{\text{АП}}^2 (k_{X_A} + k_{Y_A})^2 + \sigma_{\text{АП}}^2 (k_{X_B} + k_{Y_B}) + \sigma_a^2 (k_a + k_c)^2 + \sigma_{\alpha}^2 (k_{\alpha} + k_{\beta})^2 + \sigma_{\vartheta}^2 k_{\vartheta}^2 \right]^{1/2},$$

де:  $k_c = \frac{\partial A_{\Pi}^{\text{АП}}}{\partial c}$  – вагові коефіцієнт.

Співвідношення для визначення  $A_{\Pi}^{\text{АП}}$  третім способом наведене в [4] і має вигляд:

$$A_{\Pi}^{\text{АП}} = \arctg \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} + \pi - \beta - \arccos \frac{c^2 - (a \cos \vartheta \sin \vartheta)^2 + b^2 - (a \cos \vartheta)^2}{2bc^2 - (a \cos \vartheta \sin \vartheta)^2}$$

Таким чином,  $\sigma_{A_{\Pi}^{\text{АП}}}$  визначається виразом

$$\sigma_{A_{\Pi}^{\text{АП}}} = \left[ \sigma_{\text{АП}}^2 (k_{X_A} + k_{Y_A})^2 + \sigma_{\text{АП}}^2 (k_{X_B} + k_{Y_B}) + \sigma_a^2 (k_a + k_b + k_c)^2 + \sigma_{\alpha}^2 k_{\alpha}^2 \right]^{1/2}.$$

Способи вимірювання азимутального напрямку в режимі з використанням заздалегідь підготовлених у топогеодезичному відношенні позицій ( $A_{\Pi}^{\text{под}}$ ) детально розглянуті в [4]. Для вимірювання  $A_{\Pi}^{\text{под}}$  використовуються: засіб вимірювання кута в горизонтальній площині, засіб вимірювання кута у вертикальній площині, засіб вимірювання дальності, заздалегідь підготовлені точки з відомими геодезичними координатами.

Розрахунок значення СКВ похибки  $\sigma_{A_{\Pi}^{\text{под}}}$  в режимі вимірювання  $A_{\Pi}^{\text{под}}$  проводиться з використанням правил підсумовування похибок результатів непрямих вимірювань [7]. При цьому необхідно врахувати, що значення координат точки С й точки D визначаються різними засобами, значення кутів  $\alpha$ ,  $\beta$  і  $\xi$  визначаються засобом вимірювання кута в горизонтальній площині, значення відстаней  $a$ ,  $b$ ,  $l$  і  $c$  визначається засобом вимірювання дальності, а значення кутів  $\vartheta$  і  $\vartheta_1$  визначається засобом вимірювання кута у вертикальній площині, всі вимірювання виконуються у схожих умовах.

Таким чином, справедливі допущення:

– похибки вимірювання кутів  $\alpha$ ,  $\beta$  і  $\xi$  є корельованими між собою;

– похибки вимірювання відстані  $a$ ,  $b$ ,  $l$  і  $c$  є корельованими між собою,

– похибки вимірювання кутів  $\vartheta$  і  $\vartheta_1$  є корельованими між собою;

– похибки вимірювання координат точок, підготовлених у топогеодезичному відношенні, рівні;

– похибки вимірювання відстані, кутів у горизонтальній і вертикальній площинах, геодезичних координат – не корельовані.

Співвідношення для визначення  $A_{\Pi}^{\text{под}}$  першим способом наведене в [4] і має вигляд:

$$A_{\Pi}^{\text{под}} = \operatorname{arctg} \frac{Y_D - Y_C}{X_D - X_C} - \operatorname{arctg} \frac{a \cos \vartheta \sin \alpha}{b - a \cos \vartheta \cos \alpha} + \operatorname{arcsin} \left( \frac{l \cdot \sin \vartheta_1 \sin \eta}{\sqrt{(Y_C - Y_D)^2 + (X_C - X_D)^2}} \right) + \pi - \beta$$

Таким чином,  $\sigma_{A_{\Pi}^{\text{под}}}$  визначається виразом

$$\sigma_{A_{\Pi}^{\text{под}}} = \left[ \sigma_{\text{под}}^2 (k_{XC} + k_{YC})^2 + \sigma_{\text{под}}^2 (k_{XD} + k_{YD})^2 + \sigma_a^2 (k_a + k_b + k_l)^2 + \sigma_{\alpha}^2 (k_{\alpha} + k_{\beta} + k_{\eta})^2 + \sigma_{\vartheta}^2 (k_{\vartheta} + k_{\vartheta_1})^2 \right]^{1/2},$$

$$\text{де } k_{XC} = \frac{\partial A_{\Pi}^{\text{под}}}{\partial X_C}, \quad k_{XD} = \frac{\partial A_{\Pi}^{\text{под}}}{\partial X_D}, \quad k_{YC} = \frac{\partial A_{\Pi}^{\text{под}}}{\partial Y_C},$$

$$k_{YD} = \frac{\partial A_{\Pi}^{\text{под}}}{\partial Y_D}, \quad k_l = \frac{\partial A_{\Pi}^{\text{под}}}{\partial l}, \quad k_{\vartheta_1} = \frac{\partial A_{\Pi}^{\text{под}}}{\partial \vartheta_1},$$

$$k_{\eta} = \frac{\partial A_{\Pi}^{\text{под}}}{\partial \eta} \text{ – вагові коефіцієнти; } \sigma_{\text{под}} \text{ – СКВ похибки визначення координат точок підготовлених у геодезичному відношенні.}$$

Співвідношення для визначення  $A_{\Pi}^{\text{под}}$  другим способом наведене в [4] і має вигляд:

$$A_{\Pi}^{\text{под}} = \operatorname{arctg} \frac{Y_D - Y_C}{X_D - X_C} - \operatorname{arcsin} \frac{a \cos \vartheta \sin \alpha}{\sqrt{c^2 - (a \sin \vartheta)^2}} + \operatorname{arcsin} \left( \frac{l \cdot \sin \vartheta_1 \sin \eta}{\sqrt{(Y_C - Y_D)^2 + (X_C - X_D)^2}} \right) + \pi - \beta.$$

Таким чином,  $\sigma_{A_{\Pi}^{\text{под}}}$  визначається виразом

$$\sigma_{A_{\Pi}^{\text{под}}} = \left[ \sigma_{\text{под}}^2 (k_{XC} + k_{YC})^2 + \sigma_{\text{под}}^2 (k_{XD} + k_{YD})^2 + \sigma_a^2 (k_a + k_c + k_b + k_l)^2 + \sigma_{\alpha}^2 (k_{\beta} + k_{\eta})^2 + \sigma_{\vartheta}^2 (k_{\vartheta} + k_{\vartheta_1})^2 \right]^{1/2}.$$

Проведено оцінку похибки вимірювання азимутального напрямку з використанням даних моделей для кожного зі способів для наступного набору вихідних даних:

$$\sigma_{\text{под}} = \sigma_{\text{АП}} = 0,1 \text{ м; } \sigma_a = 0,05 \text{ м;}$$

$$\sigma_{\alpha} = 5''; \sigma_{\vartheta} = 10'',$$

значення відстаней змінювалися в діапазоні від 10 до 5 000 метрів.

Результати оцінки похибки показали, що найбільшу точність вимірювання азимутального напрямку забезпечує перший спосіб, при цьому зі збільшенням відстані  $a$ ,  $b$ ,  $l$  і  $c$  похибка зменшується і не перевищує однієї кутової хвилини.

## Висновки

Запропоновано математичні моделі похибки визначення азимутального напрямку в режимі з використанням АС СРНС і в режимі з використанням задалегідь підготовлених у топогеодезичному відношенні позицій. Числова оцінка похибки визначення азимутального напрямку для розглянутих способів показує, що доцільним є використання першого способу вимірювання зазначеної геодезичної величини, тому що даний спосіб має найменше значення похибки.

## Список літератури

1. Крюков А.М., Тышко С.А. Применение аппаратуры потребителя спутниковой навигации для определения азимутальной ориентации жесткого протяженного объекта // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ, 2001. – Вып. 4 (14). – С. 176-180.
2. Пискунов М.Е. Геодезия в строительстве. – М.: Машиностроение, 1995. – 312 с.
3. Генеке А.А., Побединский Г.Г. Глобальная спутниковая система определения местоположения GPS и ее применение в геодезии. – М.: Картогеоцентр – Геодезиздат, 1999. – 272 с.
4. Крюков А.М., Тышко С.А. Анализ способов определения азимутальной ориентации объекта в пространстве // Системы управления, навигации та зв'язку. – К.: ЦНДІ НіУ, 2007. – Вып. 3. – С. 13-15.
5. Ковтуненко А.П., Шеринев Н.А. Основы теории построения и моделирования функционирования сложных систем вооружения. – Х.: ВИРТА, 1992. – 210 с.
6. Типовые методики метрологической экспертизы образцов и комплектов вооружения и военной техники. Кн.2. Методика оценки обоснованности выбора контролируемых параметров и их допустимых отклонений. – М.: Военное издательство, 1986. – 72 с.
7. Тойберт П. Оценка точности результатов измерений. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 88 с.

Надійшла до редколегії 5.12.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. О.М. Крюков, Академія внутрішніх військ МВС, Харків.