УДК 621.3.01

Ю.М. Черевко[1], І.А. Вікович[2], І.С. Лозовий[2]

[1]*Львівський інститут Сухопутних військ Національного університету „Львівська політехніка”, Львів*
[2]*Національний університет „Львівська політехніка”, Львів*

ПРУЖНІЙ УДАР НЕЗАКРІПЛЕНОГО ВАНТАЖУ ПРИ ЙОГО ТРАНСПОРТУВАННІ

Досліджено явище удару незакріпленого вантажу у кузові транспортного засобу. Розглянуто спосіб захисту незакріпленого вантажу у кузові транспортного засобу при його русі.

незакріплений вантаж, транспортний засіб

Вступ

При русі транспортні засоби зазнають значних динамічних навантажень що зумовлені різними причинами. Боротьба з такими негативними навантаженнями має дуже важливе значення, оскільки дозволяє підвищити збережуваність транспортованого вантажу, підвищити ефективність роботи транспортного засобу.

Суттєвий вплив на його роботу має вага та розміщення вантажу. Зменшенню ударних навантажень у трансмісії машин при рушанні з вантажем і дослідженню можливості зменшення негативного впливу незакріпленого вантажу на кузові військових машин присвячена НДР ”Дослідження робочих процесів машин автотехнічного забезпечення з накопичувально пружно-демпфуючими елементами” [1]. Розробці конструкцій накопичувально пружно-демпфуючих елементів повинні передувати дослідження явища удару незакріпленого вантажу і можливих додаткових вібронавантажень.

Особливості явища удару, що не описує класична теорія удару розглянуто в [2 – 4]. В роботі [4] розглянута задача повздовжнього удару однорідних стержнів при не утримуючих зв’язках в ударному січенні і в січенні, що взаємодіє з абсолютно жорсткою перешкодою, побудовано поле та області хвильових станів.

У роботі [5] складена методика розрахунку коливань просторової конструкції при ударній дії. Закони збереження дозволяють визначити величину і напрям відскоку абсолютно твердого тіла при відомих його лінійних і кутових швидкостях, точці удару і нормалі в ній. Якщо тіло пружне, то частина енергії в час удару перейде в енергію коливальних рухів, а отже, вектори лінійної і кутової швидкості після відскоку будуть вже не ті, що вийшли б для тіла, що не деформується.

У роботі [6] вивчається питання про збереження інваріантної безлічі віброударних систем при малих змінах параметрів системи і при переході від однієї моделі удару до іншої. Теоретично перевіряється, що удар може розглядатися як граничний випадок взаємодії з обмежувачем великої жорсткості.

Прикладне застосування теорія удару та вібронавантаженості стосовно окремих агрегатів та машин представлено в [7 – 11].

Автори пропонують покращення конструкції, роботи та діагностування агрегатів машин з урахуванням ударних та вібраційних навантажень.

© Ю.М. Черевко, І.А. Вікович, І.С. Лозовий

Основний матеріал

При транспортуванні незакріплених вантажів за допомогою транспортного засобу (автомобіля, залізничного вагону або платформи і т.п.) можлива ударна взаємодія вантажів з обмежуючими пристроями (бортами вантажного автомобіля, стінками вагону і т.п.). Явища ударної взаємодії, що виникають в періоди розгону і гальмування транспортних засобів в першому наближенню по аналогії з [13] можуть бути розглянуті за допомогою розрахункової схеми, представленій на рис. 1, де позначено:

$XOY, X_1C_TY_1$ – нерухома, жорстко пов'язана з дорогою, та рухома, жорстко пов'язана з транспортним засобом, координатні системи, які розташовані у вертикальній площині; вісь OX – горизонтальна і розташована вздовж прямої пересування транспортного засобу; вісь осі $C_TX_1 \parallel OX$;

C_T, C_B – центри мас транспортного засобу та вантажу;

X_{CT}, X_{CB} – координати центрів мас транспортного засобу та вантажу в нерухомій координатній системі;

X_{1CB} – координата центру мас вантажу в рухомій координатній системі;

$X_{1Л}$ – координата поверхні лівого демпфірувального пристрою, що контактує з лівою поверхньою вантажу, в рухомій координатній системі;

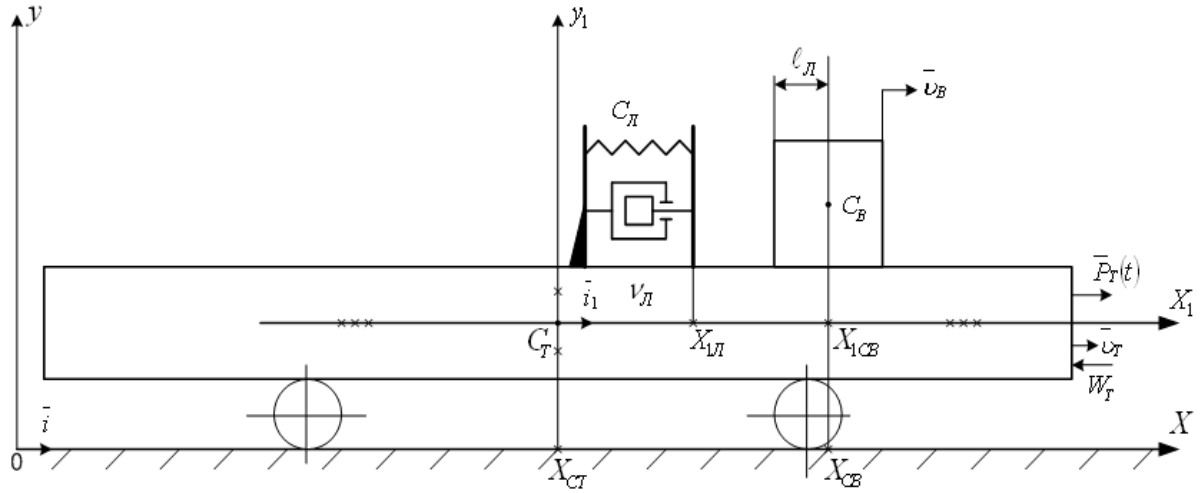

Рис. 1. Розрахункова схема транспортування незакріпленого вантажу

$\overline{P}_T, \overline{W}_T$ – приведені до корпусу транспортного засобу сили від приводного двигуна або сили від гальм та сили опору пересуванню транспортуючого засобу;

$$W_T = -\nu_T \cdot (m_T + m_B) \cdot g \cdot \eta\left(\frac{dX_{CT}}{dt}\right); \qquad (1)$$

$\eta(\upsilon_B)$ – одинична функція знаку, аргументом якої в цьому випадку є υ_B, а її графік показано на рис. 2;

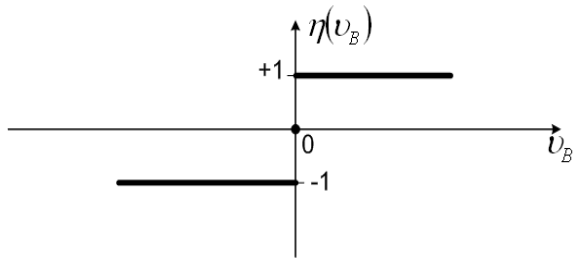

Рис. 2. Графік одиничної функції знаку

ν_T – приведений до корпусу транспортуючого засобу коефіцієнт опору його пересуванню;

m_T, m_B – маси транспортного засобу та вантажу, що транспортується;

g – пришвидшення вільного падіння;

$\overline{W}_{TB}, f_{TB}$ – сила та коефіцієнт сухого тертя між контактуючими поверхнями транспортного засобу (верхня) та вантажу (нижня);

$$W_{TB} = -m_B \cdot g \cdot f_{TB} \cdot \eta(\upsilon_B); \qquad (2)$$

$C_Л, \nu_Л$ – коефіцієнти жорсткості та в'язкого тертя лівого демпфірувального пристрою;

$\ell_Л$ – віддаль від лівої поверхні вантажу, що контактує з відповідною по верхньою демпфірувального пристрою;

$\overline{\upsilon}_T, \overline{\upsilon}_B$ – швидкості (абсолютна) транспортного засобу та (відносна) вантажу.

В подальшому використовувалися припущення:

– розглядається система захисту при транспортуванні незакріплених вантажів в період розгону транспортного засобу;

– ділянка шляху прямолінійна;

– коефіцієнт жорсткості $C_Л$ вважається постійним;

– не враховуються вертикальні, поперечні і подовжньо-кутові коливання транспортного засобу;

– масами всіх інших елементів механічної системи - нехтується.

Розглянемо детальніше сили, що діють між вантажем та транспортним засобом (рис. 3).

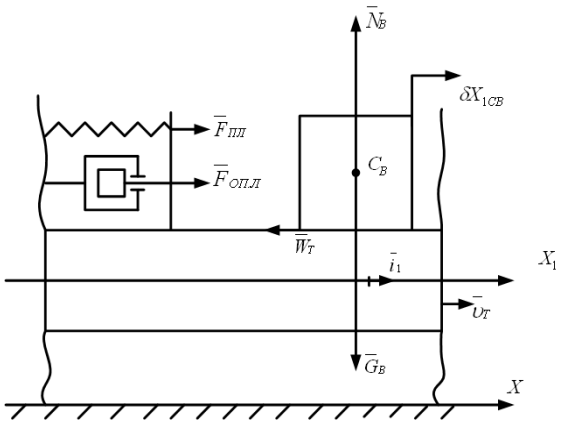

Рис. 3. Сили, що діють на вантаж з боку транспортного засобу

На рис. 3 показано напрямки сил, що діють на вантаж з боку транспортного засобу, і використано позначення: $\overline{G}_B$ – вага вантажу; $\overline{N}_B$ – нормальна складова реакції контактуючої поверхні транспортного засобу на вантаж;

$$\overline{W}_{TB} = \mp\overline{i}_1 \cdot N_B \cdot \eta(\upsilon_B) = \mp\overline{i}_1 \cdot f_{TB} \cdot m_B \cdot g \cdot \eta(\upsilon_B). \quad (3)$$

Тут, в (3), і надалі в (4), (5), верхній знак потрібно використовувати в рівнянні руху вантажу, а нижній - в рівнянні руху транспортного засобу.

$\overline{i}_1$ – орт вектор осі $C_T X_1$;

$F_{ПЛ}$ – сила пружності лівого демпфера

$$F_{ПЛ} = \mp C_Л \cdot \left[\left(X_{1CB} + \ell_Л\right) - X_{1Л}\right] \times \times \left[\frac{\eta\left[X_{1Л} - \left(X_{1CB} - \ell_Л\right)\right] + 1}{2}\right]; \quad (4)$$

$F_{ОП.Л}$ – сила в'язкого тертя (опору) лівого демпфера

$$F_{ОП.Л} = \mp\nu_Л \cdot \upsilon_B \times \times \left\{\frac{\eta\left[X_{1Л} - \left(X_{1CB} + \ell_Л\right)\right] + 1}{2}\right\} \cdot \left\{\frac{\eta(-\upsilon_B) + 1}{2}\right\}; \quad (5)$$

Для побудови математичної моделі руху елементів розрахункової схеми (рис. 1)використаємо рівняння Лагранжа II роду [12, 14], яке записано в такому виді:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j;\ j = 1, \ldots, m; \quad (6)$$

де m – число ступенів вільності механічної системи „транспортний засіб-вантаж”; механічна система, що аналізується, має $m = 2$;

$q_j, \dot{q}_j$ – узагальнені j-та координата та її швидкість; в даному випадку за узагальнені координати доцільно вибрати координату X_{CT} центру мас транспортного засобу $\left(q_1 = X_{CT}\right)$ та відносну координату X_{1CB} центру мас вантажу $q_2 = X_{1CB}$;

T – сумарна кінетична енергія елементів механічної системи, масами яких не було знехтуване; оскільки, з врахуванням зроблених припущень, тіла рухаються поступально, тому

$$T = T_T + T_B = \frac{m_T \cdot \upsilon_T^2}{2} + \frac{m_B \cdot \left(\upsilon_T + \upsilon_B\right)^2}{2}; \quad (7)$$

Q_j – j-та узагальнена сила; вона підраховується наступним чином :

$$Q_j = \frac{\delta A_j}{\delta q_j}, \qquad j = 1, 2; \quad (8)$$

δA_j – елементарна робота яку виконують всі сили, що прикладені до тіл даної механічної системи, при наданні j-й узагальненій координаті q_j можливої зміни δq_j.

Деталізуємо вирази узагальнених сил Q_j. Надамо узагальненій координаті $q_1 = X_{CT}$ можливу зміну $q_1 = X_{CT}$. Роботу виконають сили $\overline{P}_T, \overline{W}_T, \overline{F}_{ПЛ}, \overline{F}_{ОП.Л}, \overline{W}_{TB}$. Тоді елементарна робота цих сил з врахуванням (1) – (5) на можливому переміщенні δX_{CT} дорівнює:

$$\delta A_1 = \left(\overline{i} \cdot \delta X_{CT}\right) \cdot \left[\overline{P}_T + \overline{W}_T + \overline{F}_{ПЛ} + \overline{F}_{ОПЛ} + \overline{W}_{TB}\right];$$

а узагальнена сила Q_1 буде мати вигляд:

$$Q_1 = +P_T - \nu_T \upsilon_T + C_Л \cdot \left[\left(X_{1CB} - \ell_{ВЛ}\right) - X_{1Л}\right] \times \times \left\{\frac{\eta\left[X_{1Л} - \left(X_{1CB} - \ell_{ВЛ}\right)\right] + 1}{2}\right\} + + \nu_Л \cdot \upsilon_B \cdot \left\{\frac{\eta\left[X_{1Л} - \left(X_{1CB} - \ell_{ВЛ}\right)\right] + 1}{2}\right\} \times \times \left\{\frac{\eta(-\upsilon_B) + 1}{2}\right\} + f_{TB} \cdot m_B \cdot g \cdot \eta(\upsilon_B). \quad (9)$$

Надамо узагальненій координаті $q_2 = X_{1B}$ можливу зміну $\delta q_2 = \delta X_{1B}$. Роботу на цьому переміщенню виконають сили $\overline{F}_{ПЛ}, \overline{F}_{ОП.Л}, \overline{W}_{TB}$. Тоді елементарна робота цих сил на можливому переміщенні δX_{1B} дорівнює:

$$\delta A_2 = \left(\bar{i}\cdot\delta X_{1СВ}\right)\cdot\left[\bar{F}_{ПЛ}+\bar{F}_{ОПЛ}+\bar{W}_{ТВ}\right],$$

а узагальнена сила буде мати вигляд:

$$Q_2 = -C_Л\cdot\left[\left(X_{1СВ}-\ell_{ВЛ}\right)-X_{1Л}\right]\times$$
$$\times\left\{\frac{\eta\left[X_{1Л}-\left(X_{1СВ}-\ell_{ВП}\right)+1\right]}{2}\right\}-$$
$$-\nu_Л\cdot\upsilon_В\cdot\left\{\frac{\eta\left[X_{1Л}-\left(X_{1СВ}-\ell_{ВЛ}\right)-X_{1П}\right]+1}{2}\right\}\times$$
$$\times\left\{\frac{\eta\left(-\upsilon_В\right)+1}{2}\right\}-f_{ТВ}\cdot m_В\cdot g\cdot\eta\left(\upsilon_В\right). \qquad (10)$$

Похідні від сумарної кінетичної енергії (7) елементів механічної системи, що розглядається, мають вигляд:

$$\frac{\partial T}{\partial q_1}=\frac{\partial T}{\partial q_2}=0;\quad \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1}=\left(m_Т+m_В\right)\dot{q}_1;$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial q_1}\right)=\left(m_Т+m_В\right)\cdot\ddot{q}_1=\left(m_Т+m_В\right)\cdot\frac{d^2X_{СТ}}{dt^2};$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2}=m_В\cdot\dot{q}_2;$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2}\right)=m_В\cdot\ddot{q}_2=m_В\cdot\frac{d^2X_{1СВ}}{dt^2}. \qquad (11)$$

Рівняння Лагранжа II роду (6) з врахуванням (9) – (11) набирають вигляду:

$$\left(m_Т+m_В\right)\cdot\frac{d^2X_{СТ}}{dt^2}+\nu_Т\cdot\frac{dX_{СТ}}{dt}+$$
$$+\nu_Л\cdot\left[\eta\left(X_{1Л}-X_{1СВ}+\ell_{ВЛ}\right)+1\right]\cdot\left[\eta\left(-\frac{dX_{1СВ}}{dt}\right)+1\right]+$$
$$+C_Л\cdot\left(X_{1СВ}-\ell_{ВЛ}-X_{1Л}\right)\cdot\left[\eta\left(X_{1Л}-X_{1СВ}+\ell_{ВЛ}+1\right)\right]=$$
$$=P_Т+f_{ТВ}\cdot m_В\cdot g\cdot\eta\left(\frac{dX_{1СТ}}{dt}\right);$$

$$m_В\cdot\frac{d^2X_{1СТ}}{dt^2}+\nu_Л\cdot\left[\eta\left(X_{1Л}-X_{1СВ}+\ell_{ВЛ}\right)+1\right]\times$$
$$\times\left[\eta\left(-\frac{dX_{1СВ}}{dt}\right)+1\right]+\frac{1}{2}\cdot\left\{C_П\cdot\left(X_{1СВ}+\ell_{ВП}-X_{1П}\right)\times\right.$$
$$\cdot\eta\left(X_{1СВ}+\ell_{ВП}-X_{1П}+1\right)+$$
$$+C_Л\cdot\left(X_{1СВ}-\ell_{ВЛ}-X_{1Л}\right)\cdot\left[\eta\left(X_{1Л}-X_{1СВ}+\ell_{ВЛ}+1\right)\right]=$$
$$=-f_{ТВ}\cdot m_В\cdot g\cdot\eta\left(\frac{dX_{1СТ}}{dt}\right). \qquad (12)$$

Система диференціальних рівнянь (12), що доповнена початковими умовами руху представляє собою математичну модель (задача Коші) роботи та руху транспортного засобу при транспортуванні незакріпленого вантажу. Ця система представляє собою набір двох звичайних диференціальних нелінійних, неоднорідних рівнянь, куди входять коефіцієнтами відомих функцій, що мають розриви першого роду. Такі системи піддаються аналітичному розв'язку шляхом розбиття процесу руху на етапи (наприклад, як в [15, 16] та інші). Але такий підхід мало ефективний, в зв'язку з громіздкістю обчислень.

Представляється більш ефективним використання одного з добре відомих чисельних методів (Рунне-Кути, Булірша-Штера), розв'язку задачі Коші для систем звичайних рівнянь I-го порядку, що реалізовані в тому чи іншому комп'ютерному математичному пакеті (як приклад *Mathcad 14* компанії PTC) [17].

На рис. 4 – 6 приведені графіки максимальних динамічних навантажень F_{max}, а на рис. 7 – 9 – графіки зміни відстані ℓ^* після удару між вантажем і обмежуючим пристроєм в залежності: від жорсткості пружного елементу, від співвідношення $\frac{P_Т}{W_Т}$ і відстані між вантажем і буфером в початковий момент часу при різних співвідношеннях мас $\frac{m_Т}{m_В}$ і співвідношеннях $\frac{P_Т}{W_Т}$.

Як приклад приведені графіки, побудовані при наступних значеннях:

$$P = 10000\ Н,\ m_Т = 1000\ кг;\ f_{ТВ} = 0,02;$$

$$c_Л = 500\frac{кН}{м}\cdot\left(X_{1СВ}^{поч}-\ell_Л\right)-X_{1П}=\ell=1\ м.$$

При побудові графіків на рис. 9 і 10 вибрано $m_В = 500$ кг.

Розрахунки показують, що величина ударного навантаження істотно залежить від співвідношень $\frac{m_Т}{m_В}$ і $\frac{P_Т}{W_Т}$. Із зменшенням співвідношення $\frac{m_Т}{m_В}$ і збільшенням $\frac{P_Т}{W_Т}$ сила удару зростає. З рівнянь (7) і (5) витікає, що для даної механічному моделі удар можливий $P_Т - W_Т \geq \left(1+\frac{m_Т}{m_В}\right)\cdot W_{ТВ}$.

Це підтверджується розрахунками, які ілюструють графіки на рис. 5 і 8.

На графіку рис. 7 видно, що при малому $n=\frac{P_Т}{W_Т}$ співвідношення мас $\frac{m_Т}{m_В}$ трохи впливає на величину відстані ℓ^*; на цю відстань також мало впливає збільшення жорсткості в даному прикладі рис. 7 при $c_Л \geq 2\cdot10^5\ \frac{Н}{м}$.

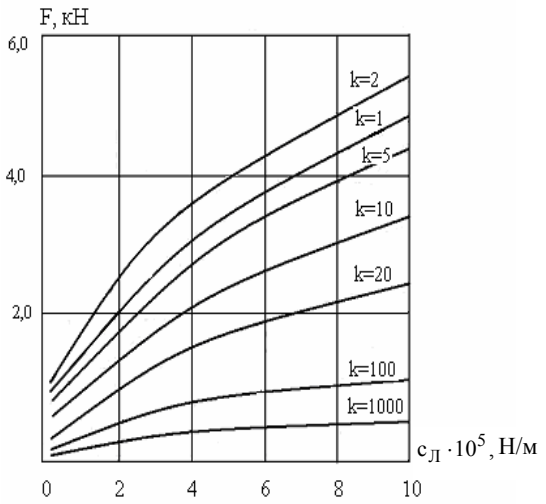

Рис. 4. $k = \frac{m_T}{m_B}$

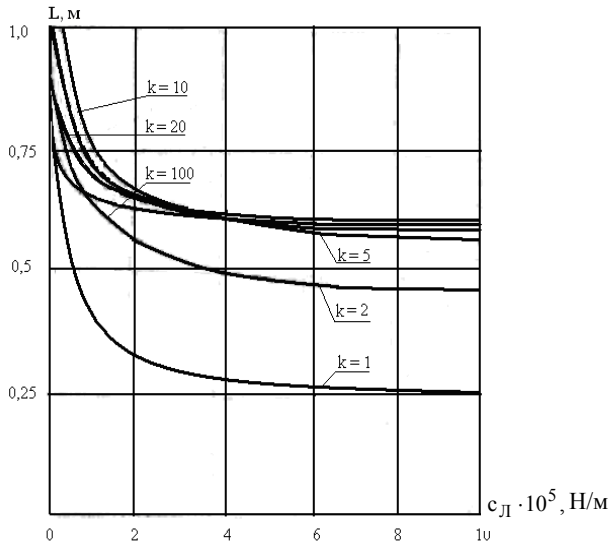

Рис. 7. $k = \frac{m_T}{m_B}$

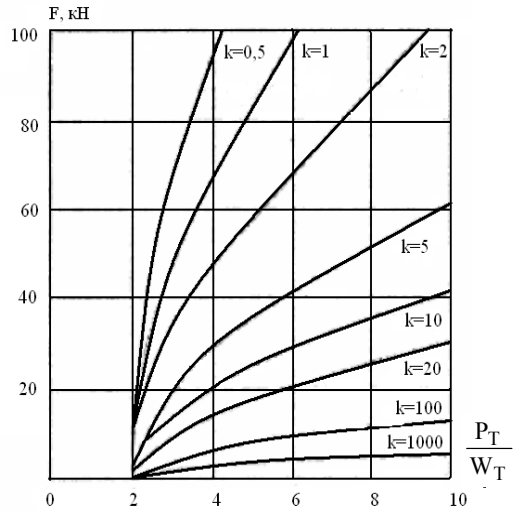

Рис. 5. $k = \frac{m_T}{m_B}$

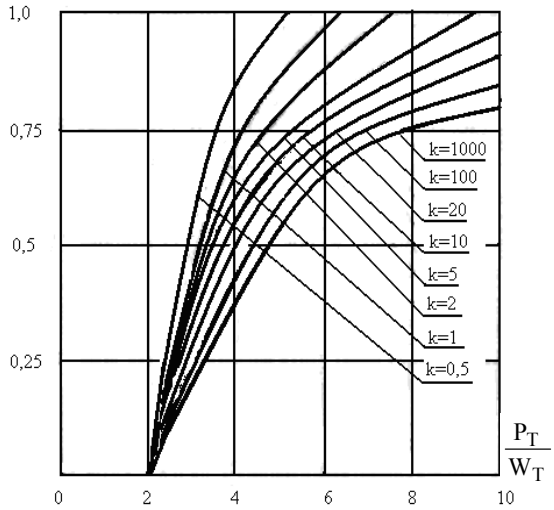

Рис. 8. $k = \frac{m_T}{m_B}$

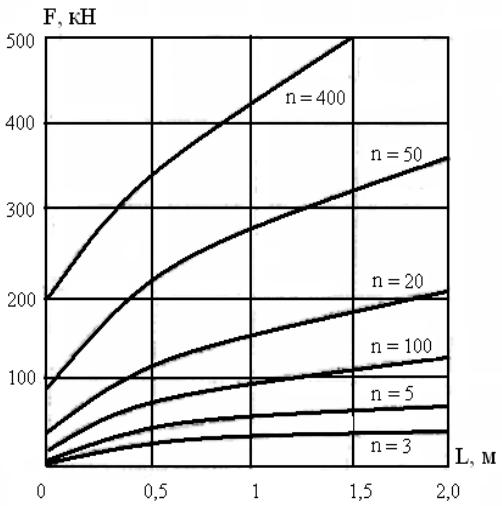

Рис. 6. $n = \frac{P_T}{W_{TB}}$

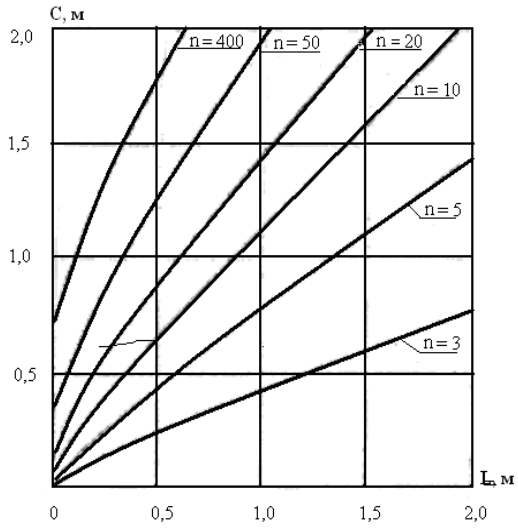

Рис. 9. $n = \frac{r}{W}$

Графіки на рис. 10 є максимальними динамічними навантаженнями при ударі залежно від коефіцієнта опору переміщення вантажу f_{TB} при різних співвідношеннях P_T/W_T і побудовані з розрахунку, що сила опору W_T – змінна величина, яка пропорційна зміні f_{TB}. Якщо розгін транспортної спорідненості продовжуватиметься тривалий час, то можливі неодноразові удари вантажу об обмежуючі пристрої. Величина імпульсу ударного навантаження при цьому зростатиме.

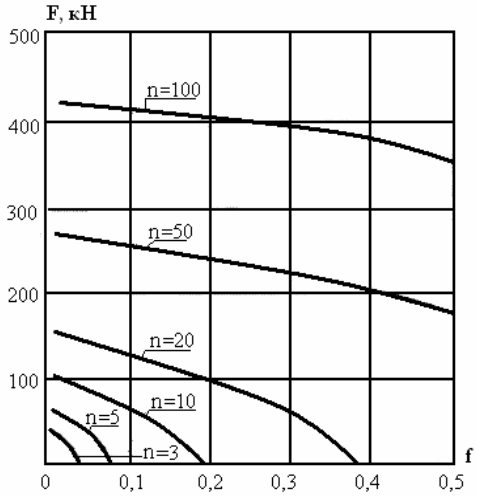

Рис. 10. $n = P_T/W_T$

Ці графіки представляють практичний інтерес, оскільки показують безпосередньо виключення удару об обмежуючий пристрій при певних значеннях коефіцієнта опору переміщенню f_{TB} і при відповідних співвідношеннях P_T/W_T. Із збільшенням P_T/W_T виключення удару можливо при більшому, а при $P_T/W_T > 50$ для даного прикладу виключення удару неможливе.

Якщо розгін транспортної спорідненості продовжуватиметься тривалий час, то можливі неодноразові удари вантажу об обмежуючі пристрої. Величина імпульсу ударного навантаження при цьому зростатиме. Так графіки на рис. 8 доводять, що якщо $P_T/W_T \geq 10$ при вибраних параметрах системи, відстань, на яку відійде вантаж від обмежуючого пристрою після удару, буде більша, ніж відстань ℓ до удару.

Висновки

1. У випадках, коли вантаж складно нерухомо закріпити, доцільно використовувати пружно демпфірувальні пристрої, що розташовані на бортах кузова.

2. Механічні характеристики цих пристроїв бажано вибирати в зонах, які забезпечують оптимальні динамічні навантаження типових вантажів, що перевозяться даним транспортним засобом.

3. Одержані аналітичні вирази разом з відомими програмними середовищами розв'язку математичних задач на ЕОМ дають можливість підвищити ефективність проектування пристроїв для обмеження динамічних навантажень при транспортуванні незакріплених вантажів. Кілька наведених графіків вже дають можливість судити про значення механічних характеристик пружно-демпфірувальних пристроїв.

Список літератури

1. *Черевко ЮМ. Дослідження робочих процесів машин авто технічного забезпечення з накопичувально пружньо-демпфуючими елементами: Реферат НДР / ЛІСВ НУ «ЛП». – Львів, 2007. – 55 с.*
2. *Раус Э.Дж. Динамика систем твердых тел. – М: Наука, 1983. – Т. 1. – 463 с.*
3. *Иванов А.П. Динамика систем с механическими соударениями. – М.: Межд. прогр. образования, 1997. – 336 с.*
4. *Битюрин А.А., Манжосов В.К. Моделирование продольного удара однородным стержнем при неудерживающих связях. – Ульяновск: Вестник УлГТУ. – 2005. – № 3. – С. 67-71.*
5. *Хади Н.Х., Терезин В.А. К вопросу о пространственном ударе сложной стержневой системы // Материалы межвузовской научной конференции: XXIX Неделя науки. – С.-Пб.: СпбГТУ, 2001. – Ч. III. – С. 46.*
6. *Крижевич С.Г. Структурная устойчивость инвариантных множеств виброударных систем // Вестн. С.-Петерб. ун-та. – Сер. 1. – Вып. 1. – С. 55-61.*
7. *Савельев Ю.Ф. Метод эффективной виброзащиты подвижного состава и экипажа на основе дополнительных механических устройств со знакопеременной упругостью: Монография. – Омск: Омский гос. ун-т путей сообщения, 2003. – 107 с.*
8. *Технологии защиты от вибрационного воздействия различных объектов и систем. – 2001. – Институт технической механики НАНУ и НКАУ.*
9. *Зотов А.Н. Виброизолятор нелинейного принципа действия // Механика и процессы управления, т. 2. Труды XXXIV Уральского семинара по механике и процессам управления. – Екатеринбург, 2004. – 435 с.*
10. *Зотов А.Н. Виброизоляторы с квазинулевой жесткостью // Сборник статей III межд. НТК «Вибрация машин, снижение, защита». – Донецк, 2005. – 80 с.*
11. *Дегтяренко И.В. Автоматизированная система контроля и управления технологическим комплексом производства машин возвратно-поступательного действия с низкой виброакустической активностью: Дисс… канд. техн. наук, 05.13.07– Донецк: ГТУ, 2001. – 180 с.*
12. *Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.*
13. *Комаров М.С. Динамика механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1969. – 293 с.*
14. *Пановко Я.Г. Введение в теорию механического удара. – М.: Наука, 1977. – 232 с.*
15. *Викович И.А. Об одном случае упругого удара: Депонирована в ГРНТБ УкрНИИНТИ № 2667. – К., 1981. – 11 с.*
16. *Викович И.А. Об одном случае виброзащиты при транспортировании незакрепленных грузов: Депонирована в ГРНТБ УкрНИИНТИ № 3094. – К., 1981. – 9 с.*
17. *Кирьянов Д.В. Mathcad 14. – С.-Пб.: БВХ-Петербург, 2007. – 704 с.: ил.+ Видеокурс (на CD-ROM).*

Надійшла до редколегії 29.10.2007

Рецензент: д-р техн. наук, академік І.В. Кузьо, Національний університет «Львівська політехніка», Львів.