

УДК 621.396

І.В. Барішев¹, В.В. Поляков², О.В. Висоцький²¹Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського «ХАІ», Харків²Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КАНАЛУ КУРСУ АВТОНОМНОЇ СИСТЕМИ ТРАЕКТОРНОГО УПРАВЛІННЯ ПОСАДКОЮ ЛІТАКІВ НА НЕОБЛАДНАНІ АЕРОДРОМИ

У роботі розроблено детерміновану математичну модель каналу курсу автономної системи траекторного управління посадкою літаків на необладнані аеродром. Управління курсом ЛА здійснюється шляхом застосування режиму плоского розвороту.

радіолокаційна система посадки літаків, необладнаний аеродром, траекторне управління

Вступ

Постановка проблеми. Використання принципів багатопозиційності мобільного наземного обладнання для забезпечення автоматичної посадки літальних апаратів (ЛА) на необладнані стаціонарними засобами аеродрому та посадочні площадки в останній час приваблює значну увагу для практичного вирішення цих задач у зв'язку з актуальністю такої проблеми для авіації Повітряних Сил Збройних Сил України [1].

Мета статті. Розробити математичну модель автономної системи траекторного управління посадкою літаків на необладнані стаціонарними радіотехнічними засобами аеродрому для дослідження автономної системи посадки, яка не потребує передачі даних з землі на борт літального апарату та дозволяє зменшити час на створення умов для посадки літака.

Аналіз публікацій. Питання побудови автономних систем посадки літальних апаратів розглядаються в роботах [2 – 5].

У науковій практиці досить широке використання знаходить метод аналізу й синтезу систем, заснований на застосуванні рівнянь у просторі станів. Перевага цього методу перед іншими полягає в тому, що для рішення задачі синтезу і практичної реалізації алгоритму управління дискретної системи застосовуються ЕОМ. Це в значній мірі дозволяє підвищити якість і ефективність проведення досліджень.

З погляду математики підхід, заснований на понятті вектора простору станів, припускає використання методів матричного числення і векторного аналізу для операцій з великим числом перемінних у досліджуваних задачах.

Виклад основного матеріалу

Управління посадкою ЛА у системах траекторного управління проводиться роздільно по каналах курсу та глісади [1, 2]. В даній статті розглянемо математичний опис процесу управління рухом ЛА по каналу курсу автономної системи посадки. При

цьому вважається, що аеродром посадки необладнаний спеціалізованими засобами радіотехнічного забезпечення посадки, а в якості джерел інформації використовуються наземних радіолокаційні маяки-відповідачі.

Поставлена задача вирішується за рахунок того, що траекторія руху ЛА розглядається в просторі станів поверхонь положень із вертикальної твірною (ППВТ), завдяки чому забезпечується формування електронним способом програмних точок руху ЛА в горизонтальній площині [5].

Для визначення місця розташування об'єкта в просторі ППВТ, які формуються за даними азимутальних вимірювань, необхідно використовувати як мінімум два вимірювачі азимутів об'єкта, кожний з яких формує ППВТ. Перетинання визначає вертикаль, на якій знаходиться об'єкт [6].

Для визначення динаміки руху об'єкта в просторі ППВТ звернемося до рис. 1, де зображені:

- РМВ (M_1, M_2) – радіомаяки-відповідачі;
 - $LA(k-1), LA(k), LA(k+1)$ – положення ЛА в дискретні моменти часу;
 - $N(k)$ – положення k -програмної точки;
 - $R_{1N}(k), R_{2N}(k)$ – похилі дальності $N(k)$ -програмної точки щодо відповідних вимірювачів;
 - $R_1(k), R_2(k)$ – похилі дальності ЛА щодо відповідних вимірювачів;
 - A – азимут бази M_1O ;
 - B – азимут бази M_2O ;
 - X_1 – вісь, яка співпадає з напрямком бази M_1O ;
 - X_2 – вісь, яка співпадає з напрямком бази M_2O ;
 - $\psi(k)$ – кут, що задає напрямок управляемого руху ЛА по курсу, та який характеризує напрямок вектора швидкості ЛА щодо напрямку на північ – N .
- При цьому кут ковзання для даної задачі мається на увазі настільки малим, що ним можна знехотити;
- Δl – відстань, пройдена ЛА при русі зі швидкістю V за час $\Delta t = t(k) - t(k-1)$;

– $\alpha_m(k-1), \alpha_m(k), \alpha_m(k+1)$ – значення азимутів ЛА у дискретні моменти часу $t(k-1), t(k), t(k+1)$, ($m = \overline{1, 2}$);

– $\alpha_{mN}(k)$ – значення азимутів k -ої програмної точки траєкторії руху ЛА, ($m = \overline{1, 2}$);

– $\eta(k)$ – кут, що характеризує положення лінії вивування ЛА – $N(k)$ на площині в момент часу k .

ЗПС оснащують трьома РМВ, які розміщують на поздовжній та поперечній осі симетрії ЗПС (рис. 1). РМВ1 знаходиться на поздовжній осі аеродрому ЗПС з протилежної сторони від заходу ЛА на посадку. РМВ2 та РМВ3 знаходяться на поперечній осі ЗПС, причому РМВ2 спостерігається з ЛА ліворуч, а РМВ3 – праворуч. Відстань між РМВ1 та

РМВ2 дорівнює відстані між РМВ1 та РМВ3, а кут, під яким перетинаються ці відрізки дорівнює $\pi/2$.

Для рис. 1 можна записати наступні співвідношення:

$$\begin{cases} \frac{\Delta l(k+1)}{\sin[\alpha_1(k+1) - \alpha_1(k)]} = \frac{R_1(k)}{\sin[\psi(k) - \alpha_1(k+1)]}; \\ \frac{\Delta l(k+1)}{\sin[\alpha_2(k+1) - \alpha_2(k)]} = \frac{R_2(k)}{\sin[\psi(k) - \alpha_2(k+1)]}; \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{\Delta l(k)}{\sin[\alpha_1(k) - \alpha_1(k-1)]} = \frac{R_1(k)}{\sin[\psi(k-1) - \alpha_1(k-1)]}; \\ \frac{\Delta l(k)}{\sin[\alpha_2(k) - \alpha_2(k-1)]} = \frac{R_2(k)}{\sin[\psi(k-1) - \alpha_2(k-1)]}. \end{cases} \quad (2)$$

Вирішуючи спільно (1) і (2) одержимо перекладні характеристики:

$$\frac{\sin[\alpha_1(k+1) - \alpha_1(k)]}{\sin[\alpha_2(k+1) - \alpha_2(k)]} \cdot \frac{\sin[\alpha_2(k) - \alpha_2(k-1)]}{\sin[\alpha_1(k) - \alpha_1(k-1)]} = \frac{\sin[\psi(k) - \alpha_1(k+1)]}{\sin[\psi(k) - \alpha_2(k+1)]} \cdot \frac{\sin[\psi(k-1) - \alpha_2(k-1)]}{\sin[\psi(k-1) - \alpha_1(k-1)]}. \quad (3)$$

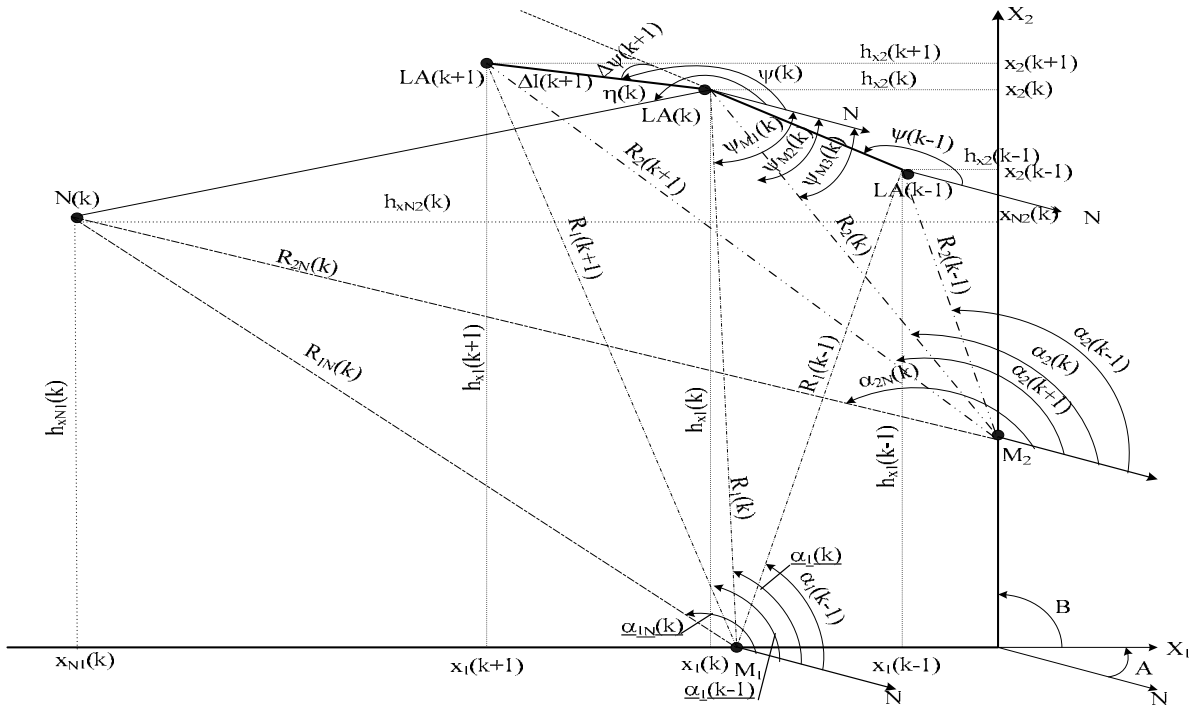


Рис. 1. Динаміка управління посадкою літака по курсу методом пропорційних збільшень за даними азимутальних вимірювань

Уведемо значення “великих” різностей:

$$\begin{cases} \Delta\alpha_1(0) = \alpha_{1N}(0) - \alpha_1(0), \dots, \Delta\alpha_1(k-1) = \\ = \alpha_{1N}(k-1) - \alpha_1(k-1), \Delta\alpha_1(k) = \alpha_{1N}(k) - \alpha_1(k), \\ \Delta\alpha_2(0) = \alpha_{2N}(0) - \alpha_2(0), \dots, \Delta\alpha_2(k-1) = \\ = \alpha_{2N}(k-1) - \alpha_2(k-1), \Delta\alpha_2(k) = \alpha_{2N}(k) - \alpha_2(k) \end{cases} \quad (4)$$

й значення “малих” різностей α -параметрів:

$$\left. \begin{aligned} \delta\alpha_1(k) &= \alpha_1(k) - \alpha_1(k-1); \\ \delta\alpha_2(k) &= \alpha_2(k) - \alpha_2(k-1). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

До моменту $t(k)$ відомі такі величини: $\Delta\alpha_1(k), \Delta\alpha_2(k), \delta\alpha_1(k), \delta\alpha_2(k)$, а також відносини збільшень по каналах α_1 і α_2 для інтервалу $\Delta t(k)$:

$$n(k) = \delta\alpha_1(k) / \delta\alpha_2(k). \quad (6)$$

За дискретні моменти часу $t(k)$, як і в попередньому випадку, приймаються моменти відпрацювання системою управління відповідних збільшень по одному з каналів. За вихідні приймаються збільшення по каналі α_2 . При цьому задається послідовність збільшень

$$\delta\alpha_2(1), \delta\alpha_2(2), \dots, \delta\alpha_2(k), \delta\alpha_2(k+1).$$

Априорне (необхідне) значення відносини збільшень по каналах α_1 і α_2 для інтервалу часу $\Delta t(k+1)$:

$$n_H(1) = \frac{\Delta\alpha_1(1)}{\Delta\alpha_2(1)}, \dots, n_H(k-1) = \frac{\Delta\alpha_1(k-1)}{\Delta\alpha_2(k-1)},$$

$$n_H(k) = \frac{\Delta \alpha_1(k)}{\Delta \alpha_2(k)} = \frac{\delta \alpha_1(k+1)}{\delta \alpha_2(k+1)}. \quad (7)$$

Виходячи з отриманих перехідних характеристик (3), з урахуванням (4), (5) і (7), а також провівши лінеаризацію, вважаючи збільшення $\delta \psi_1(k)$, $\delta \psi_2(k)$ досить малими величинами, щоб здійснити заміни: $\cos \delta \psi_i(k) \approx 1$, $\sin \delta \psi_i \approx \psi_i$ ($i = \overline{1,2}$), одержимо рівняння, які описують динаміку ЛА у просторі станів α -параметрів:

$$\begin{cases} \alpha_1(k+1) = \Phi_1(k+1, k) \cdot \alpha_1(k) + \\ \quad + \Phi_1(k+1, k-1) \cdot \alpha_1(k-1) + \\ \quad + F_1(k+1, k) \cdot \alpha_{1T}(k) + \Psi_1(k+1, k) \cdot \Delta \psi(k); \\ \alpha_2(k+1) = \alpha_2(k) + \delta \alpha_2(k+1), \end{cases} \quad (8)$$

де $\Phi_1(k+1, k) = 1 - \Phi_1(k+1, k-1) - F_1(k+1, k)$;

$$\Phi_1(k+1, k-1) = \frac{n_T(k+1) \cdot ct_1(k) - ct_2(k) - 180 / (\pi \cdot \delta \beta_2(k))}{n(k) \cdot ct_1(k) - ct_2(k)};$$

$$F_1(k+1, k) = \frac{180 / \pi}{\Delta \beta_2(k) \cdot [n(k) \cdot ct_1(k) - ct_2(k)]};$$

$$\Psi_1(k+1, k) = \frac{n(k) \cdot ct_1(k) - n_T(k+1) \cdot ct_2(k)}{n(k) \cdot ct_1(k) - ct_2(k)};$$

$$ct_1(k) = \text{ctg}[\psi(k-1) - \alpha_1(k)];$$

$$ct_2(k) = \text{ctg}[\psi(k-1) - \alpha_2(k)].$$

Величини $n(k)$, ct_1 , ct_2 на інтервалі часу $\Delta t(k)$ є постійними. Зміна цих величин настає в момент часу $t(k)$.

Для здійснення управляемого руху ЛА відповідно до методу пропорційних збільшень (8) потрібно визначити управляючу функцію $\Delta \psi(k)$. Для азимутальних збільшень вона буде:

$$\begin{aligned} \alpha_1(k+1) &= \delta \alpha_2(k+1) \cdot \frac{\Delta \alpha_1(k)}{\Delta \alpha_2(k)} + \alpha_1(k) = \\ &= \delta \alpha_2(k+1) \cdot n_H(k+1) + \alpha_1(k). \end{aligned} \quad (9)$$

Підставимо (9) в (8). Після перетворення одержимо вираз для визначення управляючої функції для методу пропорційного зближення при формуванні ППВТ по азимутальних вимірюваннях:

$$\begin{aligned} \Delta \psi(k) &= \frac{\delta \alpha_2(k+1) \cdot n_T(k+1) - [1 - \Phi_1(k+1, k)] \cdot \alpha_1(k)}{\Psi_1(k+1, k)} - \\ &- \frac{\Phi_1(k+1, k-1) \cdot \alpha_1(k-1) - F_1(k+1, k) \cdot \alpha_{1T}(k)}{\Psi_1(k+1, k)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Модель динаміки системи управління посадкою літака по курсу ЛА в диференціальній формі для режиму плоского розвороту ЛА (за рахунок стабілізації крену) можна записати у вигляді [7]:

$$\dot{\beta} = -a_{z*}^{\beta} \beta + \left(1 + k_H^{\omega_y}\right) \omega_y - a_{z*}^{\delta_H} k_H^{\psi} \Delta \psi; \quad \dot{\psi} = \omega_y; \quad (11)$$

$$\dot{\omega}_y = -a_{my}^{\beta} \beta + \left(-a_{my}^{\omega_y} + k_H^{\omega_y}\right) \omega_y - a_{my}^{\delta_H} k_H^{\psi} \Delta \psi,$$

де β – кут ковзання; ω_y – кутова швидкість обертання ЛА навколо продольної осі.

Для запису моделі системи траєкторного управління боковим рухом ЛА (11) у векторно-матричній формі [8] вважаємо, що

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^T &= \|\beta, \omega_y, \psi\|; \\ \mathbf{F} &= \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & 0 \\ a_3 & a_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}; \quad \mathbf{u} = \Delta \psi; \quad \mathbf{C} = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \end{vmatrix}, \end{aligned} \quad (12)$$

де

$$a_1 = -a_{z*}^{\beta}; \quad a_2 = 1 + k_H^{\omega_y}; \quad a_3 = -a_{my}^{\beta};$$

$$a_4 = -a_{my}^{\omega_y} + k_H^{\omega_y}; \quad b_1 = -a_{z*}^{\delta_H} k_H^{\psi}; \quad b_2 = -a_{my}^{\delta_H} k_H^{\psi}.$$

Дискретизація моделі (12) дозволяє отримати рівнянням, яке описує динаміку дискретної моделі каналу курсу автономної системи траєкторного управління посадкою літаків на необладнані аеродроми:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_K(k+1) &= \Phi_K(k+1, k) \cdot \mathbf{x}_K(k) + \\ &+ \mathbf{C}_K(k+1, k) \cdot \mathbf{u}_K(k), \end{aligned} \quad (13)$$

іє $\mathbf{x}_K^T(k) = \|\beta(k) \quad \omega_y(k) \quad \psi(k)\|$; $\mathbf{u}_K(k) = \Delta \psi(k)$;

$$\Phi_K(k+1, k) = \begin{vmatrix} 1 + a_1 \tau & a_2 \tau & 0 \\ a_3 \tau & 1 + a_4 \tau & 0 \\ 0 & \tau & 1 \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{C}_K(k+1, k) = \begin{vmatrix} b_1 \tau + \frac{1}{2}(a_1 b_1 + a_2 b_2) \tau^2 \\ b_1 \tau + \frac{1}{2}(a_3 b_1 + a_4 b_2) \tau^2 \\ \frac{1}{2} b_2 \tau^2 \end{vmatrix}.$$

Виміри в системі (13) проводяться навігаційно-пілотажним приладом, встановленим на борту ЛА (система виміру поточного курсу літака). Поклавши рівним нулю помилки виміру одержимо вектор виміру:

$$\mathbf{z}_K(k+1) = \mathbf{H}_K(k+1) \cdot \mathbf{x}_K(k+1), \quad (14)$$

$$\text{де } \mathbf{H}_K(k+1) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Система виду (13), (14) є детермінованою дискретною лінійною математичною моделлю каналу курсу автономної системи траєкторного управління посадкою літаків на необладнані аеродром. Структурна схема моделі такої системи приведена на рис. 2.

Сигнали $\Delta \psi(k)$ надходять до системи автоматичного управління ЛА, де формуються сигнали управління рухом ЛА у горизонтальній площині по визначеному курсу посадки.

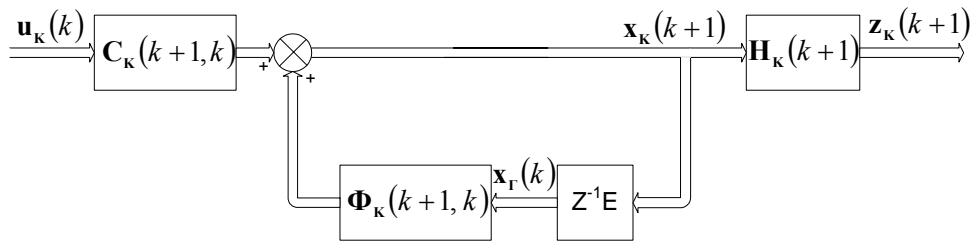


Рис. 2. Структурна схема детермінованої дискретної лінійної математичної моделі каналу курсу автономної системи траєкторного управління посадкою літаків на необладнаний аеродром

Висновки

Питанням функціонування автономної системи траєкторного управління посадкою літаків на необладнаний стаціонарними радіотехнічними засобами аеродрому в умовах впливу випадкових факторів, управляємості та стійкості управління, адекватності моделі будуть присвячені наступні дослідження авторів.

Список літератури

1. Канащенков А.И., Меркулов В.И., Самарин О.Ф. *Облик перспективных бортовых радиолокационных систем. Возможности и ограничения.* – М.: ИПРЖР, 2002. – 176 с.
2. Канащенков А.И., Меркулов В.И. *Авиационные системы радиопередачи. Т. 1. Принципы построения систем радиопередачи. Основы синтеза и анализа.* – М.: Радиотехника, 2003. – 192 с.
3. Барышев И.В., Поляков В.В., Висоцький О.В. *Способы посадки літаків на необладнаний аеродром // Авіаційно-космічна техніка і технологія.* – 2006. – № 6 (32). – С. 61-66.
4. Пат. 2214943, Россия, МПК В64 С13/18. *Способ по-*

садки летательного аппарата / Ю.Я. Алексеев и др. – № заявки 2002124532/28; Заявл. 16.09.2002; Опубл. 27.10.2003.

5. Пат. 2100820, МКИ G01 S1/16. *Прецизионная система посадки для наведения самолета вдоль заданной наземного запросчика (варианты): Пат. 2100820, МКИ G01 S1/16 / Д.Р. Штольц, К.В. Клопан. Опубл. 27.12.1997.*

6. Декларацийний пат. 47667 А, Україна, МПК В 63 В 51/00. *Спосіб навігації з використанням електронних маяків: / І.В.Барышев, О.В.Мазуренко, О.В.Висоцький – Заявл. 13.07.2001; Опубл. 15.07.2002. Бюл. № 7.*

7. Красовский А.А., Вавилов Ю.А., Сучков А.И. *Системы автоматического управления летательных аппаратов.* – М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1986. – 479 с.

8. Медич Дж. *Статистически оптимальные линейные оценки и управление: Перев. с англ. / Под ред. А.С. Шаталова.* – М.: Энергия, 1973. – 440 с.

Надійшла до редколегії 4.12.2007

Рецензент: д-р техн. наук О.А. Лемешко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.