

УДК 623.021:005

І.Г. Дзеверін

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗМІЩЕННЯ АПАРАТУРИ РАДІОПРОТИДІЇ НА ВІЙСЬКОВИХ ЛІТАКАХ

В статті розглядається вирішення задачі розміщення апаратури радіо протидії на військових літаках, виходячи із ефективності ППО противника за допомогою методу нелінійного програмування визначення умовного екстремуму з обмеженнями у вигляді рівностей і нерівностей.

Ключові слова: апаратура радіопротидії, військовий літак, нелінійне програмування.

Вступ

Постановка задачі. При вирішенні планування завдань ефективного використання військових літаків при виконанні поставлених завдань, необхідно вирішити задачу розміщення апаратури радіо протидії на військових літаках, виходячи із ефективності ППО противника, яка характеризується показником у вигляді запобігання збитку. Планування та наступне виконання завдань протидії ППО противника, використовуючи оптимальне розміщення апаратури радіо протидії ППО противника є важливою воєнно-науковою задачею, актуальність якої визначається необхідністю живучості військових літаків в умовах сучасної конфліктної ситуації.

Аналіз літератури. Вирішення задач оптимального планування ефективного озброєння та військової техніки розглядалося в літературі [1 – 5]. Але в цієї літературі не приділялося уваги розглядання конкретних прикладів вирішення цих завдань. В статті розглядається приклад вирішення задачі за допомогою методів умовної оптимізації.

Ціллю статті є вирішення задачі визначення оптимального значення енергетичних параметрів розміщеної на військовому літаку апаратури радіо протидії, виходячи із ефективності ППО противника за допомогою методу нелінійного програмування визначення умовного екстремуму з обмеженнями у вигляді рівностей і нерівностей.

Основний матеріал

Задані енергетичні параметри розміщеної на військовому літаку апаратури радіопротидії 1-го і 2-го типів, які знижують ефективність ППО противника, яка характеризується показником у вигляді запобігання збитку:

$$E_{x_1, x_2} = \frac{64}{x_1 x_2}, \quad (1)$$

де x_1 – кількість засобів радіопротидії 1-го типу;

x_2 – кількість засобів радіопротидії 2-го типу.

Гранична вага розміщеної на літаку апаратури в умовних одиницях: $q = 16$, а граничний об'єм: $v = 60$.

Одна одиниця радіоапаратури 1-го типу важить $q_1 = 1$, 2-го типу $q_2 = 2$. Одна одиниця радіоапаратури 2-го типу займає об'єм $v_1 = 10$, 2-го типу $v_2 = 5$. Потрібно визначити оптимальні значення енергетичних параметрів розміщеної на військовому літаку апаратури радіо протидії, щоб мінімізувати показник ефективності оборони супротивника E_{x_1, x_2} . Цю задачу розв'яжемо за допомогою методу нелінійного програмування визначення умовного екстремуму з обмеженнями у вигляді рівностей і нерівностей [1].

Математична модель задачі має вигляд:

$$\frac{64}{x_1 x_2} \rightarrow \min \quad (2)$$

$$\text{при } x_1 + 2x_2 \leq 16; 10x_1 + 5x_2 \leq 60; x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Перетворимо нашу модель до вигляду моделі нелінійного програмування:

$$f(x) \rightarrow \min \quad (3)$$

$$\text{при } g_i(x) \leq 0, i = \overline{1, r}; g_i(x) = 0, i = \overline{r+1, m}; x \in R^n,$$

де $g_i(x)$ – функція в точці x^* – точці відносного локального мінімуму (максимуму) функції $f(x)$.

Таким чином:

$$\frac{64}{x_1 x_2} \rightarrow \min \quad (4)$$

$$\text{при } x_1 + 2x_2 - 16 \leq 0; 2x_1 + x_2 - 12 \leq 0; -x_1 \leq 0, -x_2 \leq 0.$$

Далі складемо функцію Лагранжа:

$$L(x_1, x_2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) = \frac{64}{x_1 x_2} + \lambda_1(x_1 + 2x_2 - 16) + \lambda_2(2x_1 + x_2 - 12) - \lambda_3 x_1 - \lambda_4 x_2. \quad (5)$$

Обчислимо частинні похідні функції Лагранжа зі змінними x_1 та x_2 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_1} &= -\frac{64}{x_1^2 x_2} + \lambda_1 + 2\lambda_2 - \lambda_3, \quad \frac{\partial L}{\partial x_2} = \\ &= -64 / x_1 x_2^2 + 2\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_4 \end{aligned} \quad (6)$$

і складемо умови Куна-Таккера:

$$\nabla g_i x^* \quad - \text{лінійно незалежні,}$$

де $i \in I \cup \{r+1, \dots, m\}$, $I = \{i: g_i x^* = 0, 1 \leq i \leq r\}$.

Тоді існують множники Лангража $\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_m^*$, не всі з яких дорівнюють нулю, і мають місце такі співвідношення.

$$\nabla_x L(x^*, \lambda^*) = \nabla f(x^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \nabla g_i(x^*) = 0; \quad (7)$$

$$\lambda_i^* g_i(x^*) = 0, \quad i = \overline{1, r}; \quad (8)$$

$$\lambda_i^* \geq 0, \quad i = \overline{1, r}; \quad (9)$$

$$g_i(x^*) = 0, \quad i = \overline{r+1, m}, \quad (10)$$

а саме

$$\begin{cases} -\frac{64}{x_1^2 x_2} + \lambda_1 + 2\lambda_2 - \lambda_3 = 0; \\ -\frac{64}{x_1 x_2^2} + 2\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_4 = 0; \\ \lambda_1 x_1 + 2x_2 - 16 = 0; \\ \lambda_2 2x_1 + x_2 - 12 = 0; \\ -\lambda_3 x_1 = 0; \\ -\lambda_4 x_2 = 0; \\ \lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0. \end{cases} \quad (11)$$

Знайдемо рішення системи. Перш за все, $x_1 \neq 0, x_2 \neq 0$, тому $\lambda_3 = \lambda_4 = 0$.

Система приймає наступний вигляд:

$$\begin{cases} \lambda_1 + 2\lambda_2 = \frac{64}{x_1^2 x_2}; \\ 2\lambda_1 + \lambda_2 = \frac{64}{x_1 x_2^2}; \\ \lambda_1 x_1 + 2x_2 - 16 = 0; \\ \lambda_2 2x_1 + x_2 - 12 = 0; \\ \lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0. \end{cases} \quad (12)$$

$$x_1 f(x) = c_2 \quad f(x) = c_3 \quad c_1 < c_2 < c_3 \quad f(x) = c_1 \quad x_2.$$

Далі маємо:

I. $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ – неможливо, тому що $\frac{64}{x_1^2 x_2} \neq 0$.

II. $\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 2x_2 \Rightarrow x_1 = 8, x_2 = 4$ – не задовольняє обмеженню $2x_1 + x_2 - 12 \leq 0$.

III. $\lambda_1 = 0; \lambda_2 \neq 0 \Rightarrow x_2 = 2x_1 \Rightarrow x_1 = 3; x_2 = 6;$

$\lambda_2 = \frac{16}{135} > 0$ – задовольняє усім обмеженням.

IV. $\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 16 \\ 2x_1 + x_2 = 12 \end{cases} \Rightarrow x_1 = \frac{8}{3}, x_2 = \frac{20}{3},$

але $\lambda_1 = -\frac{9}{100} < 0$.

Звідси точка $x^* = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$ є “підозрілою” на мінімум.

Використовуємо геометричну інтерпретацію задачі (рис. 1).

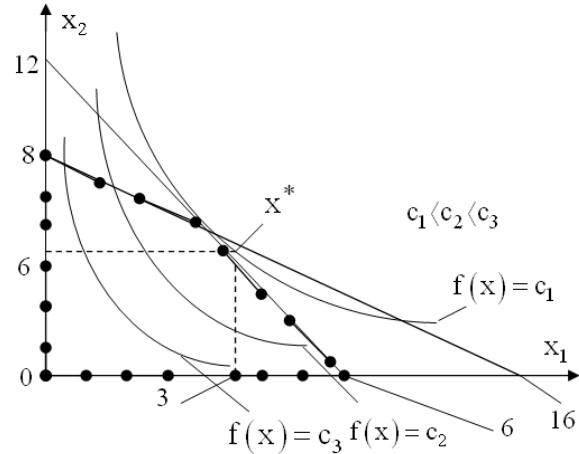


Рис. 1. Геометрична інтерпретація задачі

Як бачимо, на рисунку серед ліній рівня цільової функції, які мають спільні точки з допустимою множиною задачі, найменшому значенню цільової функції відповідає саме точка x^* .

Висновки

1. В статті вирішена задача розміщення апаратури радіо протидії на військових літаках, виходячи із ефективність ППО противника за допомогою методів умовної оптимізації.

2. Вирішення задачі розміщення апаратури радіо протидії на військових літаках за допомогою методу нелінійного програмування визначення умовного екстремуму з обмеженостями у вигляді рівностей і нерівностей допоможе вирішенню проблеми живучості військових літаків в умовах сучасної конфліктної ситуації.

Список літератури

1. Моисеев Н.Н., Иванов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. – М.: Наука, 1978. – 224 с.
2. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В.. Курс методов оптимизации. – М.: Наука, 1986. – 320 с.
3. Чуев Ю.В.и др. Основы исследований операций в военной технике.- М.: Сов. радио, 1965. – 462 с.
4. Поляк Б.Т., Введение в оптимизацию.- М.: Наука, 1983. – 320 с.
5. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И.. Вычислительные методы, I.-М.: Наука, 1976. – 528 с.

Надійшла до редколегії 25.09.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.І. Карпенко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ АППАРАТУРЫ РАДИОПРОТИВОДЕЙСТВИЯ
НА ВОЕННЫХ САМОЛЕТАХ**

І.Г. Дзеверин

В статье рассматривается решение задачи размещения аппаратуры радио противодействия на военных самолетах, выходя из эффективности ПВО противника с помощью метода нелинейного программирования определения условного экстремума с ограничениями в виде равенств и неравенств.

Ключевые слова: *аппаратура радиопротиводействия, военный самолет, нелинейное программирование.*

**DECISION OF TASK OF THE OPTIMUM PLACING OF APPARATUS OF RADIOCOUNTERACTION
ON THE SERVICE AIRPLANES**

I.G.. Dzeverin

In the article the decision of task of placing of apparatus radio of counteraction is examined on service airplanes, going out from efficiency of air DEFENCE of opponent by the method of the nonlinear programming of determination of conditional extremum with scantinesses equalities and inequalities.

Keywords: *apparatus of radio of counteraction, service airplane, nonlinear programming.*