

УДК 681.518

І.В. Зімчук

Житомирський військовий інститут ім. С.П. Корольова НАУ, Житомир

СТРУКТУРНИЙ СИНТЕЗ ЦИФРОВИХ СЛІДКУВАЛЬНИХ СИСТЕМ З ДИФЕРЕНЦІЙНИМ ЗВ'ЯЗКОМ

Викладено методика поліноміального синтезу структури цифрових еквівалентних комбінованим систем автоматичного управління. Теоретичну основу методика складає теорія інваріантності. Наводиться приклад з результатами математичного моделювання.

Ключові слова: *слідкувальна система, диференційний зв'язок, інваріантність.*

Вступ

Постановка проблеми. Основною вимогою, яка ставиться до сучасних систем автоматичного управління (САУ) є забезпечення мінімального відхилення керуємої величини від заданого значення як в перехідному, так і в сталому режимах роботи. Чим точніше відтворюється задаючий вплив, тим досконалішою є система.

В автоматичних слідкувальних системах відомими способами зменшення помилки в перехідному та сталому режимах є збільшення коефіцієнту підсилення, підвищення порядку астатизму та застосування різних корегуючих пристроїв. Однак в системах автоматичного управління, які складаються тільки з функціонально необхідних елементів, призначених для реалізації того або іншого принципу управління, отримати задані показники якості не завжди вдається. Для замкнених систем це пояснюється тим, що умови досягнення високої точності в сталому та перехідному режимах носять суперечливий характер: зменшуючи помилку в сталому режимі шляхом збільшення коефіцієнту підсилення зменшується запас стійкості і, як наслідок, погіршується перехідний процес. Традиційні підходи не знімають необхідності компромісного налаштування системи [1, 7].

Складності, які виникають при розв'язуванні задачі підвищення точності системи усовуються у випадку застосування принципу комбінованого управління, тобто сполучення принципів управління за відхиленням та за вхідною дією. В комбінованих системах відсутнє протиріччя між умовами зменшення вимушеної та перехідною складових помилки [6]. Математичною основою побудови високоточних комбінованих систем автоматичного управління та регулювання, в яких може бути досягнуто незалежність (інваріантність) керуємої величини від вхідної дії та точне відтворення задаючої дії є теорія інваріантності.

Для побудови систем комбінованого управління необхідно вимірювати вхідну дію. В тих випадках, коли безпосередньо вимірювати вхідну дію неможливо, використовують метод непрямого вимі-

рювання задаючого впливу, залишаючись в межах системи з принципом управління за відхиленням. Такий підхід отримав назву метод диференційного зв'язку або метод «виделки» [1, 6].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Реалізацію принципу інваріантності з використанням схеми диференціальної виделки у класі дискретних (цифрових) слідкувальних систем викладено в роботах [2, 5, 9, 10]. Так в роботі [10] викладено методика синтезу корегуючого пристрою за допомогою частотних характеристик, що робить процедуру синтезу досить складною та громіздкою. В [11] розглянуто можливість досягнення повної інваріантності в САУ з комбінованим принципом управління за допомогою штучного введення в ланку вхідної дії постійної затримки, що є суттєвим недоліком таких систем. В роботі [9] розглянуто лише принципи побудови цифрових комбінованих САУ, при цьому порядок синтезу операторів управління не викладений. В [2] викладено синтез цифрових систем з використанням стохастичного комбінованого управління. При цьому для визначення операторів управління необхідно вирішувати нелінійне поліноміальне рівняння, що здійснюється при накладанні ряду припущень та обмежень на структуру регуляторів. В роботі [5] розглянуто поліноміальний синтез структури регуляторів системи автоматичного супроводження літальних апаратів за напрямком, при цьому регулятор управління за вхідною дією будується на підставі принципу екстраполяції параметрів руху об'єкта спостереження, які перераховуються у дискретні значення вхідної дії, що робить процедуру синтезу достатньо складною та неузгаальною.

У зв'язку з цим, метою роботи є розробка методика синтезу алгоритмів управління в цифрових системах автоматичного управління з диференційним зв'язком.

Постановка задачі. Структурну схему цифрової слідкувальної системи з принципом управління за відхиленням, в якій реалізується непряме вимірювання задаючої дії за допомогою диференційного зв'язку, подано на рис. 1. Така система еквівалентна комбінованій слідкувальній системі.

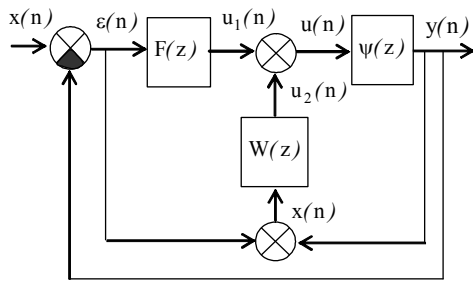


Рис. 1. Структурна схема цифрової слідкувальної системи

На схемі введено наступні позначення: $F(z)$ та $W(z)$ – оператори управління за помилкою $\varepsilon(n)$ та за вхідною дією $x(n)$; $\psi(z)$ – передаточна функція об’єкта управління; $y(n)$ – вихідна дія; $u_1(n)$, $u_2(n)$ та $u(n)$ – відповідні сигнали управління.

В такій системі при відомих $F(z)$ та $W(z)$ алгоритм управління визначається рівняннями:

$$u(n) = u_1(n) + u_2(n), \quad (1)$$

де $u_1(n) = F(z)\varepsilon(n)$; $u_2(n) = W(z)x(n)$.

Задача синтезу ставиться наступним чином. Припускається, що на вхід цифрової САУ в дискретні моменти часу $t = nT$ поступає вхідна дія, яка описується поліномом наступного виду:

$$x(n) = x(n-1) + \sum_{i=1}^N \Delta^i x(n-1) \frac{T^i}{i!}, \quad (2)$$

де T – інтервал часової дискретизації;

$\Delta^i x(n-1)$ – i -та різниця від вхідної дії $x(n-1)$.

Дискретна передаточна функція об’єкта управління вважається відомою:

$$\psi(z) = \frac{\Psi_1(z)}{\Psi_2(z)}.$$

Необхідно визначити порядок синтезу операторів управління за помилкою та за вхідною дією:

$$F(z) = \frac{F_1(z)}{F_2(z)}; \quad (3)$$

$$W(z) = \frac{W_1(z)}{W_2(z)}. \quad (4)$$

Критерій якості системи подано відсутністю помилки системи в сталому режимі

$$\varepsilon_d(n) = 0, \quad (5)$$

$$\varepsilon_d(n) = x(n) - y(n).$$

Виклад основного матеріалу

Оператор замкнутого контуру управління $F(z)$ може бути заданий апріорно, або визначений любим відомим методом [3, 7, 8, 9]. Пропонується використувати метод “трьох поліномів” [9]. Даний метод дозволяє синтезувати стійкі САУ з заданою динамічною

точністю. Згідно методу передаточна функція алгоритму управління за помилкою визначається за виразом:

$$F(z) = \frac{C(z) - A(z)}{A(z)\psi(z)}, \quad (6)$$

де $C(z)$ – характеристичний поліном системи;

$A(z)$ – поліном, який визначає точність системи та розраховується з третьої форми умов інваріантності.

В роботі [10] показано, що для забезпечення абсолютної інваріантності помилки САУ відносно вхідної дії передаточна функція регулятора за вхідною дією відповідає виразу:

$$W(z) = \frac{1}{\psi(z)}. \quad (7)$$

Однак, реалізувати $W(z)$ за виразом (7) фізично неможливо, через те, що виникає необхідність реалізації оператора часового випередження z , тобто визначення майбутнього значення вхідної дії $x(n+1)$ в момент формування сигналу управління. Причиною цього є наявність дефекту у дискретних передаточних функціях об’єктів управління [3]. Тому оператор контуру управління за вхідною дією $W(z)$ синтезують з умови підвищення точності в сталому режимі, тобто з умови квазіінваріантності [10]. Покажемо можливість реалізації регулятора за вхідною дією шляхом заміни оператора випередження відповідним екстраполюючим поліномом.

Припускається, що існує деякий поліном $G(z)$, який реалізує процедуру передбачення вхідної дії, тобто виконується умова

$$zx(n) = G(z)x(n). \quad (8)$$

Рівняння (8) подамо у вигляді

$$zx(n) - G(z)x(n) = 0, \quad (9)$$

або

$$x(n)[z - G(z)] = 0. \quad (10)$$

Вилучимо з останнього виразу оператор часового випередження

$$x(n)[1 - z^{-1}G(z)] = 0, \quad (11)$$

тут $x(n) \neq 0$ та $[1 - z^{-1}G(z)] \neq 0$.

Отримане співвідношення відповідає третій формі умов інваріантності і буде справедливим, якщо вираз в квадратних дужках буде дорівнювати виразу

$$1 - z^{-1}G(z) = (1 - z^{-1})^{N+1}. \quad (12)$$

Приймаючи до уваги, що праву частину рівняння (12) можна подати у вигляді

$$(1 - z^{-1})^{N+1} = \sum_{i=0}^{N+1} (-1)^i C_i^{N+1} z^{-i}, \quad (13)$$

вираз (12) подається наступним чином

$$1 - z^{-1}G(z) = 1 + \sum_{i=1}^{N+1} (-1)^i C_i^{N+1} z^{-i}, \quad (14)$$

де C_i^{N+1} – біноміальний коефіцієнт із i по $N+1$.

З отриманого рівняння визначається вираз для екстраполюючого полінома

$$G(z) = \sum_{i=1}^{N+1} (-1)^{(i-1)} C_i^{N+1} z^{-(i-1)}, \quad (15)$$

який є еквівалентним оператору часового випередження z .

Слід зазначити, що на практиці часто виникає задача неповної компенсації помилки системи. Наприклад, буває достатньо усунути основні компоненти її динамічної помилки (швидкісної помилки та помилки, яка викликана другою похідною задаючого впливу). Тому поліном $G(z)$ достатньо розраховувати таким, щоб реалізувати передбачення вхідної дії лише визначеного порядку.

Порядок синтезу САУ з диференційним зв'язком розглянемо на прикладі. Модель об'єкта управління подано передаточною функцією:

$$\psi(p) = \frac{\alpha}{p(b+p)},$$

де α , b – коефіцієнти, які залежать від параметрів об'єкта управління;

p – оператор Лапласа.

Вхідна дія описується виразом (3) при $N=2$. Необхідно синтезувати САУ, для якої в сталому режимі $\varepsilon(n) = 0$.

Розв'язок. За допомогою табличних даних [3] визначається дискретна передаточна функція об'єкта управління:

$$\psi(z) = \frac{c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}}{1 - (1+d_1)z^{-1} + d_2 z^{-2}},$$

де $c_1 = \frac{\alpha}{b^2}(bT - 1 + d_2)$; $c_2 = \frac{\alpha}{b^2}(1 - b - bTd_2)$;

$d_2 = e^{-bT}$.

Для забезпечення стійкості системи та можливості досягнення високих показників якості перехідного процесу оператор управління за помилкою $F(z)$ синтезується другого порядку астатизму за виразом (7). При визначених за допомогою метода [9] поліномах

$$A(z) = (1 - z^{-1})^2;$$

$$C(z) = (1 - Q_1 z^{-1})(1 - Q_2 z^{-1}),$$

передаточна функція $F(z)$ набуває вигляду:

$$F(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}},$$

$$\text{де } a_0 = \frac{2 - Q_1 - Q_2}{c_1};$$

$$a_1 = \frac{d_2 Q_1 + d_2 Q_2 - 2d_2 + Q_1 Q_2 - 1}{c_1};$$

$$a_2 = \frac{d_2(1 - Q_1 Q_2)}{c_1};$$

$$b_1 = \frac{c_2 - c_1}{c_1}; \quad b_2 = -\frac{c_2}{c_1}.$$

З виразу (7) розраховується оператор управління за вхідною дією

$$W(z) = \frac{(1 - z^{-1})(1 - d_2 z^{-1})}{c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}} = \frac{z - (1 + d_1) + d_2 z^{-1}}{c_1 + c_2 z^{-1}}.$$

Для підвищення порядку астатизму до трьох та усунення динамічної помилки системи при квадратичній вхідній дії з виразу (15) розраховується екстраполюючий поліном, який набуває вигляду

$$G(z) = 3 - 3z^{-1} + z^{-2}.$$

Підстановкою синтезованого $G(z)$ до рівняння для $W(z)$ розраховується передаточна функція розімкненого контура управління:

$$W(z) = \frac{m_0 + m_1 z^{-1} + m_2 z^{-2}}{1 + n_1 z^{-1}},$$

де $m_0 = \frac{2 - d_2}{c_1}$; $m_1 = \frac{d_2 - 3}{c_1}$; $m_2 = \frac{1}{c_1}$; $n_1 = \frac{c_2}{c_1}$.

З рівняння (1) розраховується алгоритм комбінованого управління безперервною частиною:

$$u_1(n) = a_0 \varepsilon(n) + a_1 \varepsilon(n-1) + a_2 \varepsilon(n-2) - b_1 u_1(n-1) - b_2 u_1(n-2),$$

$$u_2(n) = m_0 x(n) + m_1 x(n-1) + m_2 x(n-2) - n_1 u_2(n-1),$$

$$u(n) = u_1(n) + u_2(n).$$

Оцінка ефективності синтезованої слідкувальної системи проводилось шляхом математичного моделювання на ПЕОМ. Дослідження проводилось при наступних умовах:

$$Q_1 = 0,95; \quad Q_2 = 0,95; \quad \alpha = 3,2 \frac{\text{Рад}}{\text{Вс}^2}; \quad b = 2c^{-1};$$

$$T = 0,1c.$$

Результати моделювання у вигляді зміни помилки управління з часом при одиничній $x(n) = 1$, лінійній $x(n) = 5nT$ та квадратичній $x(n) = 2(nT)^2$ вхідних діях приведені на рис. 2, 3 та 4 відповідно.

З отриманих результатів видно, що, при розглянутих вхідних діях, синтезований алгоритм комбінованого управління забезпечує в сталому режимі нульову динамічну помилку.

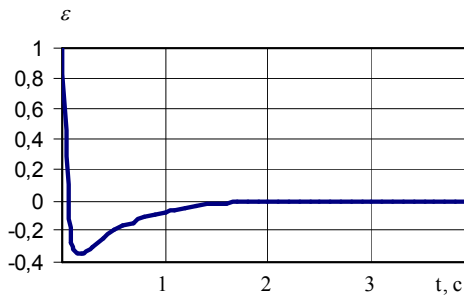


Рис. 2. Результати моделювання у вигляді зміни помилки управління з часом при одиничній $x(n) = 1$ вхідній дії

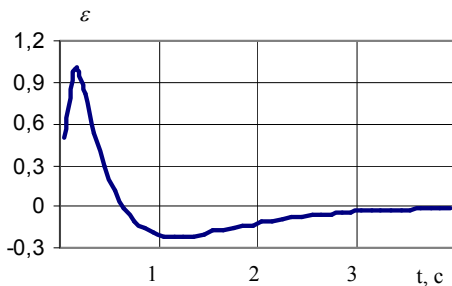


Рис. 3. Результати моделювання у вигляді зміни помилки управління з часом при лінійній $x(n) = 5nT$ вхідній дії



Рис. 4. Результати моделювання у вигляді зміни помилки управління з часом при квадратичній $x(n) = 2(nT)^2$ вхідній дії

ВИСНОВОК

В роботі викладено порядок синтезу оператора управління за вхідною дією для цифрових слідкувальних систем з диференціальним зв'язком. Відмінною рисою запропонованого підходу є реалізація оператора часового випередження за допомогою екстра-

полюючого полінома, порядок якого визначає бажаний астатизм системи. Даний підхід є загальним і може бути використаний для синтезу слідкувальних систем різного призначення. Теоретичні розрахунки та ефективність алгоритмів управління, які синтезуються за викладеною методикою, підтверджено результатами математичного моделювання.

Список літератури

1. Арсеньев Г.Н. Радиоавтоматика. Ч. 1. Теория линейных непрерывных систем автоматического управления РЭС: учебн. для вузов / Г.Н. Арсеньев, Г.Ф. Зайцев. – М.: САЙНС-ПРЕСС, 2008. – 480 с.
2. Водоп'ян С.В. Поліноміальний синтез алгоритмів управління на основі оцінювання для замкнутих автоматичних систем / С.В. Водоп'ян, Ю.О. Пушкар'ов, Д.В. П'яковський // Проблеми створення, випробування та експлуатації складних інформаційних систем космічного та наземного базування. – Житомир: ЖВІРЕ, 1999. – № 2. – С.68-74.
3. Волгин Л.Н. Оптимальное дискретное управление динамическими системами / под ред. П.Д. Крутько. – М.: Наука. 1986. – 240 с.
4. Гостев В.И. Оптимальные системы управления с цифровыми регуляторами: справочн. / В.И. Гостев, В.И. Стеклов, С.Н. Скляр'енко. – К.: КИРЦ «Сенс», 1995. – 484 с.
5. Житецький Л.С. Синтез ε -інваріантної цифрової системи автосупроводження літальних апаратів / Л.С. Житецький, О.А. Суц'енко, О.С. Пономар'ов, О.В. Сенькович // Проблеми інформатизації та управління. – 2009. – № 4(28). – С. 40-49.
6. Зайцев Г.Ф. Комбинированные следящие системы / Г.Ф. Зайцев, В.К. Стеклов. – К.: Техніка, 1978. – 263 с.
7. Изерман Р. Цифровые системы управления: пер. с англ. / Р. Изерман. – М.: Мир, 1984. – 541 с.
8. Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления: пер. с англ. / Б. Куо. – М.: Машиностроение, 1986. – 448 с.
9. Пушкар'ев Ю.А. Анализ и синтез дискретных систем оценивания / Ю.А. Пушкар'ев. – Житомир: ЖВУРЭ ПВО, 1985. – 326 с.
10. Созонник Г.Д. Цифровые системы управления / Г.Д. Созонник, В.К. Стеклов. – К.: Техніка, 1991. – 191 с.
11. Федоров С.М. Автоматические системы с цифровыми вычислительными машинами / С.М. Федоров. – М.: Энергия, 1965. – 308 с.

Надійшла до редколегії 21.06.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Г.В. Худов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ С ДИФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СВЯЗЬЮ

И.В. Зимчук

Изложено методика полиномиального синтеза структуры цифровых эквивалентных комбинированным систем автоматического управления. Теоретическую основу методики составляет теория инвариантности. Приводятся примеры результатов математического моделирования.

Ключевые слова: следящая система, дифференциальная связь, инвариантность.

STRUCTURAL SYNTHESIS OF THE DIGITAL TRACKER SYSTEMS WITH DIFFERENTIAL CONNECTION

I.V. Zimchuk

The method of polynomial synthesis of structure of the digital equivalent combined systems of automatic control is expounded. Theoretical basis of method is made by the theory of invariance. Work example and simulation results are presented.

Keywords: tracker system, differential connection, invariance.