УДК 629.735.33-519:519-87:621.396.933(043.5)

Є.С. Плахотнюк

Національний авіаційний університет, Київ

ПОЛІНОМІАЛЬНІ АЛГОРИТМИ АПРОКСИМАЦІЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТРАЄКТОРІЇ ПОЛЬОТУ БЕЗПІЛОТНОГО ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ

Проблема безпеки польотів вимагає застосування в системах керування повітряним рухом методів та алгоритмів підвищеної точності і надійності. τ-алгоритм має властивість будувати наближені розв'язки операторних рівнянь без насичення точності. Ефективність алгоритму була перевірена при розв'язуванні тестових прикладів перевірки математичних методів.

Ключові слова: *поліном, безпілотний літальний апарат, математична модель, апроксимація.*

Вступ

Постановка проблеми. Розвиток авіаційної техніки на сучасному етапі характеризується широким впровадженням у неї автоматизованих і автоматичних систем та комплексів, що забезпечують надійне, якісне пілотування і бойове застосування безпілотного літального апарату. Необхідність автоматизації управління літаків викликана гострим дефіцитом часу - наслідком швидкоплинності процесів управління і великим об'ємом інформації при виконанні більшості завдань на сучасному літаку. Автоматизація - це єдино можливий шлях подальшого розвитку авіаційних систем управління.

Важливою особливістю бортового обладнання сучасних літаків є комплексування апаратури, призначеної для вирішення конкретних пілотажних завдань. Так, наприклад, курсова система, радіокомпас і апаратура радіотехнічної системи ближньої навігації можуть бути використані спільно для вирішення завдань навігації і заходу на посадку; ці системи здатні дублювати і доповнювати одна іншу. Комплексне використання різних видів устаткування підвищує надійність і якість вирішення завдань пілотування літака.

Для більш точного виконання процедури заходу на посадку необхідно математично змоделювати усі можливі варіанти розвитку подій під час польоту за допомогою комп'ютерних програм.

Системи комп'ютерної алгебри стали середовищем математичного моделювання. Вони широко застосовуються в практиці моделювання, мають ефективні засоби для програмування символьного перетворення многочленів. Якщо многочлен розміщується в оперативній пам'яті комп'ютера, то, як правило, система комп'ютерної алгебри достатньо ефективно виконує всі відомі алгебраїчні, диференційні та інтегральні перетворення цього многочлена.

Тому в системі комп'ютерної алгебри:

кращим об'єктом символьного перетворення є многочленів;

кращим наближеним методом вирішення звичайних диференційних рівнянь є оптимальний за точністю аналітичний метод.

Основний розділ

Постановка завдання

Існує безліч різних методів чисельного інтегрування диференціальних рівнянь: метод Ейлера, Рунге-Кутта, Чаплигіна, Адамса і ін. Загальної чертог всіх цих методів є те, що весь інтервал інтегрування розбирається на дрібні ділянки, всередині яких приймається той чи інший наближений характер зміни шуканої функції (за законом прямої, ламаної, параболи, і т.д.). Гідність того чи іншого методу чисельного інтегрування оцінюється по точності отриманого результату і по простоті обчислення.

Більшість існуючих методів інтегрування систем звичайних диференціальних рівнянь (якими є рівняння руху безпілотного літального апарату) пристосоване до систем рівнянь першого порядку, дозволених щодо похідних шуканих функцій.

Методи математичного моделювання ґрунтуються на формальній тотожності диференціальних рівнянь, що описують різні фізичні явища в оригіналі і на моделі. При математичному моделюванні основою є математичний опис процесу, який вже потім реалізується за допомогою спеціальної математичної моделі, тобто обчислювальної машини.

При інтегруванні диференціальних рівнянь, в тому числі і рівнянь динаміки, можуть застосовуватися лічильно-вирішальні пристрої двох типів: електронно-моделюючі (аналогові обчислювальні машини) і цифрові (комп'ютерні програми). Але з плином часу для таких цілей все більшу кількість розрахунків здійснюється за допомогою тільки цифрових систем.

Основними перевагами цифрових систем обчислення універсальність їх застосування, велика точність одержуваних результатів і швидкодію. В основу інтегрування диференціальних рівнянь за допомогою комп'ютерних програм покладена ідея чисельного інтегрування диференціальних рівнянь, що зводить процеси інтегрування і диференціювання до більш простим арифметичним операціям: додавання, віднімання, множення і ділення.

Вище було зазначено, що використовуючи досить точні методи чисельного інтегрування і зменшуючи крок інтегрування, можна отримати результати інтегрування з як завгодно високим ступенем точності.

На основі сучасних досягнень теорії найкращих наближень, оптимальних методів розв'язування операторних рівнянь та інтелектуального моделювання динамічних об'єктів побудовані, досліджені та програмно реалізовані поліноміальні алгоритми комп'ютерного аналізу математичних моделей траєкторії руху літальних апаратів. Необхідність та актуальність розробки нових та удосконалення існуючих методів і алгоритмів аналізу та моделювання динаміки рухомих об'єктів обумовлена зростаючими вимогами до безпеки польотів, підвищення швидкості, керованості, стійкості, маневреності та вантажопідйомності літальних апаратів. Особливу увагу автори приділяють дослідженню вказаних питань для аналізу та моделювання траєкторії руху безпілотних літальних апаратів. В основу дослідження покладено результати авторів щодо інтегро-апроксимаційного алгоритму аналізу траєкторії заходу на посадку безпілотних літальних апаратів.

Розробка алгоритму

В загальному випадку задачу аналізу динаміки польоту можна звести до розрахунку систем нелінійних диференційних рівнянь , що мають вигляд:

$$A(t,x)\dot{x} = f(t,x),\ x(0) = x_0,\ t \in [0,T], \qquad (1)$$

де x – вектор невідомих параметрів;

$A(t,x)$, $f(t,x)$ – відповідно відомі матриця та вектор параметрів літального апарату.

Метою даної роботи є розробка ефективного алгоритму на основі τ-методу Ланцоша [1, 2] чисельної реалізації моделі посадки безпілотного літального апарату, що описується [4] наступною системою диференційних рівнянь:

$$\begin{aligned} &\dot{\upsilon} = V(\upsilon,\gamma,\xi,u) = -\frac{S\rho\upsilon^2}{2m}C_W(u) - \frac{g\sin\gamma}{\upsilon(1+\xi)^2}; \\ &\dot{\gamma} = \Gamma(\upsilon,\gamma,\xi,u) = -\frac{S\rho\upsilon}{2m}C_A(u) + \\ &\quad + \frac{\upsilon\cos\gamma}{R(1+\xi)} - \frac{g\cos\gamma}{\upsilon(1+\xi)^2}; \\ &\dot{\xi} = \Xi(\upsilon,\gamma,\xi,u) = -\frac{\upsilon\sin\gamma}{R}; \\ &\dot{\zeta} = Z(\upsilon,\gamma,\xi,u) = -\frac{\upsilon}{1+\xi}\cos\gamma . \end{aligned} \qquad (2)$$

З початковими умовами:

$$\upsilon_0(t_0) = \upsilon_0,\quad \gamma_0(t_0) = \gamma_0,$$
$$\xi_0(t_0) = \xi_0,\ \zeta_0(t_0) = \zeta_0,$$

де υ – дотична швидкість;

γ – кут нахилу траєкторії;

h – висота над поверхнею землі;

R – радіус Землі;

$\xi = \dfrac{h}{R}$ – нормалізований рівень;

ζ – дистанція на земній поверхні,;

$\rho = \rho_0 \exp(-\beta R\xi)$ – герметичність;

$C_w(u)$ – аеродинамічний коефіцієнт опору;

$C_A(u)$ – аеродинамічний коефіцієнт підйомної сили (для будь-якого проміжку часу);

u – управляючий параметр;

g – прискорення вільного падіння;

S/m – площа/маса.

Загальна схема інтегро-апроксимаційних систем полягає згідно з [1 – 3, 4] в реалізації наступного алгоритму:

1. Від системи (2) переходимо до системи інтегральних рівнянь:

$$\dot{\upsilon}(1+\xi)^2\upsilon = -\frac{S\rho\upsilon^3(1+\xi)^2}{2m}C_W(u) - g\left(\gamma - \gamma^3/6\right);$$

$$\dot{\gamma}\,\upsilon(1+\xi)^2 = -\frac{S\rho\upsilon^2(1+\xi)^2}{2m}C_A(u) + \left(\frac{\upsilon}{R} - g)(1-\gamma^2/2\right); \qquad (3)$$

$$\dot{\xi} = -\frac{\upsilon\left(\gamma - \gamma^3/6\right)}{R};$$

$$\dot{\zeta}(1+\xi) = -\upsilon\left(1-\gamma^2/2\right).$$

2. Апроксимуємо функції $\sin\gamma$ та $\cos\gamma$ за допомогою раціональних апроксимацій Паде або многочленами найкращого наближення[1].

3. Систему рівнянь (3) поставимо у відповідному наближенні інтегро-фунціональних відносно наближених поліноміальних розв'язків та невідомої нев'язки-полінома з многочленів Чебишева ІІ-го роду.

4. Коефіцієнти вказаних поліномів знаходяться за допомогою ітераційних методів із систем нелінійних алгебраїчних рівнянь.

введемо наступні позначення:

$$x_1(t) = v(t);\quad x_2(t) = \gamma(t);$$
$$x_3(t) = \xi(t);\quad x_4(t) = \zeta(t).$$

Тепер запишемо систему (3) у вигляді (1), зручному для алгоритмізації τ-методу вигляді:

$$\dot{x}_1(t)(1+x_3(t))^2x_1(t) = -\frac{sp}{2m}x_1^3(1+x_3(t))^2C_W(u) - g\left(x_2(t) - \frac{x_2^3(t)}{6}\right);$$

$$\dot{x}_2(t)(1+x_3(t))^2x_1(t) = -\frac{sp}{2m}x_1^2(1+x_3(t))^2C_A(u) + \left(\frac{x_1}{R} - g\right)\cdot\left(\frac{1-x_2^2(t)}{2}\right);$$

$$\dot{x}_3(t) = \frac{x_1(t)}{R}\cdot\left(x_2(t) - \frac{x_2^3(t)}{6}\right); \qquad (4)$$

$$\dot{x}_4(t)(1+x_3(t)) = -x_1(t)\cdot\left(1-\frac{1-x_2^2(t)}{2}\right)$$

Запишемо цю систему більш детально за загальною схему τ-методу Ланцоша:

$$\dot{x}_{1n}(t)\left(1+x_{3n}(t)\right)^2x_{1n}(t) = -\frac{sp}{2m}x_{1n}^3\left(1+x_{3n}(t)\right)^2\times \times C_W(u) - g\left(x_{2n}(t) - \frac{x_{2n}^3(t)}{6}\right) + \varepsilon_1(t);$$

$$\dot{x}_{2n}(t)(1+x_{3n}(t))^2x_{1n}(t) = -\frac{sp}{2m}x_{1n}^2(1+x_{3n}(t))^2\times \times C_A(u) + \left(\frac{x_{1n}}{R} - g\right)\left(\frac{1-x_{2n}^2(t)}{2}\right) + \varepsilon_2(t); \qquad (5)$$

$$\dot{x}_{3n}(t) = \frac{x_{1n}(t)}{R}\times\left(x_{2n}(t) - \frac{x_{2n}^3(t)}{6}\right) + \varepsilon_3(t);$$

$$\dot{x}_{4n}(t)(1+x_{3n}(t)) = -x_{1n}(t)\cdot\left(1-\frac{1-x_{2n}^2(t)}{2}\right) + \varepsilon_4(t).$$

Для простоти викладок візьмемо n=1 і отримаємо:

$$x_{jn}(t) = \sum_{k=0}^{n}a_{jk}t^k,\ x_{jn}(t) = \sum_{k=0}^{n}\beta_{jk}T_{jk}\left(\frac{2t}{H}-1\right),\quad j=1,m.$$

З невідомими коефіцієнтами a_{jk} або β_{jk};

$$x_{11}(t) = \alpha_{10} + \alpha_{11}t;$$
$$x_{21}(t) = \alpha_{20} + \alpha_{21}t;$$
$$x_{31}(t) = \alpha_{30} + \alpha_{31}t;$$
$$x_{41}(t) = \alpha_{40} + \alpha_{41}t.$$

Так як найбільшим степенем в системі (5) буде степінь 5, то:

$$\varepsilon_j(t) = \tau_jT_n\left(\frac{2t}{H}-1\right),\ j=1,m;$$

де T_n – Многочлен Чебишева:

Першого роду:

$$T_n(z) = \cos n\arccos z,\ z\in[-1;1].$$

Будь-якого роду:

$$T_n = 2z\times T_{n-1} - T_{n-2};$$
$$T_5 = 2z\times T_4 - T_3.$$

Отже:

$$\varepsilon_j(t) = \tau_j(16z^5\text{-}20z^3\text{+}5z);$$
$$\varepsilon_j(t) = \tau_j(16z^5\text{-}20z^3\text{+}5z);$$
$$\varepsilon_j(t) = \tau_j(16z^5\text{-}20z^3\text{+}5z);$$
$$z = \frac{2t}{H}-1.$$

Звідси система(5) матиме вигляд:

$$(\alpha_{10}+\alpha_{11}t)(1+(\alpha_{30}+\alpha_{31}t))^2(\alpha_{10}+\alpha_{11}t) = = -\frac{sp}{2m}(\alpha_{10}+\alpha_{11}t)^3(1+(\alpha_{30}+\alpha_{31}t))^2C_W(u) - -g\left((\alpha_{20}+\alpha_{21}t) - \frac{(\alpha_{20}+\alpha_{21}t)^3}{6}\right);$$

$$(\alpha_{20}+\alpha_{21}t)(1+(\alpha_{30}+\alpha_{31}t))^2(\alpha_{10}+\alpha_{11}t)=$$
$$=-\frac{sp}{2m}(\alpha_{10}+\alpha_{11}t)^2(1+(\alpha_{30}+\alpha_{31}t))^2C_A(u)+$$
$$+\left(\frac{(\alpha_{10}+\alpha_{11}t)}{R}-g\right)\left(\frac{1-(\alpha_{20}+\alpha_{21}t)^2}{2}\right);$$
$$(\alpha_{30}+\alpha_{31}t)=\frac{(\alpha_{10}+\alpha_{11}t)}{R}\times$$
$$\times\left((\alpha_{20}+\alpha_{21}t)-\frac{(\alpha_{20}+\alpha_{21}t)^3}{6}\right);$$
$$(\alpha_{40}+\alpha_{41}t)(1+(\alpha_{30}+\alpha_{31}t))=$$
$$=-(\alpha_{10}+\alpha_{11}t)\left(1-\frac{1-(\alpha_{20}+\alpha_{21}t)^2}{2}\right).$$

Для запобігання громіздкості викладок опишемо загальну схему інтегро-апроксимаційного алгоритму більш детально на прикладі нелінійної задачі, що описується одним рівнянням вигляду (1), в якому:

$$A(t,x)=\sum_{k=0}^{r}\sum_{t=0}^{s}a_{kl}t^kx^l(t), f(t,x)=$$
$$=\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{M}b_{ij}t^ix^j(t), \qquad (6)$$

де a_{kl} і b_{ij} – постійні коефіцієнти r, s, m, $M\in N$.

Алгоритм легко узагальнюється на системи диференціальних рівнянь виду (1) та (2), в яких елементи матриці A та вектора f є алгебраїчними многочленами відповідного числа змінних. Для цього необхідно здійснити формальний перехід від скалярних відношень до матричних.

Зведемо задачу (1), (4), інтегруючи (1) на проміжку [0, t], до еквівалентного інтегро-функціонального рівняння типу Вольтерри

$$g(t,x(t))=g(0,x_0)+\int_0^t F(s,x(s))ds, \qquad (7)$$

де $g(t,x(t))=\sum_{k=0}^{r}\sum_{l=0}^{s}\frac{a_{kl}}{l+1}t^kx^{l+1}(t)$;

$$F(s,x(s))=f(t,x)\sum_{k=1}^{l}\sum_{l=0}^{s}\frac{a_{kl}}{l+1}t^{k-1}x^{l+1}(t).$$

Рівнянню (3) поставимо у відповідність наближене інтегро-функціональне рівняння

$$.\,g(t,x_n(t))=g(t,x_0)+\int_0^t F(s,x_n(s))ds,-\varepsilon_N(t). \qquad (8)$$

Тут $x_n(t)$ – розв'язок рівняння, що є алгебраїчним многочленом степені не менше n, одного з наступних видів:

$$x_n(t)=\sum_{k=0}^{n}a_kt^k; \quad x_n(t)=\sum_{k=0}^{n}\beta_kT_k(\frac{2t}{H}-1). \qquad (9)$$

З невідомими коефіцієнтами a_k або β_k

$\varepsilon_N(t)$ – нев'язка-многочлен

$$\varepsilon_N(t)=\sum_{k=n+1}^{n}\tau_kT_k(\frac{2t}{H}-1), \qquad (10)$$

де

$$N = \max[r+n(s+1), m+Mn+1]; \qquad (11)$$

$T_k(z)$ – многочлен Чебишева.

$$T_k(z)=\cos k\arccos z=\sum_{j=0}^{k}c_{jk}z^j, z\in[-1,1]; \qquad (12)$$

τ_k – невідомі допоміжні параметри.

Формули для визначення чисел c_{jk} добре відомі в чисельному аналізі[1]. Для знаходження коефіцієнтів a_k або β_k, або τ_k може бути використана наступна ітераційна схема:

$$\sum_{k=0}^{r}a_{k0}t^kx_{n\nu}(t)=g(t,x_0)-\sum_{k=0}^{r}\sum_{l=0}^{s}\frac{a_{kl}}{l+1}t^kx_{n,\nu-1}^{l+1}(t)+\int_0^t F(s,x_{n,\nu-1}(s))ds,-\varepsilon_{N\nu}(t), \qquad (13)$$

де ν - 1, 2, … – номер шагу ітераційного процесу; $x_{n\nu}(t)$ та $\varepsilon_{N\nu}(t)$ – многочлени відповідного вигляду (9) та (10) з коефіцієнтами $a_{k\nu}$ або $\beta_{k\nu}$ та $\tau_{k\nu}$ на $\nu-м$ шагу ітерацій.

Прирівнюючи в (13) при кожному $\nu=1,2...$ згідно (4), (6) та (9) – (12) коефіцієнти з однаковими степенями t, отримаємо для $a_{k\nu}$ $(\beta_{k\nu})$ і $\tau_{k\nu}$ деяку систему із (N+1)-го лінійного алгебраїчного рівняння.

Проілюструємо ефективність побудованого алгоритму за допомогою модельного **прикладу**:

$$(1+t^2)x(t)=1, \quad x(0)=0, \quad t\in[0,1].$$

З точним рішенням $x(t)=\text{arctg}t$.

У відповідності з рівняннями (5) – (8) наближене поліноміальне рішення $x_n(t)$ цього рівняння будемо знаходити з наступного інтегрального рівняння:

$$(1+t^2)x_n(t)=t+2\int_0^t sx_n(s)ds+\sum_{k=n+1}^{n+2}\tau_kT_k(2t-1).$$

Враховуючи, наприклад, при n=1, тобто при $x_1(t)=\alpha_0+\alpha_1t$ вираз для багаточленів [5] $T_2(2t-1)$ та $T_3(2t-1)$, після інтегрування та прирівнювання коефіцієнтів при однакових степенях t для невідомих $\alpha_0,\alpha_1,\tau_2 \text{та} \tau_3$ отримаємо наступну систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{bmatrix}1&0&-1&1\\0&1&8&-18\\0&0&-8&48\\0&1&0&96\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha_0\\\alpha_1\\\tau_2\\\tau_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\1\\0\\0\end{bmatrix}.$$

Звідси знаходимо

$$\alpha_0 = {}^5\!/_{126},\ \alpha_1 = {}^{16}\!/_{21},\ \tau_2 = {}^1\!/_{21}\ \text{та}\ \tau_3 = {}^1\!/_{126}.$$

Тобто

$$x_1(t) = \frac{5}{126} + \frac{16}{21}t .$$

Аналогічно, скориставшись тим, що

$$T_4(2t-1) = 128t^4 + 256t^3 + 160t^2 + 32t + 1;$$

$$T_5(2t-1) = 512t^5 - 1280t^4 + 1120t^3 - 400t^2 + 50t - 1$$

при n=3 отримаємо наступну систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 32 & -50 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -160 & 400 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 768 & -3360 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -256 & 2560 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & -2560 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Звідси знаходимо

$$\alpha_0 = {}^{43}\!/_{31620},\ \alpha_1 = {}^{1648}\!/_{1581},\ \alpha_2 = {}^{320}\!/_{1581},$$

$$\alpha_3 = {}^{256}\!/_{4743},\ \tau_4 = {}^9\!/_{6324}\ \text{та}\ \tau_5 = {}^1\!/_{15810}.$$

Тобто

$$x_3(t) = -\frac{43}{31620} + \frac{1648}{1581}t + \frac{320}{1581}t^2 + \frac{256}{4743}t^3 .$$

Слід зауважити, що розріджений характер структури отриманих в цьому прикладі матриць має місце також і для широких класів рівнянь вигляду (1) та (4).

Отже максимальна похибка

$$\delta_j = \max_{0\le i\le 10} \left|\operatorname{arctg} t_i - x_j(t_i)\right|,\ j = 1,3$$

інтегро-апроксимаційного алгоритму при n=1, n=3 відповідно

$$\delta_1 = 4.4\times 10^{-2}\ \text{та}\ \delta_3 = 1.36\times 10^{-3}.$$

Висновки

Таким чином, побудовано τ-алгоритм розв'язування систем диференційних рівнянь з поліноміальними нелінійностями, що моделюють рух безпілотного літального апарату при заході на посадку. Проведені обчислювальні експерименти, які підтвердили його високу ефективність в сенсі точності.

Список літератури

1. Дзядик В.К. Апроксимаційні рішення диференційних та інтегрованих рівнянь / В.К. Дзядик. – Утрехт, 1995. – 325 с.

2. Bilenko V.I. Integro-approximational method for modelling nonlinear dynamic objects. – Math. And Comp. model.. In Science Res., Sofia, BAS, 1994, p. 146-158.

3. Литвинець П.Д. Застосування апроксимаційного методу для рішення систем лінійних диференційних рівнянь / П.Д. Литвинець. – К.: Інститут математики АНУССР, 1978. – 43 с.

4. Stoer J., Bulirsch R. Numerische Mathematik 2. Eine Einfuehrung 11ed., Springer, 2005, seite 214 – 215.

5. Верлань А.Ф. Анализ одного класса нелинейных электрических и электронных цепей на основе метода интервальных уравнений / А.Ф. Верлань, В.И. Биленко, П.Т. Передерий // Электрон. Моделирование. – 1991. – № 6. – С. 35-40.

6. Остославский И.В. Динамика полета. Устойчивость и управляемость летательных аппартов / И.В. Остославский, И.В. Стражева. – М.: Машиностроение, 1965. – 468 с.

Надійшла до редколегії 6.09.2012

Рецензент: канд. физ.-мат. наук, проф. В.І. Біленко, Національний авіаційний університет, Київ.

ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ АППРОКСИМАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТРАЕКТОРИИ ПОЛЕТА БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Е.С. Плахотнюк

Проблема безопасности полетов требует применения в системах управления воздушным движением методов и алгоритмов повышенной точности и надежности. τ-алгоритм имеет свойство строить приближенные решения операторных уравнений без насыщения точности. Эффективность алгоритма была проверена при решении тестовых примеров проверки математических методов.

***Ключевые слова:** полином, беспилотный летательный аппарат, математическая модель, аппроксимация.*

POLYNOMIAL APPROXIMATION ALGORITHMS FOR MATHEMATICAL MODEL OF TRAJECTORY UNMANNED AIRCRAFT

Ye.S. Plakhotniuk

The problem requires the use of safety systems in air traffic control methods and algorithms for increased accuracy and reliability. τ-algorithm has the ability to construct approximate solutions of operator equations without saturation accuracy. Efficiency of the algorithm was tested while solving test cases verify mathematical methods.

***Keywords:** polynomial, mathematical model, approximation, unmanned aerial vehicle.*