

УДК 623.746. – 519

В.А. Дружинін¹, С.Ю. Тішков², С.В. Федоряка²

¹ Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій, Київ

² Державний науково-випробувальний центр Збройних Сил України, Феодосія

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЕКВІВАЛЕНТНОЇ СИСТЕМИ РУХУ КОМБІНАЦІЇ ДВОХ БЕЗПІЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ ВЕРТОЛІТНОГО ТИПУ І ЇХ ЗВ'ЯЗОК З РЕАЛЬНОЮ СИСТЕМОЮ ЗАГАЛЬНОЇ ТРОСОВОЇ ПІДВІСКИ

Запропоновано математичну модель еквівалентної системи руху комбінації двох безпілотних літальних апаратів вертолітного типу з реальною системою загальної тросової підвіски

Ключові слова: еквівалентна система, комбінації двох безпілотних літальних апаратів вертолітного типу, реальна система загальної тросової підвіски.

Вступ

Постановка проблеми. Аналіз комплексу заходів Збройних Сил України дає підстави стверджувати, що реалізація функцій Збройних Сил вимагає стійкого, безперервного, оперативного і прихованого управління, забезпечення ефективного використання сил та засобів та успішного виконання покладених на них завдань.

Не підлягає сумніву, що вищезазначені компоненти управління передбачають здійснення виконання транспортних задач з метою перевезення вантажів (моновантажів) різних габаритів та ваги. Застосування декількох вертольотів для транспор-

тування важкого моновантажу, з одного боку, дозволяє зменшити розміри й вантажопідйомність проєктованих важких транспортних вертольотів [1].

На сьогоднішній день безпілотні літальні апарати (БпЛА) вертолітного типу здатні виконувати всі функції пілотованих вертольотів.

Таким чином, розглядається наукова проблема підвищення транспортних можливостей авіації, розширення сфери її застосування і забезпечення безпеки польотів за рахунок заміни пілотованих вертольотів на БпЛА вертолітного типу та автоматизації управління на основі теоретичного узагальнення методів дослідження групової динаміки польоту на основі сформованого обрисів комплексної системи ке-

рування здійснити її синтез з метою забезпечення найбільш ефективного високоточного управління польотом БпЛА багатервольотних комбінацій (БВК) для виконання транспортних задач [1].

Метою статті є продовження напряму вирішення різних задач динаміки та синтезу систем автоматичного управління польотом БВК за допомогою створення відповідних математичних моделей руху.

Основний матеріал

БВК представляють собою динамічні системи з багатьма ступенями свободи. Наприклад, якщо вважати всі елементи БВК на трапецієподібній підвісці абсолютно жорсткими, то ця система має 17 ступенів свободи. Тому, для спрощення, рівняння руху БВК і зовнішньої підвіски доцільно отримувати окремо. Такий підхід широко розповсюджений в роботах, присвячених дослідженню різноманітних питань динаміки БВК. Але висновок рівняння руху зовнішньої підвіски в БВК складніший, зокрема, через істотно більш складного просторового руху моновантажу, що вимагає вибору таких узагальнених координат, при яких не тільки полегшується завдання отримання відповідних рівнянь, а й забезпечується наочна фізична інтерпретація руху, що особливо важливо на початкових етапах дослідження [4, 5]. Тому для отримання необхідних рівнянь руху виконується принцип еквівалентності систем, під яким розуміється заміна зовнішньої підвіски (далі реальної системи – РС) деякої еквівалентної системи (ЕС). Аналіз найбільш прийнятних для здійснення схем зовнішніх тросових підвісок БВК показав, що в якості ЕС доцільно обрати сферичний і біфілярні маятники, далі – відповідно, еквівалентний сферичний (ЕСМ) і еквівалентний біфілярного (ЕОМ) маятники. Іншими словами, рух РС замінюється накладенням рухів ЕСМ і ЕОМ.

Принцип еквівалентності поширений на випадок просторового руху довгомірного вантажу на режимах висіння і польоту з поступальною швидкістю. Використання принципу еквівалентності систем має на увазі, що перед виведенням рівнянь руху встановлюються співвідношення між параметрами, координатами і реакціями зв'язків РС і ЕС. Для отримання математичної моделі, придатної для практичного застосування, крім зазначеного принципу прийняті також наступні припущення: вважається, що обидва БпЛА вертолітного типу мають однакові аеродинамічні, масові і геометричні характеристики. Всі елементи конструкції БпЛА вертолітного типу і моновантажу є абсолютно жорсткі тіла. БпЛА вертольоти і моновантаж мають повздовжню площину симетрії, кути, що характеризують положення РС і ЕС в просторі, виключаючи кут пеленга строю БпЛА вертолітного типу, малі. Точки кріплення тросів до моновантажу знаходяться на

його головній поздовжньої центральній осі інерції, вважається, що троси зовнішньої підвіски представляють собою нерозтяжні і невагомі, не мають аеродинамічній опору абсолютно гнучкі нитки.

Рух i -го БпЛА вертолітного типу ($i=1, 2$) розглядається в пов'язаний з ним системі координат $(O_i X_i Y_i Z_i)$. Рух зовнішньої підвіски - в рухомій земній системі координат $(O_0 X_0 Y_0 Z_0)$ (рис. 1), початок якої (і початок нормальної системи координат $O X_g Y_g Z_g$) розташовано в центр мас першого, ведучого БпЛА вертолітного типу на сталому режимі. Вісь $O Y_0$ збігається з віссю $O Y_g$, вісь $O Z_0$ повернута по відношенню до осі $O Z_g$ на кут Ψ_{Π} пеленга незбуреного строю БпЛА вертолітного типу (позитивний при розташуванні веденого БпЛА вертолітного типу попереду ведучого) і на сталому режимі проходить через проекцію центру мас другого, веденого БпЛА вертолітного типу на площину $X_g Z_g$ [2, 3, 5].

Положення моновантажу в системі $O_0 X_0 Y_0 Z_0$ характеризується радіусом-вектором його центру мас $r_{OM} = (X_{OM} Y_{OM} Z_{OM})^T$ і двома кутами φ_{OM}, Ψ_{OM} , орієнтованими поздовжню вісь моновантажу. Положення точки кріплення до моновантажу троса i -го БпЛА вертолітного типу G_i – довжиною троса L_i та кутами $\varphi_{O_i}, \Psi_{O_i}$, (позитивними при відхиленні троса відповідно вліво і вперед). Такий вибір приводить до суттєвих спрощень, так як дані кути залишаються малими при відповідних відхиленнях тросів в будь-якому напрямку, а система координат $O_0 X_0 Y_0 Z_0$ дозволяє залишатися в рамках припущення про малість кутів при розгляді діапазону кута $\Psi_{\Pi} = \pm 90^\circ$, використовуючи його в якості параметра [2, 3, 5].

Рух моновантажу на трапецієподібній зовнішній тросовій підвісці комбінації двох БпЛА вертолітного типу можливо представити у вигляді накладення трьох типів руху [2, 3, 5].

Рух першого типу відбувається внаслідок відносного переміщення точок кріплення тросів до БпЛА вертолітного типу. Інші два типи руху визначені при відсутності такого переміщення.

Другий тип – рух моновантажу, при якому кут Ψ_{OM} залишається постійним. При цьому центр мас моновантажу переміщується по поверхні обертаня, яку при малих відхиленнях моновантажу можна замінити поверхнею кулі. Це положення підтверджується порівнянням траєкторій руху центру мас моновантажу РС і ЕС при різних геометричних параметрах системи. Таким чином, рух моновантажу, при якому $\Psi_{OM} = \text{const}$, еквівалентно руху сферичного маятника. Еквівалентний сферичний маят-

ник довжиною R_{Σ} та точкою підвісу з координатами $(X_{OR} Y_{OR} Z_{OR})$ орієнтується в системі $OX_O Y_O Z_O$ за допомогою кутів φ_R, Ψ_R (рис. 2), аналогічних кутах $\varphi_{O_i}, \Psi_{O_i}$, відповідно [2, 3, 5].

Третій тип – це рух, при якому моновантаж обертається відносно деякої осі з одночасним підйомом уздовж неї, тобто рухається подібно біфілярного маятника. Розрахунки показують, що дана вісь при будь-якому розташуванні центру мас моновантажу, щодо точок кріплення тросів до нього практично проходить через середину відрізка, що з'єднує точки G_i . Для полегшення виведення рівнянь вводиться припущення, що ця вісь проходить через центр мас моновантажу та спрямована по радіусу ЕСМ. Похибка у визначенні траєкторії центру мас моновантажу і кутів $\varphi_{O_i}, \Psi_{O_i}$, як найбільш критичних, не перевищує 5%.

Далі складова будь-якого параметра, що характеризує положення в просторі РС і залежна від кута відхилення ЕСМ, називається маятниковою складовою і позначається нижнім індексом "М".

Складова, яка є функцією кута повороту ЕОМ, називається біфілярною і позначається нижнім індексом "σ". Складову обумовлена відносним перемі-

щенням точок кріплення тросів до БпЛА вертолітного типу, будемо позначати нижнім індексом "О".

Зв'язок між параметрами ЕСМ і РС можна знайти з умови рівності прирощення вектора координат центру мас моновантажу Δr_{OM} по відношенню до його значенням на балансувальне режимі висіння (при відсутності відхилень ЕСМ і ЕОМ), виражених з одного боку, через параметри ЕС, а з іншого - через параметри РС при відсутності біфілярного руху.

Для ЕСМ, вирішуючи систему рівнянь (рис. 2)

$$\Delta r_{OM} = R_{\Sigma} [\cos \varphi_R \sin \Psi_R (1 - \cos \varphi_R \cos \Psi_R) - \sin \Psi_R]^T$$

у припущенні малості кутів, отримуємо

$$\varphi_R = -\Delta Z_{OM} R_{\Sigma}^{-1}; \quad \Psi_R = -\Delta X_{OM} R_{\Sigma}^{-1};$$

$$R_{\Sigma} = (\Delta X_{OM}^2 + \Delta Y_{OM}^2 + \Delta Z_{OM}^2)(2 Y_{OM})^{-1}. \quad (1)$$

У загальному випадку вектор r_{OM} , виражений параметрами РС, можна записати таким чином [2 – 5]:

$$r_{OM} = \sum_{i=1}^2 K_i \{ r_{00i} - L_i [-\cos \varphi_{0i} \sin \Psi_{0i} \times \cos \varphi_{0i} \cos \Psi_{0i} \sin \Psi_{0i}]^T \}, \quad (2)$$

де r_{00i} – вектор координат точок $(OX_O Y_O Z_O)$;

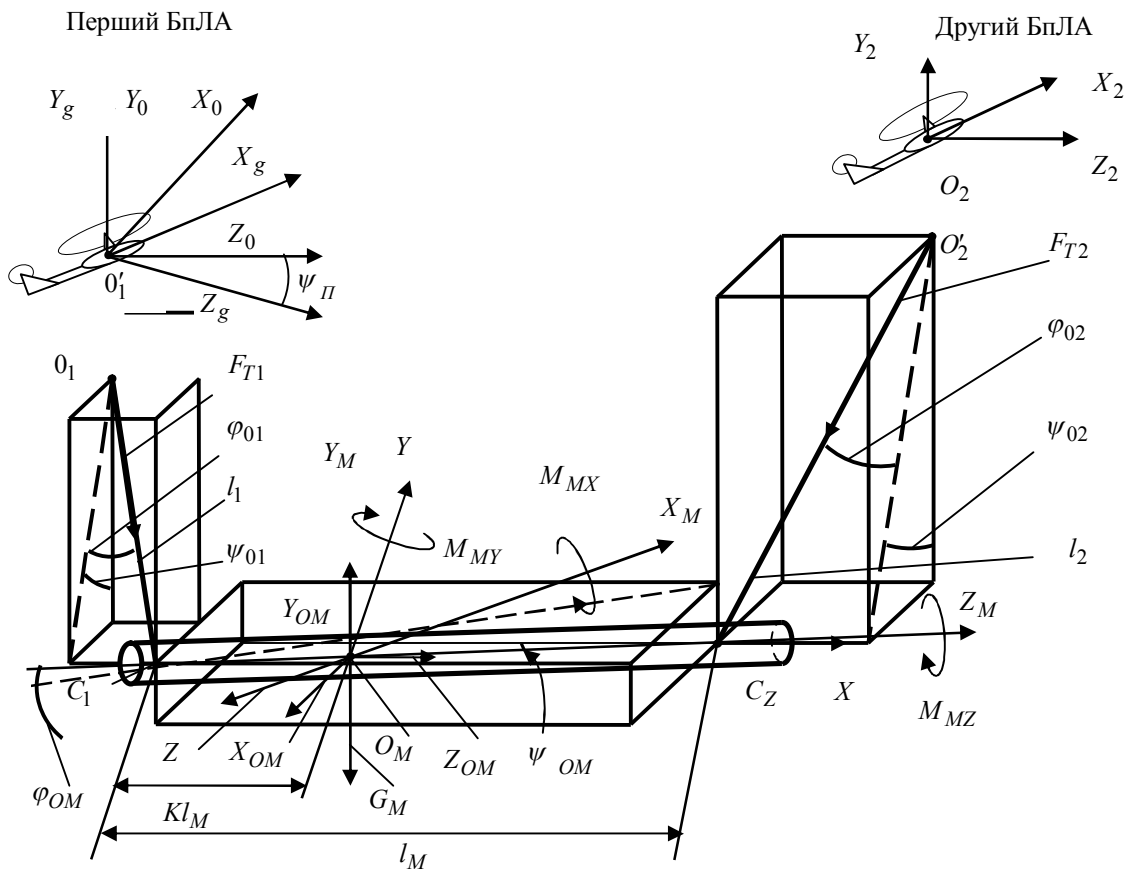


Рис. 1. Рух зовнішньої підвіски - в рухомій земній системі координат $(O_0 X_0 Y_0 Z_0)$, початок якої (і початок нормальної системи координат $(O X_g Y_g Z_g)$) розташовано в центр мас першого, ведучого БпЛА вертолітного типу на сталому режимі

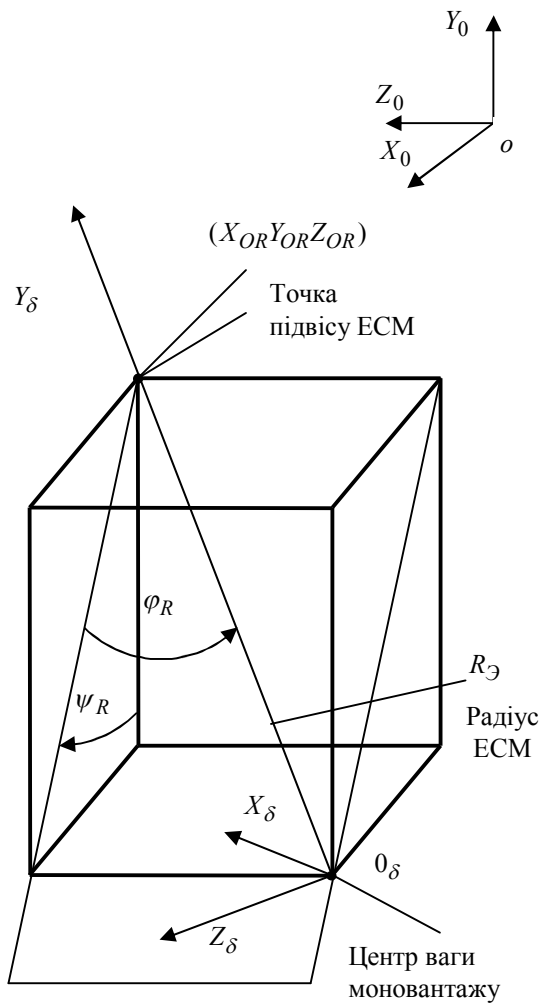


Рис. 2. Еквівалентний сферичний маятник довжиною $R_{\text{Э}}$ і точкою підвісу з координатами $(X_{\text{OR}} Y_{\text{OR}} Z_{\text{OR}})$ орієнтується в системі $O X_{\text{O}} Y_{\text{O}} Z_{\text{O}}$ за допомогою кутів $\varphi_{\text{R}}, \psi_{\text{R}}$

$$\Psi_{0i} = \Psi_{0iM} + \Psi_{0i\sigma}; \quad \varphi_{0i} = \varphi_{0iM} + \varphi_{0i\dot{v}} + \varphi_{0i\sigma};$$

$$K_1 = 1 - K; \quad K_2 = K. \quad (3)$$

Тут K – коефіцієнт поздовжнього центрування моновантажу [1, 5].

Залежності між маятниковими складовими кутів відхилення тросів РС визначаються наступними співвідношеннями:

$$\Psi_{0iM} / \Psi_{0i\sigma} = L_2 / L_1; \quad \varphi_{0iM} / \varphi_{0i\sigma} = L_2 / L_1. \quad (4)$$

Перше з них впливає з умови того, що при відсутності біфілярного руху проекція поздовжньої осі моновантажу на вісь $O X_0$ не змінюється, друге – з умови рівності переміщень центру мас моновантажу уздовж вісі $O Z_0$, обчислених через кути відхилення першого і другого тросів [1, 5]. Вирази (1) – (4) дозволяють отримати прості співвідношення, однозначно зв'язують параметри ЕСМ і РС:

$$R_{\text{Э}} = \frac{L_2 L_1}{L_1 K_2 + L_2 K_1}; \quad \Psi_{\text{R}} = \frac{L_i}{R_{\text{Э}}} \Psi_{0iM};$$

$$\varphi_{\text{R}} = \frac{L_i}{R_{\text{Э}}} \Psi_{0iM}. \quad (5)$$

Вектор координат точки підвісу ЕСМ $r_{\text{OR}} = [X_{\text{OR}} Y_{\text{OR}} Z_{\text{OR}}]^T$ легко визначається з (2) при $\Psi_{0i} = 0; \varphi_{0i} = \varphi_{0i\dot{v}}$:

$$r_{\text{OM}} = \sum_{i=1}^2 K_i \{ r_{001}^i - L_i [0 \cos \varphi_{0i\dot{v}} \times \sin \varphi_{0i\dot{v}}]^T \} + [0 R_{\text{Э}} 0]^T. \quad (6)$$

З умови рівноваги моновантажу в площині $Y_0 Z_0$ на балансувальному режимі висіння з урахуванням рівнянь геометричної нерозривності системи, які в загальному випадку мають вигляд (рис. 1) [1, 5].

$$h + \sum_{i=1}^2 (-1)^{s+1} L_i [-\cos \varphi_{0i} \cos \varphi_{0i} \cos \Psi_{0i} \sin \varphi_{0i}]^T -$$

$$-L_M [\cos \varphi_{0M} \sin \Psi_{0M} - \cos \varphi_{0M} \cos \varphi_{0M} \times$$

$$\times \cos \Psi_{0M}]^T = 0, \quad (7)$$

отримаємо
$$\varphi_{010} = -\frac{K \varphi_{\dot{v}}}{K + \varphi_{\dot{v}} \varphi_{\dot{v}M}};$$

$$\varphi_{020} = -\frac{1}{K_2} \varphi_{010} [K_1 + \frac{1}{L_2} (h_Z - L_M) \varphi_{\dot{v}M}], \quad (8)$$

де $\tilde{L} = L_1 + \frac{K_1}{K_2} L_2$ і $\varphi_{\text{OMO}} = -L_M^{-1} (h_Y + L_1 - L_2)$ –

кут нахилу поздовжньої осі моновантажу до горизонтальної площини на балансувальному режимі висіння; $\varphi_0 = -\tilde{L}^{-1} (h_Z - L_M)$ – наведений кут на

піврозчинну тросів; $h = [h_X h_Y h_Z] = r_{002}^1 - r_{001}^1 -$

радіус-вектор точки O_2^1 відносно O_1^1 . Тут L_M – відстань між точками кріплення тросів зовнішньої підвіски до моновантажу вздовж його головної поздовжньої центральної осі інерції. При цьому $K L_M$ – відстань між точкою кріплення до моновантажу троса першого БПЛА вертольотного типу і центром мас моновантажу вздовж його головної поздовжньої центральної осі інерції [2, 3, 5]. h_Y – називається перевищенням БПЛА вертолітного типу, так як ця величина незначно відрізняється від перевищення в стою центрів мас БПЛА вертолітного типу. У лінійному наближенні в околі значень φ_{0i0} , при яких поздовжня вісь вантажу горизонтальна, можливо записати

$$\varphi_{010} = -\left(\varphi_0 + \frac{1}{L} \Delta h_Z \right) - \varphi_{01}^{h_Y} \Delta h_Y;$$

$$\varphi_{020} = \frac{K_1}{K_2} \left(\varphi_0 + \frac{1}{L} \Delta h_Z \right) - \frac{L_1}{L_2} \varphi_{01}^{h_Y} \Delta h_Y; \quad (9)$$

де $\varphi_{01}^{h_Y} = \varphi_0^2 / K L_M$.

Перед встановленням зв'язку між параметрами РС і ЕОМ зупинимося на понятті кута повороту ЕБМ ν_{σ} . Рух ЕБМ зручно розглядувати в системі координат $O_{\sigma} X_{\sigma} Y_{\sigma} Z_{\sigma}$ (рис. 2), нерухомою при

обертанні ЕБМ, але переміщається разом з ЕСМ. При відсутності руху ЕБМ початок цієї системи координат збігається з центром мас моновантажу. Вісь $O_{\sigma}Y_{\sigma}$ спрямована по радіусу ЕСМ. Вісь $O_{\sigma}Y_{\sigma}$ лежить в площині, утвореній радіусом ЕСМ і його проекцією на площину O_0Y_0 . Під кутом ν_{σ} розуміється біфілярного складова кута, орієнтуючого поздовжню вісь моновантажу в системі $O_{\sigma}X_{\sigma}Y_{\sigma}Z_{\sigma}$ та подібного куту ψ_{OM} .

З розгляду руху РС і ЕБМ в системі $O_{\sigma}X_{\sigma}Y_{\sigma}Z_{\sigma}$, якщо кути малі і з урахуванням (2) і (5), сумарні кути відхилення троса i -го БПЛА вертолітного типу в рухомий земної системі координат дорівнюють [2, 3, 5]

$$\psi_{O_i} = \frac{R_{\sigma}}{L_i} \Psi_R \mp \frac{L_M}{2L_i} \nu_{\sigma}; \quad \varphi_{O_i} = \varphi_{O_{i0}} + \frac{R_{\sigma}}{L_i} \varphi_R. \quad (10)$$

Складові $\varphi_{O_{i0}}$ визначаються співвідношеннями (8) або (9). В рівняння 10 і далі по тексту верхній знак відповідає першому БПЛА вертолітного типу ($i=1$), нижній знак відноситься до другого БПЛА вертолітного типу ($i=2$). У загальному випадку руху, вектор координат центру мас моногруза в системі $O_0X_0Y_0Z_0$ має вигляд (рис. 2):

$$\mathbf{r}_{OM} = \mathbf{R}_{OR} - (\mathbf{R}_{\sigma} - \Delta \mathbf{S}_M) \times [\cos \varphi_R \sin \Psi_R \quad \cos \varphi_R \cos \Psi_R \quad \sin \varphi_R]^T, \quad (11)$$

де $\Delta \mathbf{S}_M = (L_M \nu_{\sigma})^2 / (8R_{\sigma})$ – зміщення центру мас моновантажу уздовж осі $O_{\sigma}Y_{\sigma}$ при повороті ЕОМ.

Залежність кутів орієнтації поздовжньої осі моновантажу в системі $O_0X_0Y_0Z_0$ від параметрів ЕС визначаються такими співвідношеннями:

$$\varphi_{OM} = (-1/L_M) \cdot [h_Y + (L_1 - L_2) + (\varphi_{020} - \varphi_{010}) \times R_{\sigma} \varphi_K + \frac{L_1 - L_2}{4L_1 L_2} R_{\sigma}^2 (\varphi_R^2 + \Psi_R)^2] - \nu_{\sigma} (\tilde{K}_1 \nu_{\sigma} + \Psi_R);$$

$$\psi_{OM} = \frac{1}{L_M} h_X + \nu_{\sigma} (1 - \tilde{K}_1 \nu_{\sigma} \Psi_R), \quad (12)$$

$$\text{де } \tilde{K} = \frac{L_M (L_1 - L_2)}{16L_1 L_2}.$$

Складові, що залежать від взаємного розташування точок кріплення тросів до БПЛА вертолітного типу і кутів відхилення ЕСМ, отримані з рівняння (7) при відсутності біфілярного руху і з урахуванням (4) і (5). Біфілярна складові - з розгляду зв'язку між проекціями відрізків, що з'єднує точки C_i (рис. 1), на вісі систем координат $O_0X_0Y_0Z_0$ і $O_{\sigma}X_{\sigma}Y_{\sigma}Z_{\sigma}$ [2, 3, 5].

Необхідні вирази для параметрів, що характеризують положення моновантажу в просторі, дозволило, зокрема отримати введене допущення про малість кутів. Найбільш критичним з цієї точки зору є кут φ_{OM} . При $|\varphi_{OM}| > 25^{\circ}$ стають істотними

помилки у визначенні координат моновантажу через параметри ЕС. Дана умова було взята якості критерія при визначенні областей допустимої заміни реальної системи еквівалентної. Ці області, отримані в результаті чисельного рішення рівнянь (7). Варіювання параметрів проводилося щодо варіанту, що має $L_1 = 70$ м, $L_M = 18$ м, $\varphi_0 = 9^{\circ}$, $h_Y = 0$, $K = 0,5$. Отримані області достатні для обґрунтованого розгляду питань стійкості, керованості і синтезу систем автоматичного управління.

Для виведення рівнянь руху БПЛА вертолітного типу необхідні вирази для сил натягу тросів. У відомих вітчизняних і зарубіжних роботах, присвячених питанням динаміки польоту БВК, всі проекції сили натягу троса отримують з умови рівноваги моновантажу з розірваними зв'язками з використанням принципу Даламбера. Це приводить до того, що вираження компонент сили натягу троса явно входять інерційні сили, що діють на моновантаж. Основний недолік такої форми запису полягає в тому, що при використанні нелінійних рівнянь руху необхідно попередньо аналітично вирішити систему багатьох рівнянь щодо вищих похідних. У загальному випадку, це можливо лише при істотному спрощенні рівнянь, що знижує точність рішення. Ця ситуація особливо посилюється при розгляді БВК. Однак, якщо записувати проекції сили натягу троса i -го БПЛА вертолітного типу у вигляді множення який припадає на даний БПЛА вертолітного типу частини суми активних і інерційних сил, що діють на моновантаж у напрямку до земної вертикалі, на відповідні кути орієнтації i -го троса, то отримана форма запису вектора сили натягу троса F_{Ti} вільна від зазначеного вище недоліку [2 – 5].

З урахуванням припущення про малість кутів вектора сили $F_{Ti} = [F_{XTi} \quad F_{YT_i} \quad F_{ZTi}]^T$ і моменту від неї $M_{Ti} = [M_{XTi} \quad M_{YT_i} \quad M_{ZTi}]^T$ відносно центру мас i -го БПЛА вертолітного типу, виражені через проекції на осі системи координат $O_iX_iY_iZ_i$, будуть

$$F_{Ti} = F_{YT_i} \begin{bmatrix} (\vartheta_i - \Psi_{gi}) & 1 & (\varphi_{gi} - \gamma_i) \end{bmatrix}^T;$$

$$M_{Ti} = b_B \times F_{Ti}, \quad (13)$$

де кути орієнтації i -го троса в нормальній системі координат

$$\Psi_{gi} = \Psi_{O_i} \cos \Psi_{\Pi} - \varphi_{O_i} \sin \Psi_{\Pi};$$

$$\varphi_{gi} = \Psi_{O_i} \cos \Psi_{\Pi} - \varphi_{O_i} \cos \Psi_{\Pi}. \quad (14)$$

де $b_B = [b_X \quad b_Y \quad b_Z]$ – радіус-вектор точки кріплення троса зовнішньої підвіски до БПЛА вертолітного типу щодо центру мас цього БПЛА вертолітного типу, виражений через проекції на осі системи координат $O_iX_iY_iZ_i$.

При малих кутах відхилення тросів можна вважати $F_{YT_i} \approx |F_{YT_i}|$. Для отримання $|F_{YT_i}|$ розглянемо умову рівноваги сил, діючих на РС і ЕС:

$$F_P + I_P + R_P = 0, F_{\mathcal{O}} + I_{\mathcal{O}} + R_{\mathcal{O}} = 0.$$

Сумарні вектори активних сил обох систем рівні, $F_P = F_{\mathcal{O}}$. Вектори інерційних сил також рівні, $I_P = I_{\mathcal{O}}$, внаслідок введеної вище кінематичної еквівалентності систем. Тоді отримуємо рівенство реакцій зв'язків $R_P = R_{\mathcal{O}}$ або

$$F_{T1} + F_{T2} + R_{\mathcal{O}} = 0. \quad (15)$$

Прийmemo додатково такі припущення: вектор $R_{\mathcal{O}}$ направлений по радіусі ЕСМ; $|F_{T1}|$ не залежить від відхилення ЕСМ в площині Y_0X_0 і біфілярного руху моновантажу; модуль вектора реакції зв'язку ЕС [2, 3, 4, 5].

Тут Y_{OM} – вертикальна складова аеродинамічної сили, що діє на моновантаж в системі координат $OX_0Y_0Z_0$.

Вирішуючи рівняння (15), записане в проекціях на осі OY_0, OZ_0 , відносно $|F_{T1}|$ будемо мати

$$F_{TYi} = [Y_{OM} - m_M(g + \ddot{y}_{OR})]C_i, \quad (16)$$

$$\text{де } C_1 = -\frac{\sin(\varphi_{02} - \varphi_R)}{\sin(\varphi_{01} - \varphi_{02})}; \quad C_2 = -\frac{\sin(\varphi_{01} - \varphi_R)}{\sin(\varphi_{01} - \varphi_{02})};$$

$$\ddot{y}_{OR} \approx \sum_{i=1}^2 K_i \dot{V}_{KYi}.$$

де V_{KYi} – вертикальна складова земної швидкості центру мас i -го БПЛА вертолітного типу в системі координат $O_iX_iY_iZ_i$.

В лінійному наближенні

$$F_{TYi} = -G_M K_i \left(1 + \frac{\ddot{y}_{OR}}{g} \right) \pm G_M \frac{\varphi_0}{L_M} \left(1 - \frac{L_2 - L_1}{L_2} \right) \Delta h_Y. \quad (17)$$

З формули (17) видно, що розподіл між БПЛА вертолітного типу сили тяжіння моновантажу і його вертикальної інерційної сили в лінійному наближенні не залежить від узагальнених координат ЕС, але істотно залежить від ступеня асиметрії центрування моновантажу, що характеризується величиною параметра K . При $\varphi_0 \neq 0$ БПЛА вертолітного типу мають статичну стійкість по перевищенню, ступінь якої зростає зі збільшенням φ_0 і зменшенням L_M .

Виключити V_{KYi} з формули (16) можливо шляхом дозволу щодо відповідності рівнянь руху центру мас БПЛА вертолітного типу вздовж пов'язаних з ними осей O_iY_i [2, 3, 4, 5]

$$m \dot{V}_{KYi} = F_{Yi} - G + [Y_{OM} - m_M(g + \ddot{y}_{OR})]G_i.$$

Тут, крім введених раніше, використовуються наступні позначення: G , m – сила тяжіння і маса вільного БПЛА вертолітного типу, відповідно. В результаті отримаємо

$$\dot{V}_{KYi} = \frac{1}{\tilde{m} m_{\Sigma i}} [(F_{Y \Sigma i} - G_{\Sigma i}^1) -$$

$$-(F_{Y \Sigma (\mathcal{O}-1)} - G_{\Sigma (\mathcal{O}-1)}^1) \frac{m_M}{m_{\Sigma (\mathcal{O}-1)}} G_i K_{\mathcal{O}-1}], \quad (18)$$

$$\text{де } F_{Y \Sigma i} = F_{Yi} + Y_{OM} G_i; \quad G_{\Sigma i}^1 = G + G_M G_i; \\ m_{\Sigma i} = m + m_M G_i K_i; \quad \tilde{m} = 1 - \frac{m_M^2}{m_{\Sigma 1} m_{\Sigma 2}} G_1 G_2 K_1 K_2.$$

Підставляючи рівняння (18) в (16), отримаємо вираження для F_{TYi} , які не містять в явному вигляді прискорень V_{TYi} ,

$$F_{TYi} = -(G_M - Y_{OM})G_i - F_{Ti}, \quad (19)$$

$$\text{де } F_{Ti} = \frac{m_M G_i}{m + m_M \sum_{n=1}^2 G_n K_n} \sum_{n=1}^2 K_n (F_{Y \Sigma n} - G_{\Sigma n}^1).$$

Таким чином, отримані всі необхідні співвідношення, пов'язуючи параметри РС і ЕС, що дозволяє безпосередньо перейти до виводу рівнянь руху БВК БПЛА вертолітного типу [1, 2, 3, 4, 5].

Висновки

БВК представляють собою динамічні системи з багатьма ступенями свободи. Для отримання їх рівняння руху доцільно використовувати принцип еквівалентності, під яким розуміється заміна реальної зовнішньої підвіски деякою еквівалентною системою. Аналіз найбільш прийнятних для здійснення схем зовнішніх тросових підвісок БВК показав, що в якості еквівалентної системи можуть бути обрані еквівалентний сферичний і еквівалентний біфілярного маятника. У подальшому доцільно зосередити наукові дослідження на проведенні аналізу рівнянь руху комбінацій БПЛА вертолітного типу з різними видами підвісок.

Список літератури

1. Асланян А.Е. Оцінка аеродинамічних і льотних характеристик дистанційно пілотованого літального апарата для синтезу його системи навігації і керування / А.Е. Асланян, А.Г. Куран, О.Л. Лемко // Труды Академії №3. К.: - НАОУ, 2002. – С. 46-51.
2. Асланян А.Э. Системи автоматического управления полетом летательных аппаратов. Ч. I / А.Э. Асланян. - К.: КВВАИУ, 1984. – 435 с.
3. Боднер В.А. Системи управління летательными аппаратами / В.А. Боднер. – М.: Машиностроение, 1973. – 504 с.
4. Тарасенков А.М. Динамика полета и боевого маневрирования летательных аппаратов / А.М. Тарасенков, Б.Г. Брага, В.Т. Тараненко. – М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1984. – 512 с.
5. Братухин И.П. Аэродинамика вертолета / И.П. Братухин. – М.: Государственное издательство оборонной промышленности, 1954. – 254 с.

Надійшла до редколегії 8.02.2013

Рецензент: канд. техн. наук, ст. наук. співр. Д.Г. Васильєв, Державний науково-випробувальний центр Збройних Сил України, Феодосія.

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ СИСТЕМЫ ДВИЖЕНИЯ КОМБИНАЦИИ
ДВУХ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ ВЕРТОЛЕТНОГО ТИПА
И ИХ СВЯЗЬ С РЕАЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ ТРОСОВОЙ ПОДВЕСКИ**

В.А. Дружинин, С.Ю. Тишков, С.В. Федоряка

Предложена математическая модель эквивалентной системы движения комбинации двух беспилотных летательных аппаратов вертолетного типа с реальной системой общей тросовой подвески

Ключевые слова: эквивалентная система, комбинации двух беспилотных летательных аппаратов вертолетного типа, реальная система общей тросовой подвески.

**MATHEMATICAL MODEL EQUIVALENT COMBINATION OF MOVEMENT TWO UNMANNED AERIAL VEHICLE
HELICOPTER TYPE AND THEIR CONNECTION WITH THE REAL ROPE SUSPENSION SYSTEM**

V.A. Druzhinin, S.Y. Tishkov, S.V. Fedoryak

Mathematical model of an equivalent system of movement combination of two unmanned aircraft helicopter type with the real total rope suspension system

Keywords: equivalent system, combination of two unmanned flying machines helicopter type, real overall rope suspension system.