

УДК 629.75

О.О. Журавльов, С.В. Герасимов

Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків

## МЕТОД КОРЕКЦІЇ МАТРИЦІ ОРІЄНТАЦІЇ В ІНЕРЦІЙНО-СУПУТНИКОВІЙ НАВІГАЦІЙНІЙ СИСТЕМІ АЕРОБАЛІСТИЧНИХ АПАРАТІВ

Показано, що автоматичне управління польотом високошвидкісного маневреного аеробалістичного апарату потребує отримання навігаційної інформації в реальному масштабі часу з необхідними точністю та тактом оновлення. Обґрунтовано, що головним недоліком комплексних інерціально-супутникових навігаційних систем, які будуються, як правило, на основі фільтру Калмана, є велика залишкова похибка корекції параметрів навігаційної системи та велика кількість циклів отримання супутникової навігаційної інформації. Запропонований метод корекції матриці орієнтації в інерціально-супутникових навігаційних системах аеробалістичних апаратів, який базується на методі інваріантного контролю та корекції та методі векторного узгодження, дозволяє забезпечити високоточну навігацію високошвидкісного маневреного апарату при обмеженому часі обробки інформації. Приводяться результати математичного моделювання запропонованого методу.

**Ключові слова:** аеробалістичний апарат, навігаційна інформація, навігаційна система.

### Вступ

**Постановка проблеми.** У відомих [1 – 3] комплексних інерціально-супутникових (ІС) навігаційних системах (НС) вихідна інформація інформаційно-обчислювальних каналів (ІОК) поступає в бортовий цифровий управляючий обчислювальний комплекс (БЦУ ОК), що реалізує навігаційний фільтр (НФ), який на основі формування різниць вирішує задачу фільтрації похибок одного ІОК на фоні похибок іншого ІОК. Як правило, НФ будують на основі фільтру Калмана. У завдання НФ входять: оцінки похибок і джерел похибок вимірювань; прогнозування значень цих оцінок; компенсація похибок і оцінка навігаційних параметрів.

Збіжність обчислювального процесу в НФ залежить від точності визначення початкових значень навігаційних параметрів і динаміки польоту високошвидкісного маневреного аеробалістичного апарату (АБА). Відомо [2, 3], що тривалість перехідного процесу НФ на основі фільтру Калмана 2-го порядку складає 30...50 циклів отримання супутникової наві-

гаційної інформації. Відомо [4, 5], що залишкові похибки (середні квадратичні відхилення) корекції параметрів комплексної НС складають від первинних значень: для кутових параметрів – від 3 % до 20...30 %; для зсувів акселерометрів – від 10 % до 30 %; для дрейфів гіроскопів – від 20 % до 50 %.

Таким чином, виникає суперечність між необхідністю забезпечити високоточну навігацію високошвидкісного маневреного АБА і обмеженнями за часом і точністю відомих НФ.

**Аналіз літератури.** Для автоматичного управління польотом високошвидкісного маневреного АБА необхідно отримувати з необхідною точністю та з необхідним тактом оновлення навігаційної інформації в реальному масштабі часу значення векторів дійсних значень прискорення та швидкості [3, 5].

Особливістю ІС НС є наявність двох узгоджених і синхронізованих ІОК, вимірювачі яких побудовані на різних фізичних принципах [5].

Основним каналом є безперервно функціонуючий ІОК, побудований на основі безплатформної інерціальної навігаційної системи (БІНС), по сигналам

лах якого БЦУ ОК математично реалізує віртуальну стабілізовану платформу та при наростаючих за часом похибках забезпечує протягом деякого інтервалу часу задану точність обчислення навігаційних параметрів для різних класів аеробалістичних траєкторій в умовах радіоелектронних перешкод.

БІНС складається з двох ІОК. Один ІОК складають три рівноточних ньютонівимірювача, осі чутливості яких утворюють косокутну систему координат  $\{O_k; e_1, e_2, e_3\}$ . У польоті АБА бортові ньютонівимірювачі вимірюють відповідні проекції вектора прискорення, що здається, точки  $O_k$ . Другий ІОК складають три датчики кутової швидкості (ДКШ), закріплені

$$A_{I,E} = \begin{bmatrix} \lambda_0^2 + \lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda_3^2 & 2(\lambda_1\lambda_2 - \lambda_0\lambda_3) & 2(\lambda_1\lambda_3 + \lambda_0\lambda_2) \\ 2(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_0\lambda_3) & \lambda_0^2 - \lambda_1^2 + \lambda_2^2 - \lambda_3^2 & 2(\lambda_2\lambda_3 - \lambda_0\lambda_1) \\ 2(\lambda_1\lambda_3 - \lambda_0\lambda_2) & 2(\lambda_2\lambda_3 + \lambda_0\lambda_1) & \lambda_0^2 - \lambda_1^2 - \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Параметри Родріга-Гамільтона  $\lambda_k, k = \overline{0...3}$ , співвідношення (1) розраховуються через кути  $\vartheta, \psi, \gamma$  тангажу, ристання та крену відповідно:

$$\lambda_0 = \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\vartheta}{2} \sin \frac{\gamma}{2};$$

$$\lambda_1 = \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} + \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\gamma}{2};$$

$$\lambda_2 = \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} + \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\vartheta}{2} \sin \frac{\gamma}{2};$$

$$\lambda_3 = \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} \sin \frac{\gamma}{2}.$$

Параметри Родріга-Гамільтона підпорядковані умові зв'язку, яка визначається якістю нормування кватерніона обертання:

$$\lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = 1.$$

Кінематичні рівняння обертального руху АБА є автономними рівняннями, не залежними від основного рівняння навігації. Ці рівняння мають вигляд:

$$2\dot{\lambda}_0 = -\lambda_1 \omega_x - \lambda_2 \omega_y - \lambda_3 \omega_z;$$

$$2\dot{\lambda}_1 = \lambda_0 \omega_x + \lambda_2 \omega_z - \lambda_3 \omega_y;$$

$$2\dot{\lambda}_2 = \lambda_0 \omega_y + \lambda_3 \omega_x - \lambda_1 \omega_z;$$

$$2\dot{\lambda}_3 = \lambda_0 \omega_z + \lambda_1 \omega_y - \lambda_2 \omega_x.$$

Вирішення цих рівнянь реалізується незалежно від основного рівняння навігації, якщо відомий кутовий рух Св СК відносно НС СК, на основі вимірювань датчиків кутової швидкості БІНС.

Початкові значення  $\lambda_k(t_0), k = \overline{0...3}$ , параметрів Родріга-Гамільтона визначаються по початковим значенням  $\vartheta(t_0), \psi(t_0), \gamma(t_0)$  кутів тангажу, ристання та крену:

$$\vartheta(t_0) = \vartheta_0 = \vartheta_0^* + \Delta\vartheta_0;$$

$$\psi(t_0) = \psi_0 = \psi_0^* + \Delta\psi_0;$$

$$\gamma(t_0) = \gamma_0 = \gamma_0^* + \Delta\gamma_0,$$

на корпусі АБА. Осі чутливості ДКШ утворюють Декартову систему координат, відповідні осі якої паралельні осям зв'язаної (Зв) системи координат (СК). ДКШ вимірюють поточні значення проекцій вектора абсолютної кутової швидкості на осі Зв СК. Розрахунок значень навігаційних параметрів в початковій стартовій (ПС) СК здійснюється по їх значенням в Зв СК з використанням матриці орієнтації  $A_{I,E}$ :

$$e_I = A_{I,E} e_E; e_I := \{r_I, v_I, a_I\}; e_E := \{r_E, v_E, a_E\}.$$

Елементи  $a_{ij}, i = \overline{1...3}, j = \overline{1...3}$ , матриці орієнтації  $A_{I,E}$  виражають через параметри Родріга-Гамільтона [3, 4]:

де  $\vartheta_0^*, \psi_0^*, \gamma_0^*$  – програмні значення відповідних кутів;  $\Delta\vartheta_0, \Delta\psi_0, \Delta\gamma_0$  – похибки передстартової орієнтації БІНС, які обумовлені похибками систем прицілювання по напрямку та горизонту.

При інтегруванні кінематичних рівнянь проводиться контроль норми кватерніона та при значному відхиленні норми від одиниці, тобто  $\|\Lambda\| - 1 \geq \varepsilon$ , здійснюється корекція кватерніона по формулі його нормування:

$$\Lambda^{(n)} = \frac{\Lambda}{\sqrt{\|\Lambda\|}}, \quad \|\Lambda\| = \lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2,$$

де  $\Lambda^{(n)}$  – нормувальний кватерніон.

Похибка  $\delta e_I$  обчислення місцеположення  $r_I$ , швидкості  $v_I$  та прискорення  $a_I$  АБА в проекціях на осі ПС СК залежить від похибки  $\delta A_{I,E}$  обчислення значень складових матриці орієнтації та похибки  $\delta e_E$  вирішення основного рівняння навігації [4]:

$$\delta e_I = \delta A_{I,E} e_E + A_{I,E} \delta e_E.$$

Похибка  $\delta A_{I,E}$  обчислення значень складових матриці орієнтації залежить від похибки  $\delta \Lambda(t)$  вирішення кінематичних рівнянь і визначає точність математичного моделювання ПС СК на борту АБА і перетворення навігаційних параметрів в інерціальну СК [4]. Рівняння похибки  $\delta \Lambda(t)$  має вигляд:

$$\delta \Lambda(t) = \delta \Lambda_0 \circ \tilde{\Lambda}_0 \circ \Lambda(t) + \frac{1}{2} \left( \int_{t_0}^t \Lambda(\tau) \circ \delta \omega_E \circ \tilde{\Lambda}(\tau) d\tau \right) \circ \tilde{\Lambda}_0,$$

де  $\delta \omega_E$  – похибка вимірювання вектора кутової швидкості, яка представлена в операторному вигляді, та визначається значеннями трьох компонентів похибок ДКШ, осі чутливості яких розташовані в Св СК.

Другий ІОК побудований на базі апаратури споживача (АС) супутникової радіонавігаційної си-

стеми (СРНС). Похибки обчислення в БЦУ ОК навігаційних параметрів за інформацією від цього каналу не залежать від часу польоту АБА. За відсутності зовнішніх перешкод ІОК забезпечує у польоті одноразову або періодичну корекцію навігаційної інформації основного каналу при перевищенні його похибки допустимого рівня [5].

Тому, в комплексній навігаційній системі БІНС є інтерполіатором, який коректується за даними АС СРНС за наявності сигналів від супутників, і виробляє значення навігаційних параметрів в період їх відсутності. За наявності сигналів від супутників тривалість часу інтерполяції збігається з інтервалом надходження сигналів від АС СРНС, а при зникненні сигналів – збігається з часом їх відсутності [5].

Обґрунтовані суперечності обумовлюють складність обґрунтування необхідної точності інерціальних датчиків БІНС, допустимих похибок їх передстартового встановлення, а також визначення умов і періодичності їх корекції у польоті високошвидкісного та маневреного АБА по сигналах АС СРНС.

Одним із шляхів вирішення вказаної суперечності є проведення обчислення елементів матриці орієнтації БІНС по обчислених значеннях приросту радіус-вектора та вектора швидкості центру мас АБА в Зв СК і ПС СК.

**Метою даної статті** є розробка методу корекції матриці орієнтації в ІС НС для автоматичного управління високошвидкісним польотом маневреного АБА.

### Основна частина

Для контролю та корекції матриці орієнтації  $A_{I,E}$  у польоті пропонується використовувати метод інваріантного контролю та корекції, а також метод векторного узгодження.

Суть методу інваріантного контролю та корекції полягає в обчисленнях значень інваріантів і їх ізохронних варіацій в Зв і ПС СК по сигналах від вимірювальних комплексів, побудованих на різних фізичних принципах. Метод дозволяє визначити моменти проведення у польоті корекції матриці орієнтації, а також обчислювати значення поправок до проєкцій векторів дійсної швидкості та радіус-вектора центру мас АБА.

Суть методу векторного узгодження полягає в узгодженні обчислених по сигналах БІНС значень проєкцій вектора дійсної швидкості та радіус-вектора на осі Зв СК з відповідними значеннями проєкцій цих же векторів на осі ПС СК, але обчисленими по сигналах від АС СРНС.

Для інваріантного контролю матриці орієнтації вводяться наступні інваріанти: 1) модуль вектора дійсної швидкості  $\bar{v}[nT]$ ; 2) модуль вектора приросту радіус-вектора  $\bar{r}[nT]$ ; 3) модуль векторного помноження перелічених векторів. Запис  $[nT]$  позначає

відповідність змінних і матриць дискретному моменту часу  $nT$ , де  $n = 1, 2, \dots$  – номер такту, тобто:

$$J_{1n} = |\bar{v}[nT]|; J_{2n} = |\Delta \bar{r}[nT]|; J_{3n} = |\Delta \bar{r}[nT] \times \bar{v}[nT]|. \quad (2)$$

Значення інваріантів, які обчислені в Зв СК по сигналам БІНС позначимо як

$$J_{1n}^i = |\bar{v}^i[nT]|; J_{2n}^i = |\Delta \bar{r}^i[nT]|; J_{3n}^i = |\Delta \bar{r}^i[nT] \times \bar{v}^i[nT]|,$$

а значення іваріантів, які обчислені в НС СК по сигналам АС СРНС, позначимо наступним чином:

$$J_{1n}^c = |\bar{v}^c[nT]|; J_{2n}^c = |\Delta \bar{r}^c[nT]|; J_{3n}^c = |\Delta \bar{r}^c[nT] \times \bar{v}^c[nT]|. \quad (3)$$

Частота оновлення навігаційної інформації в БІНС вище відповідної частоти в АС СРНС, тому для обчислення ізохронних варіацій значень інваріантів проводиться синхронізація ІОК, а такт обчислення вибирається рівним такту оновлення навігаційної інформації в АС СРНС, тоді

$$\delta J_{1n} = J_{1n}^c - J_{1n}^i; \delta J_{2n} = J_{2n}^c - J_{2n}^i; \delta J_{3n} = J_{3n}^c - J_{3n}^i. \quad (4)$$

Так як для вимірювань проєкцій вектора прискорення, що здається, використовуються рівноточні вимірювачі, а орієнтація осей їх чутливості відповідає мінімуму інструментальних похибок, то можна допустити, що похибки обчислення значень проєкцій відповідних векторів однакові. Це припущення дозволяє обчислити поправку до відповідної проєкції вектора в Зв СК:

$$\Delta q_n = \frac{\delta J_{2n}}{\sqrt{3}}; \Delta \dot{q}_n = \frac{\delta J_{1n}}{\sqrt{3}}; \Delta c_{qn} = \frac{\delta J_{3n}}{\sqrt{3}}; q := (x, y, z). \quad (5)$$

Корекція значень проєкцій відповідних векторів на осі Зв СК проводиться по формулам:

$$q_n^{i*} = q_n^i + \Delta q_n; \dot{q}_n^{i*} = \dot{q}_n^i + \Delta \dot{q}_n; c_{qn}^{i*} = c_{qn}^i + \Delta c_{qn}.$$

Для обчислення значень елементів  $a_{ij}$ ,  $i = \overline{1...3}$ ,  $j = \overline{1...3}$ , при корекції матриці орієнтації  $A_{I,E}$  складаються три системи з трьох лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} \Delta r_x^c = a_{11} \Delta r_{x_1}^i + a_{12} \Delta r_{y_1}^i + a_{13} \Delta r_{z_1}^i; \\ v_x^c = a_{11} v_{x_1}^i + a_{12} v_{y_1}^i + a_{13} v_{z_1}^i; \\ c_x^c = a_{11} c_{x_1}^i + a_{12} c_{y_1}^i + a_{13} c_{z_1}^i; \end{cases} \begin{cases} \Delta r_y^c = a_{21} \Delta r_{x_1}^i + a_{22} \Delta r_{y_1}^i + a_{23} \Delta r_{z_1}^i; \\ v_y^c = a_{21} v_{x_1}^i + a_{22} v_{y_1}^i + a_{23} v_{z_1}^i; \\ c_y^c = a_{21} c_{x_1}^i + a_{22} c_{y_1}^i + a_{23} c_{z_1}^i; \end{cases} \begin{cases} \Delta r_z^c = a_{31} \Delta r_{x_1}^i + a_{32} \Delta r_{y_1}^i + a_{33} \Delta r_{z_1}^i; \\ v_z^c = a_{31} v_{x_1}^i + a_{32} v_{y_1}^i + a_{33} v_{z_1}^i; \\ c_z^c = a_{31} c_{x_1}^i + a_{32} c_{y_1}^i + a_{33} c_{z_1}^i; \end{cases} \quad (6)$$

де  $\Delta r_{x_1}^i, \Delta r_{y_1}^i, \Delta r_{z_1}^i$  – проєкції орта вектора приросту радіус-вектора на вісі Зв СК, що розраховані в БНС;  $v_{x_1}^i, v_{y_1}^i, v_{z_1}^i$  – проєкції орта вектора дійсної швидкості на вісі Зв СК, що розраховані в БНС;  $c_{x_1}^i, c_{y_1}^i, c_{z_1}^i$  – проєкції вектора  $\bar{c}^i = \frac{\Delta \bar{r} \times \bar{V}}{|\Delta \bar{r}| |\bar{V}|}$ , що

розраховані в БНС;  $\Delta r_x^c, \Delta r_y^c, \Delta r_z^c$  – проєкції орта вектора приросту радіус-вектора на вісі ПС СК, що розраховані в БЦУ ОК по сигналам АП СРНС;  $v_x^c, v_y^c, v_z^c$  – проєкції орта вектора дійсної швидкості на вісі ПС СК, що розраховані по сигналам АП СРНС;  $c_x^c, c_y^c, c_z^c$  – проєкції вектора  $\bar{c}^c = \frac{\Delta \bar{r} \times \bar{V}}{|\Delta \bar{r}| |\bar{V}|}$ , що розраховані по сигналам АП СРНС.

При умові, що вектора  $\bar{v}$  і  $\Delta \bar{r}$  не колінеарні, то відповідні визначники матриць  $D \neq 0$ , елементи матриці орієнтації  $a_{ij}$  обчислюються по формулі:

$$a_{ij} = D_{ij} / D. \quad (7)$$

На рис. 1 приведені результати математичного моделювання, яке проведено згідно співвідношень (1) – (7), процесу корекції матриці орієнтації БНС високошвидкісного маневреного АБА, де  $\delta a$  – похибка дійсного прискорення;  $t_1^{\text{кор}}, \dots, t_3^{\text{кор}}$  – моменти проведення корекції. Як свідчать результати моделювання, на початковому етапі польоту (а також при невеликій загальній тривалості польоту) ІОК БНС має можливість забезпечити більш високу надійність і точність обчислення значень навігаційних параметрів порівняно з ІОК АС СРНС.

## Висновки

В статті розроблено метод корекції матриці орієнтації в ІС НС високошвидкісного маневреного

### МЕТОД КОРРЕКЦИИ МАТРИЦЫ ОРИЕНТАЦИИ В ИНЕРЦИАЛЬНО-СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ АЭРОБАЛЛИСТИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

А.А. Журавльов, С.В. Герасимов

Показано, что автоматическое управление полетом высокоскоростного маневренного аэробаллистического аппарата нуждается в получении навигационной информации в реальном масштабе времени с необходимыми точностью и тактом обновления. Обосновано, что главным недостатком комплексных инерциально-спутниковых навигационных систем, которые строятся, как правило, на основе фильтра Калмана, есть большая остаточная погрешность коррекции параметров комплексной навигационной системы и большое количество циклов получения спутниковой навигационной информации. Предложен метод коррекции матрицы ориентации в инерциально-спутниковой навигационной системе аэробаллистических аппаратов, который базируется на методе инвариантного контроля и коррекции и методе векторного согласования, позволяет обеспечить высокоточную навигацию высокоскоростного маневренного аппарата при ограниченном времени обработки информации. Приводятся результаты математического моделирования предложенного метода.

**Ключевые слова:** аэробаллистический аппарат, навигационная информация, навигационная система.

### A METHOD OF CORRECTION OF MATRIX OF ORIENTATION IS IN INERCIALNOY SATELLITE TO NAVIGATIONAL OF AERO BALLISTIC VEHICLES

A. A. Zhuravlev, S. V. Gerasimov

It is returned that automatic control with high-rate of flight of shunt aero ballistic vehicle needs receipt of navigation information real-time with necessary exactness and time of update. grounded, that by the main lack of complex navigational which are built, as a rule, on the basis of filter of Kalman, there is a large residual error of calibration of parameters of integral navigational and plenty of cycles of receipt of satellite navigation information. the method of correction of matrix of orientation in the inertial satellite navigational of aero ballistic vehicles is offered, which is based on the method of invariant control and correction and method of vector concordance, allows to provide the high-fidelity navigation of with high-rate shunt vehicle at the limited time of treatment of information. Results over of mathematical design of the offered method are brought.

**Keywords:** aero ballistic vehicle, navigation information, navigational.

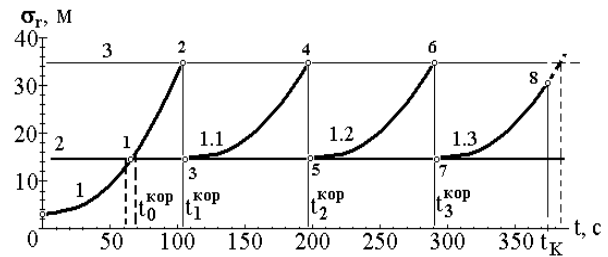


Рис. 1. Оцінка значення похибки  $\sigma_r$  при польоті АБА по аеробалістичній траєкторії,  $\delta a = 0,01 \text{ м/с}^2$ ;  $r_0 = 5 \text{ м}$   $v_0 = 0,05 \text{ м/с}$

АБА. Результати проведеного математичного моделювання процесу корекції матриці орієнтації БНС підтверджує можливість досягнення необхідної точності обчислення навігаційних параметрів високошвидкісного маневреного АБА.

## Список літератури

1. Основы теории систем управления высокоточных ракетных комплексов Сухопутных войск / Б.Г. Гурский, М.А. Люцанов, Э.П. Спиринов / Под ред. В.Л. Солунина. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 328 с.
2. Системы управления летательными аппаратами (баллистическими ракетами и их головными частями) / Г.Н. Разорёнов, Э.А. Бахрамов, Ю.Ф. Титов / Под ред. Г.Н. Разорёнова. – М.: Машиностроение, 2003. – 584 с.
3. Соловьев Ю.А. Системы спутниковой навигации / Ю.А. Соловьев. – М.: Эко-Трендз, 2000. – 310 с.
4. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС / Под ред. В.Н. Харисова, А.И. Перова, В.А. Болдина. – М.: ИПРЖР, 1998. – 256 с.
5. Липкин И.А. Спутниковые навигационные системы / И.А. Липкин. – М.: Вузовская книга, 2001. – 278 с.

Надійшла до редколегії 30.01.2013

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. О.М. Сотніков, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.