# Теоретичні основи розробки систем озброєння

# УДК 535.41

Е.А. Аксёнов, А.А. Шматко, В.И. Зворский

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

# АНАЛИЗ КОГЕРЕНТНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ И ИХ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК В ЗОНЕ ФРАУНГОФЕРА

Обоснована актуальность применения метод спекл-интерферометрических измерений в задачах оценки смещения и параметров шероховатых поверхностей. Перечислены возможности метода и области его применения. Получено аналитическое выражение наблюдаемого в точке приёма сигнала. Проанализирована разрешающая способность измерительной спекл-интерферометрической системы. Показана возможность восстановления функции комплексного коэффициента отражения. Найдена и проанализирована корреляционная функция наблюдаемого сигнала. Установлено, что ширина корреляционной функции является характерной шириной спекла.

**Ключевые слова:** когерентность, спекл-картина, зона Фраунгофера, корреляция, радиус корреляции, разрешающая способность, шероховатая поверхность.

### Введение

При освещении лазерным лучом диффузно отражающей поверхности все её точки переизлучают когерентные волны, которые способны интерферировать. Изображение каждой точки поверхности на плоскости наблюдения представляет собой дифракционную картину. В результате интерференции дифракционных картин от совокупности всех точек поверхности формируется пятнистая структура, называемая спекл-картиной. Диффузно-отражающий объект, освещаемый лазером, создаёт спекл-картину во всём пространстве, которое его окружает. Для того чтобы её зарегистрировать, достаточно расположить плоскость наблюдения на каком-либо расстоянии от объекта.

В голографии спеклы формируются в восстановленном изображении и в основном рассматриваются как шумы, искажающие изображения. Однако спекл-картина несёт в себе информацию о свойствах поверхности объекта и может быть использована для его изучения [1, 2].

Статистические характеристики регистрируемого сигнала содержат информацию о структуре поверхности, что позволяет определять её электрофизические параметры. Подобная технология востребована в машиностроении для экспресс-измерений шероховатости поверхности производимых деталей.

Анализ пространственно-временных флуктуаций спекл-структур позволяет измерять кинематические параметры подвижных объектов [3] и может применяться в машиностроении для диагностики оборудования, а в медицине для оценки двигательных параметров конечностей [4]. Исследования связи свойств спекл-картин с характеристиками отражающей поверхности стали проводиться непосредственно после открытия спеклэффекта. Но доступные в то время технологии не позволяли реализовать полноценные спекл-интерферометрические измерительные системы. Современные технологии позволяют обрабатывать изображения с помощью ПЗС-матриц и цифровых ЭВМ. Это даёт возможность создавать сравнительно недорогие и надёжные бесконтактные измерители, позволяющие сократить время и повысить точность измерений.

Проведенный анализ показал, что для корректного применения спекл-интерферометрических методов требуется проанализировать процесс формирования когерентных изображений и их структуру. Учитывая возможности проведения практических измерений, в работе значительное внимание уделено исследованиям интерференционных полей в зоне Фраунгофера.

## 1. Постановка задачи

Геометрия задачи показана на рис. 1. Поверхность с координатами  $\vec{r} = ||x, y||$ , освещенная когерентным излучением. Элементарные площадки поверхности в пределах освещённой области D являются вторичными источниками излучения, характеристики которого зависят от комплексного коэффициента отражения  $\dot{F}(\vec{r})$ .

В большинстве случаев геометрические размеры области D существенно меньше расстояния R<sub>0</sub> до точки приёма B, расположенной в зоне Фраунгофера, т.е. лучи.



Рис. 1. Геометрия задачи

Поле в точке наблюдения имеет вид

$$\dot{S}_{B}(t,\theta) = \int_{D} \dot{F}(\vec{r}) e^{j\omega \lfloor t - t_{d}(\vec{r}) \rfloor} d\vec{r} =$$

$$= e^{j\omega t} \iint_{X Y} \dot{F}(x,y) e^{-jk \lfloor R_{0} - x\cos\theta_{x} - y\cos\theta_{y} \rfloor} dxdy = (1)$$

$$= e^{j\omega t} \iint_{D} \dot{F}(\vec{r}) e^{jk\vec{r}\vec{\vartheta}} d\vec{r},$$

где  $t_d(\vec{r})$  – время запаздывания волны, излучаемой точкой с координатами  $\vec{r}$ ;  $\theta_x$ ,  $\theta_y$  – углы отражения лучей относительно осей х и у соответственно.

Во многих задачах представляет интерес модуль функции  $\dot{F}(\vec{r})$ . Кроме того, измерить  $R_0$  с точностью соизмеримой с длиной волны невозможно. Поэтому экспоненциальный множитель  $e^{-jkR_0}$  в (1) можно либо внести в функцию  $\dot{F}(\vec{r})$ , т.е.  $\dot{F}(\vec{r}) = \dot{F}(\vec{r})e^{-jkR_0}$ .

### 2. Разрешающая способность

Рассмотрим интеграл

$$\dot{S}(\vec{\omega}) = \dot{S}(\vec{\vartheta}) = \int_{D} \dot{F}(\vec{r}) e^{jk\vec{r}\vec{\vartheta}} d\vec{r} =$$

$$= \int_{XY} \dot{F}(x, y) e^{jkx\cos\theta_{x}} e^{jky\cos\theta_{y}} dxdy = (2)$$

$$= \int_{XY} \dot{F}(x, y) e^{j\omega_{x}x} e^{j\omega_{y}y} dxdy,$$

$$\dot{S}(\vec{\omega}) = \dot{S}(\omega_{x}, \omega_{y}) =$$

где

$$=\dot{S}\left(k\cos\theta_{x},k\cos\theta_{y}\right)=\dot{S}\left(k\vartheta_{x},k\vartheta_{y}\right),$$
$$\omega_{x}=\frac{2\pi}{\lambda}\cos\theta_{x}, \quad f_{x}=\frac{\omega_{x}}{2\pi}=\frac{\cos\theta_{x}}{\lambda},$$

$$\omega_{\rm y} = \frac{2\pi}{\lambda}\cos\theta_{\rm y}, \quad f_{\rm y} = \frac{\omega_{\rm y}}{2\pi} = \frac{\cos\theta_{\rm y}}{\lambda}$$

Предположим, что функция  $\dot{F}(x, y)$  – это пространственное монохроматическое поле (рис. 2a). Её спектр в области пространственных частот  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ показан на рис. 2 б, в.



Рис. 2. Функция F(x,y) ( a) и её пространственный спектр: двумерный вид (б) и проекция на плоскость (в)

В бесконечных пределах выражение (1) представляет собой комплексную амплитуду пространственной гармоники, входящей в функцию  $\dot{F}(x, y)$ 

на пространственной частоте f<sub>x</sub>, f<sub>y</sub>. Тогда

$$f_{x}(\theta) = \frac{\cos \theta_{x}}{\lambda}, f_{y}(\theta) = \frac{\cos \theta_{y}}{\lambda}$$

а пространственный период этой гармоники

$$\Lambda_{x}\left(\theta\right) = \frac{\lambda}{\cos\theta_{x}}, \ \Lambda_{y}\left(\theta\right) = \frac{\lambda}{\cos\theta_{y}}$$

Изменяя угол  $\theta$ , можно регистрировать комплексные амплитуды пространственных гармоник на частотах от 0 до  $1/\lambda$  с соответствующими величинами периодов в диапазоне от  $\lambda$  до  $\infty$ . Таким образом, разрешающая способность ограничивается длиной волны, а составляющие с меньшим периодом не могут быть зафиксированы.

Очевидно, что пространственные гармоники наименьшего периода  $\Lambda$  можно зарегистрировать крайними точками области D под наименьшими углами визирования  $\theta_{xn}$ ,  $\theta_{yn}$ .

## 3. Восстановление функции F(x,y)

Рассмотрим возможность восстановления функции F(x, y) из уравнения

$$\begin{split} \dot{S}\left(\vec{\vartheta}\right) &= \int_{D} \dot{F}\left(\vec{r}\right) e^{jk\vec{r}\vec{\vartheta}} d\vec{r} = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{F}_{\Pi}\left(\vec{r}\right) e^{jk\vec{r}\vec{\vartheta}} d\vec{r} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{F}_{\Pi}\left(x,y\right) e^{jk\left(\vartheta_{x}x+\vartheta_{y}y\right)} dxdy, \\ &\quad \dot{F}_{\Pi}\left(x,y\right) = \Pi\left(x,y\right) \dot{F}\left(x,y\right), \end{split}$$
(3)

где

$$\Pi\left(\vec{r}\right) = \Pi\left(x, y\right) = \begin{cases} 1, x \in \left(-\frac{X}{2}, \frac{X}{2}\right), y \in \left(-\frac{Y}{2}, \frac{Y}{2}\right); \\ 0, x \notin \left(-\frac{X}{2}, \frac{X}{2}\right), y \notin \left(-\frac{Y}{2}, \frac{Y}{2}\right). \end{cases}$$

Функция П(х,у) задаёт размеры и границы излучающей (отражающей) поверхности. Её форма не имеет принципиального значения. Она может быть квадратной или круглой. В радиодиапазоне размеры этой области могут определяться размерами диаграммы направленности излучающей антенны, а в оптическом – размерами светового луча, облучающего поверхность D.

Умножим левую и правую часть (3) на функцию  $e^{-jk\bar{r}\bar{\vartheta}}$  и проинтегрируем эти части по  $\bar{\vartheta}$ :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\vec{\vartheta}) e^{-jk\vec{r}\vec{\vartheta}} d\vec{\vartheta} =$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{F}_{\Pi}(\vec{r}_{l}) e^{jk\vec{\eta}\vec{\vartheta}} d\vec{r}_{l} e^{-jk\vec{r}\vec{\vartheta}} d\vec{\vartheta} =$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} \dot{F}_{\Pi}(\vec{r}_{l}) \int_{-\infty}^{\infty} e^{jk(\vec{r}_{l}-\vec{r})\vec{\vartheta}} d\vec{\vartheta}d\vec{r}.$$

Область определения  $\vec{9}$  представляет собой круг,  $\vartheta_x \in (-1,1)$ ,  $\vartheta_y \in (-1,1)$ , т. е.

$$\begin{split} \psi\left(\vec{r}_{l}-\vec{r}\right) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{jk\left(\vec{r}_{l}-\vec{r}\right)} \, d\vec{9} = \\ &= \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} e^{jk\left[\left(x_{1}-x\right)\vartheta_{x}+\left(y_{1}-y\right)\vartheta_{y}\right]} \, d\vartheta_{x} \, d\vartheta_{y} = \\ &= 4 \operatorname{sinc}\left\{k\left(x_{1}-x\right)\right\} \operatorname{sinc}\left\{k\left(y_{1}-y\right)\right\}, \\ &\int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}\left(\vec{\vartheta}\right) exp\left\{-jk\vec{r}\vec{\vartheta}\right\} d\vec{\vartheta} = \int_{-1}^{1} \dot{S}\left(\vec{\vartheta}\right) exp\left\{-jk\vec{r}\vec{\vartheta}\right\} d\vec{\vartheta} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \dot{F}_{\Pi}\left(\vec{r}_{l}\right)\psi\left(\vec{r}_{l}-\vec{r}\right) d\vec{r}_{l} = \hat{F}_{\Pi}\left(\vec{r}_{l}\right) \; . \end{split}$$

Из решения следует, что восстановленное изображение представляет собой свертку истинной  $\dot{F}(x,y)$  с функцией неопределенности  $\psi(\vec{r}_l - \vec{r})$  системы.

# 4. Корреляционная функция случайного сигнала S<sub>B</sub> (t, θ), наблюдаемого в зоне Фраунгофера

Найдем корреляционную функцию случайного сигнала (1).

$$\begin{split} \dot{S}_{B}\left(t,\vec{\vartheta}\right) &= e^{j\omega t} \int_{D} \dot{F}(\vec{r}) e^{jk\vec{r}\vec{\vartheta}} \, d\vec{r} , \\ &R\left(t_{1},t_{2},\vartheta_{1},\vartheta_{2}\right) = \\ &= \left\langle \text{Re}\,\dot{S}_{B}\left(t_{1},\vec{\vartheta}_{1}\right) \text{Re}\,\dot{S}_{B}\left(t_{2},\vec{\vartheta}_{2}\right) \right\rangle \approx \\ &\approx \frac{1}{2}\,\text{Re}\left\langle \dot{S}_{B}\left(t_{1},\vec{\vartheta}_{1}\right)\dot{S}_{B}^{*}\left(t_{2},\vec{\vartheta}_{2}\right) \right\rangle = \\ &= \frac{1}{2}\,\text{Re}\,\dot{R}\left(t_{1},t_{2},\vartheta_{1},\vartheta_{2}\right), \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{R}\left(t_{1},t_{2},\vartheta_{1},\vartheta_{2}\right) &= \left\langle \dot{S}_{B}\left(t_{1},\vec{\vartheta}_{1}\right)\dot{S}_{B}^{*}\left(t_{2},\vec{\vartheta}_{2}\right)\right\rangle = \\ &= e^{j\omega\tau}\int_{DD}\left\langle \dot{F}\left(\vec{r}_{1}\right)\dot{F}^{*}\left(\vec{r}_{2}\right)\right\rangle e^{jk\left(\vec{r}_{1}\vec{\vartheta}_{1}-\vec{r}_{2}\vec{\vartheta}_{2}\right)}d\vec{r}_{1}d\vec{r}_{2}, \\ &\dot{R}_{F}\left(\vec{r}_{1},\Delta\vec{r}\right) = \left\langle \dot{F}\left(\vec{r}_{1}\right)\dot{F}^{*}\left(\vec{r}_{2}\right)\right\rangle = \\ &= \left\langle \left\lceil \operatorname{Re}\dot{F}\left(\vec{r}_{1}\right) + \operatorname{Im}\dot{F}\left(\vec{r}_{1}\right)\right\rceil \right\rceil \left\lceil \operatorname{Re}\dot{F}\left(\vec{r}_{2}\right) - \operatorname{Im}\dot{F}\left(\vec{r}_{2}\right)\right\rceil \right\rangle \end{split}$$

В общем случае функция  $\dot{F}(\vec{r})$  является пространственно-неоднородным случайным процессом [5].

Если квадратурные компоненты коэффициента рассеяния связаны между собой преобразованиями Гильберта, что имеет место во многих практических случаях, то они не коррелированы между собой

$$\left\langle \dot{\mathrm{F}}(\vec{\mathrm{r}}_{1})\dot{\mathrm{F}}^{*}(\vec{\mathrm{r}}_{2})\right\rangle = \left\langle \mathrm{Im}\,\dot{\mathrm{F}}(\vec{\mathrm{r}}_{2})\,\mathrm{Re}\,\dot{\mathrm{F}}(\vec{\mathrm{r}}_{1})\right\rangle = = \left\langle \mathrm{Im}\,\dot{\mathrm{F}}(\vec{\mathrm{r}}_{1})\,\mathrm{Re}\,\dot{\mathrm{F}}(\vec{\mathrm{r}}_{2})\right\rangle = 0$$

и корреляционная функция

$$R_{F}(\vec{r}_{1},\Delta\vec{r}) = \langle \operatorname{Re}\dot{F}(\vec{r}_{1})\operatorname{Re}\dot{F}(\vec{r}_{2}) \rangle + \langle \operatorname{Im}\dot{F}(\vec{r}_{1})\operatorname{Im}\dot{F}(\vec{r}_{2}) \rangle$$

является вещественной.

Представим показатель экспоненты под знаком интеграла в виде

$$jk\left(\vec{r}_{1}\vec{9}_{1}-\vec{r}_{2}\vec{9}_{2}\right) =$$
$$= jk\left[\vec{r}_{1}\vec{9}_{1}-(\vec{r}_{1}-\Delta\vec{r})\left(\vec{9}_{1}-\Delta\vec{9}\right)\right] =$$
$$= jk\left(\vec{r}_{1}\Delta\vec{9}+\Delta\vec{r}\vec{9}_{2}\right)$$

и, перейдя к переменным интегрирования  $\vec{r}_l\,,\,\Delta\vec{r}$  , получим

$$\dot{R}\left(\tau,\vec{\vartheta},\Delta\vec{\vartheta}\right) = e^{j\omega\tau} \int_{D} \sigma^{0}\left(\vec{r},\vec{\vartheta}\right) e^{jk\vec{r}\Delta\vec{\vartheta}} d\vec{r} , \qquad (4)$$

где

$$\sigma^{0}\left(\vec{r},\vec{\vartheta}\right) = \int_{D} R_{F}\left(\vec{r},\Delta\vec{r}\right) e^{jk\Delta\vec{r}\vec{\vartheta}} \, d\Delta\vec{r} \, .$$

 $\tau = t_1 - t_2$ ,  $\Delta \vec{9} = \vec{9}_1 - \vec{9}_2$ ,

Такой вид корреляционной функции свидетельствует о возможности восстановления энергетического изображения поверхности  $\sigma^0(\vec{r}, \vec{9})$ , так как в бесконечных пределах оно является её образом угловые Фурье. К сожалению, частоты  $\Delta \vec{9} = \left\| \Delta 9_x, \Delta 9_y \right\|$  не достигают бесконечных значений, так как ограничиваются длиной волны и величинами направляющих косинусов cos<sub>0</sub>x, cos<sub>0</sub>v. Поэтому пространственные частоты изображения  $\sigma^{o}\left(\vec{r},\vec{q}_{\perp},\vec{\lambda}\right)$  меньшие длины волны излучения восстановить невозможно. Полученная формула является аналогом формулы Ван Циттерта – Цернике.

Если в пределах области  $\Pi(\vec{r})$  находится большое число независимых рассеивателей или из-

лучателей, т. е. радиус корреляции функции  $\dot{F}(\vec{r}_1)$ значительно меньше размеров области  $\Pi(\vec{r})$ ,

$$\begin{split} &\int_{D} \rho(\Delta r) d\Delta r << X, Y, \\ &\rho\left(\Delta \vec{r}\right) = \frac{R_{F}\left(\vec{r}, \Delta \vec{r}\right)}{R_{F}\left(\vec{r}, 0\right)}, \end{split}$$

то формально можно считать, что пределы интегрирования по переменным  $\vec{r} \in (x, y)$  являются бесконечными. Интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_{F}\left(\vec{r},\Delta\vec{r}\right) \exp\left\{jk\Delta\vec{r}\vec{9}\right\} d\Delta\vec{r}$$

является при фиксированном *r* пространственным преобразованием Фурье корреляционной функции  $R_{\rm F}(\vec{r},\Delta\vec{r})$  коэффициента рассеяния  $\dot{F}(\vec{r})$ , свидетельствующем о том, что рассеяние носит избирательный характер. При этом эффективное сечение рассеяния следует рассматривать как составляющую пространственного энергетического спектра (спектральной плотности мощности) коэффициента рассеяния пространственных на частотах  $k\vec{9} = (\omega_x, \omega_y)$ . Так как эффективное сечение рассеяния является вещественной величиной, то при каждом значении т корреляционная функция должна быть четной функцией. Приближенно это может иметь место лишь в том случае, когда интервал существенного изменения формы корреляционной функции как статистической характеристики пространственно-неоднородного случайного процесса  $F(\vec{r})$  значительно больше ее ширины.

Можно усложнить модель коэффициента рассеяния и его корреляционной функции, введя их зависимость от направления  $\vec{9}$ , т. е. представить их в виде  $\dot{F}(\vec{r}, \vec{9})$ ,  $R_F(\vec{r}, \Delta \vec{r}, \vec{9})$ . Но это принципиально не повлияет на общий вид формулы для эффективного сечения рассеяния.

Как отмечалось, формула (4) является аналогом формулы Ван Циттерта – Цернике, устанавливающей связь энергетического изображения поверхности и пространственной корреляционной функции наблюдаемого сигнала. Необходимо отметить, что для восстановления функции  $\sigma^0(\vec{r}, \vec{9})$  как функции от  $\vec{r}$  с помощью обращения (4), как приближенного аналога преобразования Фурье, необходимо, чтобы пространственная корреляционная функция  $\dot{R}(\tau, \vec{9}, \Delta \vec{9})\Big|_{\tau=0}$  была комплексной. Рассчитаем её ширину (радиус корреляции) в предположении, что  $\sigma^0(\vec{r}, \vec{9}) = \sigma^0(\vec{9}) = \text{const}(\vec{9})$ :

$$\begin{split} \dot{R}\left(0,\vec{\vartheta},\Delta\vec{\vartheta}\right) &= \sigma^{0}\left(\vec{\vartheta}\right) \int_{D} e^{jk\vec{\tau}\Delta\vec{\vartheta}} d\vec{r} = \\ &= \sigma^{0}\left(\vec{\vartheta}\right) \int_{-X/2}^{X/2} e^{-jkx\Delta\vartheta_{x}} dx \times \\ &\times \int_{-Y/2}^{Y/2} e^{-jky\Delta\vartheta_{y}} dy = \\ &= \sigma^{0}\left(\vec{\vartheta}\right) XY \operatorname{sinc}\left(k\Delta\vartheta_{x} \frac{X}{2}\right) \operatorname{sinc}\left(k\Delta\vartheta_{y} \frac{Y}{2}\right). \end{split}$$

Эта ширина является характерной шириной спекла.

Угловые размеры спеклов находятся из условий:

$$k \frac{X}{2} \delta \vartheta_{x} = \pi,$$
  

$$\delta \vartheta_{x} = \frac{\lambda}{X},$$
  

$$k \delta \vartheta_{y} \frac{Y}{2} = \pi,$$
  

$$\delta \vartheta_{y} = \frac{\lambda}{Y}.$$
(5)

Эти размеры насколько малы, что если проводить какие-либо измерения параметров поверхности с различных физически осуществимых (реальных) направлений  $\vec{9}$ , то сигналы, принятые с этих направлений практически не будут коррелированы между собой. Если  $\sigma^0 = \sigma^0 (\vec{r}, \vec{9})$ , как функция координат  $\vec{r}$ , имеет пространственную текстуру, т. е. является некоторым энергетическим изображением поверхности. Появляется угловая корреляция  $\dot{R} (..., \Delta \vec{9})$ , измеряя (оценивая) которую можно восстановить функцию  $\sigma^0$ .

Для того чтобы избежать сингулярных решений в оптимизационных задачах оценок параметров шероховатых поверхностей, целесообразно усложнить структуру излучаемого гармонического сигнала, ограничив его длительность огибающей A(t), которую для простоты считаем вещественной:

$$\dot{S}_{B}(t,\theta) = \int_{D} \dot{F}(\vec{r}) A[t-t_{d}(\vec{r})] e^{j\omega[t-t_{d}(\vec{r})]} d\vec{r}$$

Учитывая допущения, принятые при выводе (1), это выражение можно записать так

$$\dot{S}_{B}(t,\vec{\vartheta}) = e^{j\omega t} \int_{D} \dot{F}(\vec{r}) A[t-t_{d}(\vec{r})] e^{jk\vec{r}\vec{\vartheta}} d\vec{r}$$

Поступая так же, как и при выводе (3), находим

$$\dot{R}(t_1, t_2, \vec{\vartheta}, \Delta \vec{\vartheta}) = e^{j\omega[t_1 - t_2]\tau} \times$$

$$\times \int_{D} \sigma^{0}(\vec{r}, \vec{\vartheta}) A[t_{1} - t_{d}(\vec{r})] A[t_{2} - t_{d}(\vec{r})] e^{jk\vec{r}\Delta\vec{\vartheta}} d\vec{r}.$$

Если не стоит задача восстановления функции  $\sigma^0(\vec{r}, \vec{\vartheta})$  как энергетического изображения поверх-

ности, т.е. как функции координат  $\vec{r}$  и  $\sigma^0(\vec{r},\vec{\vartheta}) = \sigma^0(\vec{\vartheta}) = \text{const}(\vec{\vartheta})$ , то, как следует из (4), корреляция сигнала даже при близких углах практически отсутствует. Если проводить измерения, принимая сигналы, рассеянные или излученные поверхностью с различных направлений, то такие сигналы будут статистически независимыми. Тогда имеет смысл рассматривать корреляционную функцию как функцию времени

$$\begin{split} \dot{R}\left(t_{1},t_{2},\vec{\vartheta},0\right) = \\ = \sigma^{0}\left(\vec{\vartheta}\right)e^{j\omega\left[t_{1}-t_{2}\right]}\int_{D}A\left[t_{1}-t_{d}\left(\vec{r}\right)\right]A\left[t_{2}-t_{d}\left(\vec{r}\right)\right]d\vec{r}, \end{split}$$

вещественная функция корреляции

$$R(t_1, t_2, \vec{\vartheta}, 0) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \dot{R}(t_1, t_2, \vec{\vartheta}, 0) =$$
$$= \sigma^0 (\vec{\vartheta}) R_S(t_1 - t_2),$$

где

$$\begin{split} & R_{S}(t_{1}-t_{2}) \approx \\ \approx & \frac{1}{2} \cos(t_{1}-t_{2}) \int_{D} A[t_{1}-t_{d}(\vec{r})] A[t_{2}-t_{d}(\vec{r})] d\vec{r}. \end{split}$$

### Заключение

Исследованы когерентные изображения и их статистические характеристики в зоне Фраунгофера. Проанализирована актуальность применения спеклинтерферометрических измерений. В настоящее время, благодаря высокому уровню развития технологий, имеется возможность разрабатывать недорогие и надёжные бесконтактные измерительные системы, позволяющие сократить затраты времени и повысить точность измерений. Найдено выражение, описывающее сигнал, наблюдаемый в точке приёма. Проанализирована разрешающая способность измерительной системы и её зависимость от направления на точку приёма. Разрешающая способность ограничивается длиной волны, составляющие с меньшим периодом не могут быть зафиксированы.

Показана возможность восстановления функции комплексного коэффициента отражения поверхности из наблюдаемого сигнала. Найдена и проанализирована корреляционная функция наблюдаемого сигнала. Рассчитана ширина корреляционной функции, которая является характерной шириной спекла, рассчитаны угловые размеры спеклов.

### Список литературы

1. Франсон, М. Оптика спеклов [Текст] / М. Франсон – М.: Мир, 1980. – 172 с.

2. Когерентная оптика [Текст]: учеб. пособие по курсу «Когерентная и нелинейная оптика» / В.Г. Магурин, В.А. Тарлыков. - СПб: СПбГУ ИТМО, 2006. – 122 с.

3. Аксёнов, Е.А. Бесконтактный спекл-интерферометрический измеритель малых смещений [Текст] / Е.А. Аксёнов, А.А. Шматко, В.И. Зворский, А.С. Кравчук // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. — 2008. — №1 (28). — С. 15-19.

4. Пат. 93954 Україна, МПКА61В5/103, G01H 9/00. Спосіб діагностики сколіозу [Текст] / Аксьонов Є.О., Гайдачук О.В., Волосюк В.К., Зворський В.І., Малій О.Д., Шматко О.О. Заявник та правовласник Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – № а200912178; заявл. 26.11.09; опубл. 25.03.11, Бюл. № 6. – 3 арк.

5. Волосюк, В.К. Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации [Текст] / В.К. Волосюк, В.Ф. Кравченко. – М.: Физматлит, 2008. – 704 с.

#### Поступила в редколлегию 22.04.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И.В. Барышев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

#### АНАЛІЗ КОГЕРЕНТНИХ ЗОБРАЖЕНЬ ТА ЇХ СТАТИСТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК У ЗОНІ ФРАУНГОФЕРА

Є.О. Аксьонов, О.О. Шматко, В.І. Зворський

Обтрунтована актуальність застосування спекл-інтерферометричних вимірювань у теперішній час. Перераховані можливості методу та області його використання. Отримано вираз, що описує сигнал, який спостерігається у точці прийому. Проаналізована роздільна здатність вимірювальної системи та її залежність від напряму на точку прийому. Розглянута можливість відновлення функції комплексного коефіцієнту відбиття із сигналу, що спостерігається. Знайдена та проаналізована кореляційна функція сигналу, що спостерігається. Розрахована ширина кореляційної функції, яка є характерною шириною спекла, розраховані кутові розміри спеклів.

Ключові слова: когерентність, спекл-картина, зона Фраунгофера, кореляція, радіус кореляції, роздільна здатність, шорстка поверхня.

### ANALYSIS OF COHERENT IMAGE AND IT STATISTICAL CHARACTERISTICS IN THE FRAUNHOFER ZONE

E.O. Aksyonov, O.O. Shmatko, V.I. Zvorskyi

The relevance of the application of speckle interferometry measurements at this time is considered. Lists the features of the method and its use. An expression that describes the signal observed at the receiver. Analyzed the resolution of the measurement system and its dependence on the direction of the point of reception. The possibility of recovery of the functions of the complex reflection coefficient of the observed signal is considered. The correlation function of the observed signal is founded and analyzed. The width of the correlation function, which is a characteristic width of speckle and angular size of the speckles is calculated.

Keywords: coherency, speckle pattern, Fraunhofer zone, correlation, correlation radius, resolution, rough surface.