

УДК 621.39:681.327.8

О.В. Коломійцев, В.Є. Кудряшов, І.В. Мельников, Ю.О. Клеваний

Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків

## РЕЗУЛЬТАТИ МОДЕЛЮВАННЯ ЗА МЕТОДОМ МАКСИМАЛЬНОЇ ПРАВДОПОДІБНОСТІ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОЇ ОЦІНКИ КООРДИНАТ ЦІЛІ

На основі метода максимальної правдоподібності здобуті та проаналізовані значення оцінок дальності та швидкості цілі з врахуванням часу між спостереженнями. Надаються результати математичного моделювання шуканих оцінок дальності та швидкості цілі, згладженої дальності на момент  $n$ -го спостереження та екстрапольованої дальності до цілі на один огляд антени РЛС. Аналіз вказаних числових значень дозволяє сформулювати вимоги до величин СКВ помилки виміру дальності до цілі та інструментальної помилки огляду простору антеною РЛС. Приведені оцінки дальності, їх середні значення, дисперсії та СКВ, при яких реалізується побудова траєкторії цілі, яка відповідає безпеці її руху. Представлені отримані аналітичні вирази, значення та графіки.

**Ключові слова:** оцінка дальності та швидкості цілі, середнє значення, дисперсія та СКВ помилки місцезнаходження цілі.

### Вступ

**Постановка проблеми.** Основні технічні характеристики радіолокаційної системи (РЛС), такі як середньоквадратичне відхилення (СКВ) помилки вимірюваної дальності до цілі та помилки огляду простору антеною РЛС, повинні відповідати вимогам до побудови траєкторії руху цілей. Здобуті траєкторії руху цілей зобов'язані забезпечувати безпеку повітряного їх руху. Тому визначення технічних характеристик РЛС, при яких можливо реалізувати задані значення оцінок дальності і швидкості цілі, заради побудови якісної їх траєкторії є важливою та актуальною задачею [1 – 3].

Аналіз публікацій за темою статті [2 – 4] показує, що їх недоліками є відсутність математичного моделювання оптимальних оцінок дальності (швидкості) цілі в залежності від різних факторів та способів здобуття цих оцінок.

**Метою статті** є представлення результатів математичного моделювання шуканих оцінок дальності до цілі і її швидкості, згладженої оцінки дальності на момент  $n$ -го спостереження та екстрапольованої дальності до цілі на один огляд антени РЛС, в залежності від основних технічних характеристик РЛС, та формування вимог до існуючих і перспективних РЛС, які відповідають вимогам безпечного повітряного руху цілей [4].

### Виклад основного матеріалу

Завдання оптимальної оцінки координат і параметрів траєкторій рухомої цілі формулюється наступним [3, 4]. З облаштування автозахоплення через рівні проміжки часу, які визначаються періодом обертання (сканування) антени РЛС, на вхід пристрою автосупроводження поступає інформація про координатах цілі. По дискретних відмітках, отрима-

них з помилками, необхідно побудувати траєкторію руху повітряної цілі.

Виберемо координату (дальність), яку означимо  $u$ , і запропонуємо, що на ділянці спостереження руху цілі вона описується поліномом ступеня  $r$  вибірки  $u(\bar{\Theta}, t)$ , так отримуємо [3]:

$$u(\bar{\Theta}, t) = \Theta_0 + \Theta_1 t + \dots + \Theta_r t^r = \sum_{k=0}^r \Theta_k t^k, \quad (1)$$

де  $t$  – час.

Припускаємо, що випадкові коливання руху цілі навкруги заданої траєкторії і помилки виміру її координат мають нормальне розподілення з відомою кореляційною функцією та рівним нулю середнім значенням. Для вирішення задачі визначаємо випадкову функцію правдоподібності  $n$ -мірної вибірки  $u(\bar{\Theta}, t)$ , яка нормально розподілена [3].

Здійснення логарифмування функції правдоподібності, її диференціювання по  $\Theta_k$  та проведення ряду математичних перетворень надає [3]:

$$u = - \sum_{i=1}^n \frac{6i-4-4n}{n(n+1)} u_i = \sum_{i=1}^n \eta_u(i) u_i; \quad (2)$$

$$v = \frac{1}{T_0} \sum_{i=1}^n \frac{12i-6-6n}{n(n^2-1)} u_i = \sum_{i=1}^n \eta_v(i) u_i, \quad (3)$$

де  $u, v$  – шукані оцінки початкової координати дальності та швидкості повітряної цілі;  $n$  – кількість сканувань антени РЛС, при яких вимірюються поточні координати цілі;  $i=1, 2, \dots, n$ ;  $\eta_u, \eta_v$  – вагові функції дальності та швидкості повітряної цілі.

Вирази (2) і (3) отримані при гіпотезі прямолінійного рівномірного руху цілі та рівних інтервалів часу між спостереженнями РЛС.

Нехай ціль наближається. Помилки виявлення-виміру її дальності, при автоматичному (автоматизованому) способі зніманні координати, мають рівномірне розподілення. Причому вказані помилки визначаються технічними характеристиками РЛС, а саме СКВ помилки виміру дальності цілі  $\sigma_r$ . Інтервали спостережень повітряної обстановки супроводжуються інструментальними помилками сканування (огляду) антени РЛС. За рахунок впливу похибок фазообертачів та атенуаторів (вітру) інструментальна помилка огляду антени РЛС  $\sigma_v$  знаходиться у межах від  $10^{-2}\%$  до  $1\%$  [3]. У цьому випадку вираз (2) має наступний вид:

$$u(n) = -\sum_{i=1}^n \eta_u(i) \times \left\{ (D + \sigma_{ri}) - \left[ (n-1) v (T_0 + \sigma_{vi}) \right] \right\}, \quad (4)$$

де  $u(n)$  – шукана оцінка дальності до цілі;  $i$  – номер спостереження;  $\sigma_{ri}, \sigma_{vi}$  – СКВ помилок дальності та швидкості огляду простору антеною на  $i$  спостереженні, мають рівномірний закон розподілу та дорівнюють від 0 до  $\sigma_r, \sigma_v$ ;  $D$  – дальність виявлення цілі при умовній імовірності вірного виявлення 0,5 та при фіксованому рівні помилкової тривоги;  $T_0$  – час між спостереженнями цілі РЛС;  $v$  – швидкість польоту цілі, яку очікуємо.

Результати розрахунку за виразом (4) приведені на рис. 1, з урахуванням наступних умов:  $n = 1, 2, \dots, 21$ ,  $\sigma_{rmax} = 2 \cdot 10^3$  м та  $\sigma_{rmin} = 2 \cdot 10^2$  м,  $\sigma_{vmin} = 10^{-2}$  або  $\sigma_{vmax} = 1$ ,  $T_0 = 10$  с,  $D = 85 \cdot 10^3$  м та  $v = 250$  м/с.

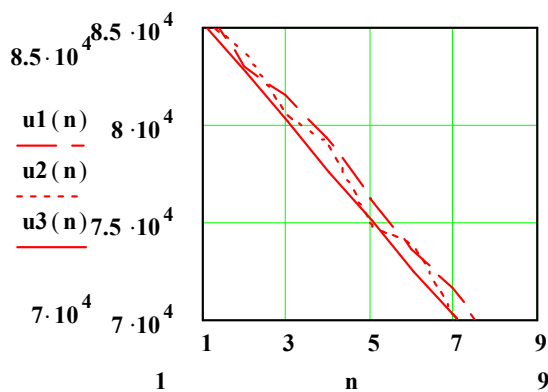


Рис. 1. Значення оцінок дальності до цілі  $u(n)$  в залежності від кількості спостережень  $n$  за ціллю

Перша (I) крива на рисунку 1  $u_1(n)$ , яка відмічена тире, побудована при  $\sigma_{rmax}$  і практично відсутній  $\sigma_v$ , тобто  $\sigma_{vmin}$ . Друга (II) крива  $u_2(n)$  пока-

зана крапками та здобута з врахуванням  $\sigma_{rmax}$  і  $\sigma_{vmax}$ . На вказаних кривих зміни  $u(n)$  від огляду до огляду антени РЛС значно флюктують внаслідок великого значення  $\sigma_{rmax}$ . Якщо  $\sigma_{rmin}$  – безперервна крива III  $u_3(n)$ , тоді флюктуації  $u_3(n)$  суттєво знижуються.

Заради забезпечення якісної реалізації траєкторії цілі визначаємо істинну помилку оцінок дальності до цілі  $\delta(n)$  з виразу [5]:

$$\delta(n) = u(n) + \sum_{i=1}^n \eta_u(i) \{ D - (n-1) v T_0 \}. \quad (5)$$

При  $\sigma_{rmax}, \sigma_{vmin}$  значення  $\delta(n)$  достатньо змінні і не залежать від кількості отриманих реалізацій  $n$ . Вказана величина  $\delta(n)$  знаходяться у межах від  $\sim 0,3$  км до  $\sim 1,9$  км, що є неприйнятним з точки зору побудови траєкторії.

З врахуванням впливу можливих інструментальних помилок  $\sigma_{vmax}$  флюктуації  $\delta(n)$  підвищуються та знаходяться у межах від  $\sim 1,1$  км до  $\sim -1,4$  км. Якщо  $\sigma_r$  зменшується з  $\sigma_{rmax}$  до  $\sigma_{rmin}$ , то отримуємо величину  $\delta(n)$  не більше  $1,3 \cdot 10^2$  м, коли  $n \leq 5$ . Це суттєво поліпшує умови побудови траєкторії цілі. В частковій моделі визначаються математичне очікування (МОЧ) шуканої оцінки дальності до цілі за виразом [4, 5]:

$$M(n) = (1/n) \sum_{i=1}^n u(n). \quad (6)$$

Розрахунок за (6) вказує, як і попереднє, на перевагу РЛС, якщо вона має  $\sigma_{rmin}$  та  $\sigma_{vmin}$ . Причому вплив величин  $\sigma_r$  та  $\sigma_v$  надає приблизно однаковий рівень у  $\pm 50$  м.

Наступною характеристикою шуканої оцінки дальності є дисперсія  $D(n)$  та її СКВ  $\sigma(n)$  [4, 5]:

$$D(n) = (1/n) \sum_{i=1}^n [u(n) - M(n)]^2. \quad (7)$$

Аналіз результатів розрахунку за (7) практично не залежать від кількості отриманих координат цілі  $n$ . Так, коли  $n$  збільшується з 2 обглядів до 20 ( $\sigma_{rmax}$  та  $\sigma_{vmin}$ )  $D(n)$  дорівнює від  $\sim 5,5 \cdot 10^5$  м<sup>2</sup> та  $\sim 6,3 \cdot 10^4$  м<sup>2</sup> відповідно, тобто дисперсія лінійно зменшується. Тут та надалі усереднені значення співвідношення здобуті за 15 реалізаціями ( $i = 1 \dots 15$ ). При  $n = 2$  та  $\sigma_{rmax}, \sigma_{rmin}$   $\sigma_{2 \cdot 10^3}(2) / \sigma_{2 \cdot 10^2}(2) \approx 12$  разів, а коли  $n = 20$  –

$\sigma_{2 \cdot 10^3}(20) / \sigma_{2 \cdot 10^2}(20) \approx 10$  разів, або суттєвого зменшення СКВ не спостерігаємо. Останнє обумовлене рівномірним законом розподілу зняття координати дальності до цілі.

Результати розрахунку СКВ  $\sigma(n)$  представлені на рис. 2.

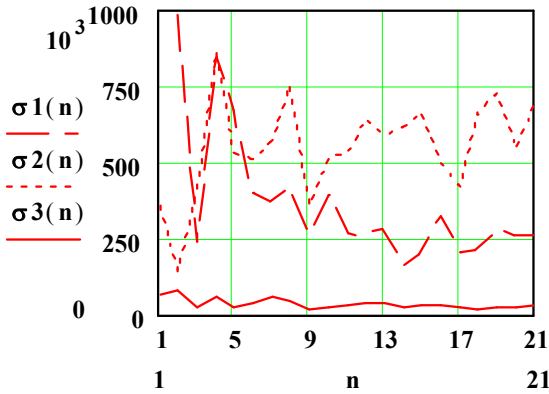


Рис. 2. Значення СКВ помилок оцінок дальності до цілі  $\sigma(n)$  в залежності від кількості спостережень  $n$  за ціллю

Як і у попередньому рис. 1, I крива на рис. 2 відмічена тире  $\sigma 1(n)$  та має значні флуктуації СКВ у межах від  $\sim 160$  м до  $\sim 10^3$  м. Значення I кривої  $\sigma 1(n)$  здобуті коли РЛС має  $\sigma_{rmax}$  та  $\sigma_{rmin}$ . При  $n \geq 9$  величини  $\sigma 1(n)$  стабілізуються на рівні  $\sim 250$  м крива I.

Наявність  $\sigma_{vmax}$  приводе до зростання флуктуацій  $\sigma 2(n)$  від  $\sim 140$  м до  $\sim 860$  м, як можна побачити з кривої II, що відмічена крапками.

Суттєве зниження флуктуацій СКВ при  $\sigma_{rmin}$  спостерігаємо на безперервній кривій III  $\sigma 3(n)$ , які менше 40 м вже після третього огляду простору.

На основі підходу знаходження (4) з (2) визначаємо з (3) шукану оцінку швидкості цілі  $v(n)$  через відповідну вагову функцію  $\eta_{vu}$  та отримуємо [3, 5]:

$$v(n) = (T_0)^{-1} \sum_{i=1}^n \eta_{vu}(i) \times \left\{ (D + \sigma_{ri}) - \left[ (n-1)v(T_0 + \sigma_{vi}) \right] \right\}. \quad (8)$$

Результати розрахунку за останнім виразом приведені на рис. 3. I крива, яка відмічена тире  $v 1(n)$ , здобута коли РЛС має  $\sigma_{rmax}$  та  $\sigma_{vmin}$ . Зменшення флуктуацій  $v 1(n)$  на I кривій до  $\sim 20$  м/с з більше ніж 80 м/с спостерігаємо лише на 5 і більше

обертів антени РЛС.

Практично теж саме отримуємо, коли додатково впливає  $\sigma_{vmax}$ , крива II  $v 2(n)$  крапками.

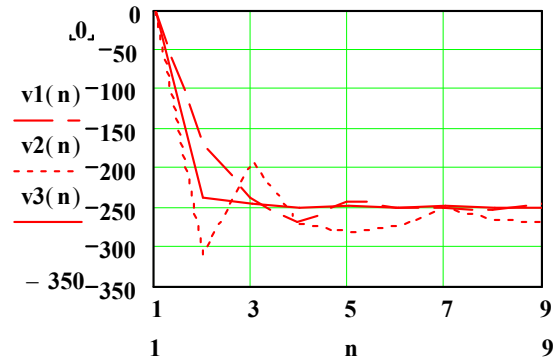


Рис. 3. Значення шуканої оцінки швидкості цілі  $v(n)$  в залежності від кількості спостережень  $n$

Суттєве покращення результату маємо вже на  $n \geq 2$ , якщо РЛС має  $\sigma_{rmin}$  та  $\sigma_{vmin}$ , безперервна крива III (рис. 3). На кривій III флуктуації  $v 3(n)$  не більше  $\sim 7$  м/с, що цілком задовольняє вимогам до побудови траєкторії руху цілі.

В методиці визначається істина помилка швидкості цілі  $\delta_v(n)$ , яка розраховується аналогічно (5).

Характер кривих  $\delta_v(n)$  повторюють хід кривих з рис. 3. Якщо  $\sigma_{rmin}$  та  $\sigma_{vmin}$  при  $n \geq 3$  значення  $\delta_v(n)$  менше 3 м/с, що є позитивним результатом математичного моделювання. Також визначаються МОЧ оцінки швидкості цілі  $M_v(n)$  її дисперсія  $D_v(n)$  та СКВ помилки  $\sigma_v(n)$  [5]. Криві  $M_v(n)$  нагадують функцію  $e^{-x}$ . Флуктуації  $M_v(n)$  від оберту до оберту зменшуються після  $n \geq 9$  та дорівнюють не більше  $\sim 17$  м/с при  $\sigma_{rmax}$  та  $\sigma_{vmin}$ . Якщо РЛС має  $\sigma_{rmin}$  значення МОЧ поліпшуються, флуктуації практично відсутні  $n < 9$ , хоча навіть при  $n > 20$  флуктуації МОЧ дорівнює  $\sim 13$  м/с.

При  $\sigma_{rmax}$ ,  $\sigma_{vmin}$  значення  $D_v(2) \approx 17,2 \cdot 10^3$  (м/с)<sup>2</sup>, і з зростанням  $n$  дисперсія мінімізується  $D_v(20) \approx 3,5 \cdot 10^3$  (м/с)<sup>2</sup>, що фізично інтерпретується. Усереднене співвідношення СКВ  $\sigma_v(2) / \sigma_v(20) \approx 1,6$  рази, тобто за рахунок збільшення вимірів координати цілі СКВ швидкості її польоту не суттєво покращується.

Флуктуації  $\sigma_v(n)$  коли  $n = 2 \dots 5$  дорівнюють  $\sim 150$  м/с, крива I  $\sigma 4(n)$  (рис. 4). На даній кривій I спостерігаємо значення СКВ, які якимось стабілізу-

ються після  $n > 15$  на рівні  $\sim 22$  м/с.

За рахунок впливу  $\sigma_{v_{max}}$  флуктуації  $\sigma_5(n)$  зростають при тих же  $n$  до  $\sim 150$  м/с, що є неприйнятною величиною. Реалізація в РЛС  $\sigma_{r_{min}}$  дозволяє знизити рівень флуктуацій СКВ до  $\sim 23$  м/с, коли  $n = 2 \dots 5$ , крива III  $\sigma_6(n)$ , безперервна (рис. 4). У підсумку здобуті результати моделювання свідчать о необхідності реалізації в РЛС параметру  $\sigma_r$  не більше 200 м.

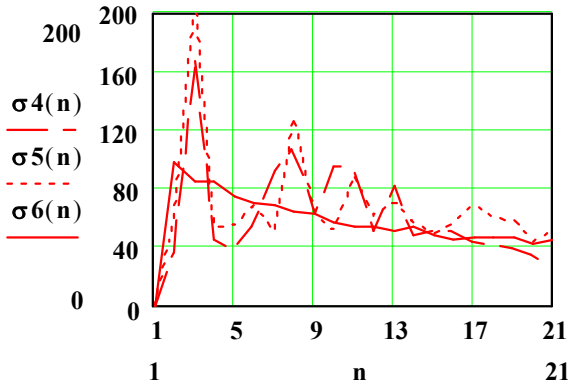


Рис. 4. Значення СКВ помилки оцінки швидкості цілі  $\sigma_i(n)$  в залежності від кількості спостережень  $n$

При постійній висоті польоту цілі за  $n$  обертів антени та відомих  $\sigma_{r_i}$  і  $\sigma_{v_i}$ , азимут її  $\beta$  змінюється на величину  $\beta_i(n)$  так:

$$\beta_i(n) = \arccos\{A\} \Big|_{\min/\max}$$

$$A = \frac{u_i(n)^2 + u_i(n+1)^2 - [u_i(n)^2 + u_i(n+1)^2]}{2u_i(n)u_i(n+1)}, \quad (9)$$

де  $u_i(n)$  – визначається за (4) та  $i = 1, 2, \dots, 40$ .

Помилка, що очікується параметру цілі  $\Delta_p(n)$  дорівнює:

$$\Delta_p(n) = u_i(n) \operatorname{tg}[\beta_i(n)_{\max}] - u_i(n) \operatorname{tg}[\beta_i(n)_{\min}]. \quad (10)$$

Розрахунки за (10), при  $\sigma_{r_{max}}$  та  $\sigma_{v_{min}}$ , показують, що  $\Delta_p(2) \approx 1,5 \cdot 10^4$  м та  $\Delta_p(4) \approx 1,4 \cdot 10^4$  м. Це є неприйнятним значення з точки зору якості траєкторії цілі.

Якщо  $\sigma_{r_{min}}$  помилка, що очікується, поліпшується, тоді:  $\Delta_p(2) \approx 2,1 \cdot 10^3$  м та  $\Delta_p(4) \approx 1,9 \cdot 10^3$  м. В зв'язку з тим, що ціль знаходиться на відстані більше 80 м від РЛС, останні значення можуть задовольнити вимоги безпеки її повітряного руху.

Використовуючи формули (2) і (3), знайдемо значення згладженої координати дальності на момент  $n$  – спостереження [3]:

$$u_n^* = \sum_{i=1}^n \frac{6i-2n-2}{n(n+1)} u_i = \sum_{i=1}^n \eta_{u_n}(i) u_i, \quad (11)$$

де  $\eta_{u_n}(i)$  – вагова функція згладженої координати дальності до цілі. Значення оцінок дальності до цілі, яка згладжена через  $\eta_{u_n}(t)$  дорівнює аналогічно (4), так:

$$u_n^*(n) = \sum_{i=1}^n \eta_{u_n}(i) \times \left\{ (D + \sigma_{r_i}) - [(n-1)v(T_0 + \sigma_{v_i})] \right\}. \quad (12)$$

Як і на рис. 1 при  $\sigma_{r_{max}}$  та  $\sigma_{v_{min}}$  величини  $u_n^*(n)$  мають значні флуктуації при зростанні  $n$ .

При поліпшенні параметру  $\sigma_r$  до  $2 \cdot 10^2$  м вказані флуктуації суттєво зменшуються на оцінках  $u_n^*(n)$ . Теж саме спостерігаємо і на значеннях істинних помилок оцінок дальності, які згладжені  $\delta^*(n)$ . Розрахунок аналогічно (5) значень  $\delta^*(n)$  показав їх накопичення з зростанням  $n$ .

За аналогії (6), (7) у частковій методиці визначаються МОЧ оцінок дальності до цілі  $M^*(n)$ , які згладжені, дисперсія  $D^*(n)$  та її СКВ помилки  $\sigma^*(n)$ .

Флуктуації  $\sigma^*(n)$  при  $\sigma_{r_{max}}$ ,  $\sigma_{v_{min}}$  і  $n = 2 \dots 5 \sim 510$  м, крива I  $\sigma_7(n)$  відмічена тире (рис. 5).

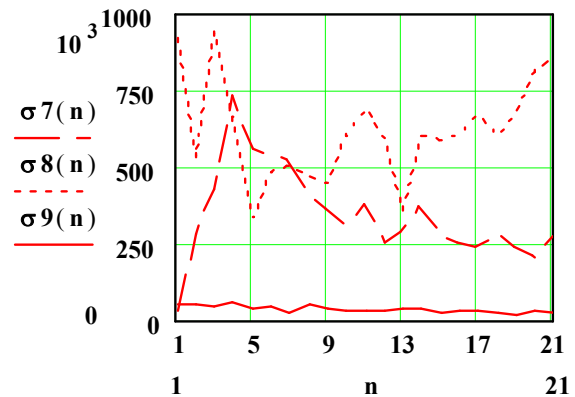


Рис. 5. Значення СКВ помилки оцінки дальності до цілі  $\sigma_i^*(n)$ , яка згладжена в залежності від кількості спостережень  $n$

Вплив інструментальних помилок огляду простору  $\sigma_{v_{max}}$  приведе до збільшення флуктуацій значень до  $\sim 630$  м, крива II  $\sigma_8(n)$ , крапки (рис. 5).

Коли  $\sigma_{r_{min}}$  флуктуації  $\sigma^*(n)$  не більше  $\sim 57$  м, крива III  $\sigma_9(n)$ , безперервна. Останнє вка-

зує на суттєву перевагу побудови траєкторії цілі при злагоженні координати дальності, якщо РЛС має  $\sigma_{r\min}$ .

Покращення  $\sigma_r$  у 10 разів зменшує рівень флуктуацій  $\overline{\sigma_7(n)/\sigma_9(n)} \approx 11$  разів та практично не залежить від величини  $n$ . За рахунок рівномірного закону розподілу зчитування дальності до цілі отримали

$$\frac{\overline{\sigma_7(2)/\sigma_7(20)}}{\overline{\sigma_9(2)/\sigma_9(20)}} \approx 1,3 \text{ рази,}$$

що приблизно співпадає з попередньо отриманими величинами.

Порівняння СКВ шуканої оцінки дальності  $\sigma(n)$  з СКВ оцінки дальності  $\sigma^*(n)$ , яка злагожена дорівнює  $\overline{\sigma(n)/\sigma^*(n)} \approx 1$ .

Заради визначення оцінок екстрапольованої на один період огляду координати дальності до цілі у вираз (11) необхідно використовувати  $t_{n+1} = nT_0$ . Тоді вирішення (11) надає [3]:

$$u_{n+1}^* = \sum_{i=1}^n \frac{6i-2n-2}{n(n-1)} u_i = \sum_{i=1}^n \eta_{u_{n+1}}(i) u_i, \quad (13)$$

де  $\eta_{u_{n+1}}(i)$  – вагова функція екстрапольованої на один огляд антени РЛС координати дальності.

Математичне моделювання значень  $u_{n+1}^*$  вказує на їх зміну, загальний вид їх відповідає рисунку 1. Також визначалась істина помилка, МОЧ, дисперсія та СКВ помилки екстрапольованої дальності до цілі  $\sigma_{n+1}^*(n)$  при різних значеннях  $\sigma_r, \sigma_v$ .

Результати розрахунку  $\sigma_{n+1}^*(n)$  представлені на рис. 6.

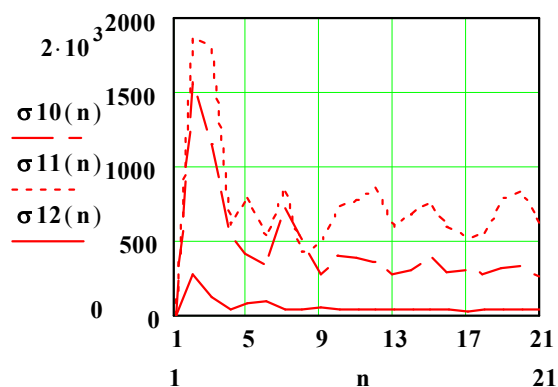


Рис. 6. Значення СКВ помилки оцінки дальності до цілі  $\sigma_{i+1}^*(n)$ , яка екстрапольована на один огляд антени РЛС в залежності від кількості  $n$

Крива I  $\sigma_{10}(n)$  (рис. 6) відмічена тире та має флуктуації не більше  $\sim 1,2$  км, за умови  $n = 2 \dots 5$ ,

$\sigma_{r\max}$  і  $\sigma_{v\min}$ . Вказані флуктуації збільшуються  $\sim 1,3$  км, якщо  $\sigma_{v\max}$ , крива II  $\sigma_{11}(n)$ , крапки.

Суттєве зменшення флуктуації  $\sigma_{12}(n)$  до  $\sim 240$  м показана безперервною кривою III, за умови  $n = 2 \dots 5$ ,  $\sigma_{r\min}$  та  $\sigma_{v\min}$ . Співвідношення  $\overline{\sigma_{10}(n)/\sigma_{12}(n)} \approx 10$  разів, свідчать про перспективність РЛС у якій є  $\sigma_{r\min}$ .

Відзначимо, що зростанням  $n$  не змінює значення СКВ екстрапольованої на один оберт антени, так

$$\frac{\overline{\sigma_{10}(2)/\sigma_{10}(20)}}{\overline{\sigma_{12}(2)/\sigma_{12}(20)}} \approx 1,$$

хоча  $\overline{\sigma_{10}(2)/\sigma_{12}(2)} \approx 0,5$  рази, а при  $n = 20$  приведені співвідношення  $\sim 1$ .

Причому  $\overline{\sigma_7(2)/\sigma_{10}(2)} \approx 0,7$  рази, якщо  $n = 20$  вказане осереднене співвідношення  $\sim 0,6$  рази, що свідчить про негативне накопичення СКВ помилок екстрапольованої координати місцезнаходження цілі.

Радіус розвороту цілі при маневруванні  $r_M$  визначається боковими переваженнями  $n_\delta$  та розраховується за формулою [6]:

$$r_M = V^2 / (g n_\delta), \quad (14)$$

де  $g$  – нормальне прискорення.

Швидкість цілі  $V$  слід очікувати від 170 м/с до 250 м/с та коли  $n_\delta$  дорівнює 2,  $r_M$  з (14) змінюється у межах від  $\sim 1,4$  км до  $\sim 3,1$  км.

## Висновки

Таким чином, здобуті шукані оцінки дальності до цілі  $u(n)$  порівнянні з значеннями  $r_M$ . Якщо РЛС реалізує  $\sigma_{r\max}$  і  $\sigma_{v\min}$ , то це не задовольняє вимогам до побудови якісної траєкторії цілі. Впровадження у РЛС  $\sigma_{r\min}$  зменшує флуктуації  $u(n)$  до  $1,3 \cdot 10^2$  м та її МОЧ до  $\sim \pm 50$  м. Усереднені співвідношення СКВ помилок оцінок дальності  $\overline{\sigma_{\sigma_{r\max}}(2)/\sigma_{\sigma_{r\min}}(2)}$  при  $\sigma_{r\max}$  і  $\sigma_{r\min}$  дорівнюють  $\sim 12$  разів. При цьому, якщо є у системі  $\sigma_{r\min}$ , то  $\overline{\sigma(3)} \leq 40$  м. З врахуванням щільності імовірності для нормального розподілення СКВ помилок оцінок дальності отримано  $\overline{\sigma_{\sigma_{r\min}}} \ll r_M$ , що задовольняє вимогам до безпечної траєкторії руху цілі.

Величини шуканих оцінок швидкості цілі  $v(n)$ , її істинної помилки, МОЧ, дисперсії та СКВ

підтверджують необхідність реалізації у РЛС  $\sigma_{r \min}$  та  $\sigma_{v \min}$ .

Так зменшення  $\sigma_r$  з  $2 \cdot 10^3$  м до  $2 \cdot 10^2$  м знизить СКВ  $\sigma_v(n)$  з  $\sim 150$  м/с до  $\sim 23$  м/с.

Злагоджена координата дальності на момент  $n$  – спостереження  $u_n^*(n)$  має значні флуктуації. Її СКВ  $u_n^*(n)$  знаходяться у межах від  $\sim 510$  м до  $\sim 630$  м, при  $\sigma_{r \max}$ .

З поліпшенням СКВ, наприклад, до  $\sigma_{r \min}$   $\sigma_n^*(n) \leq 24$  м, причому  $\overline{\sigma(n)/\sigma_n^*(n)} \approx 1$  і практично не залежать від значень  $\sigma_r, \sigma_v$ . Отримано  $\sigma_n^*(n) \approx r_m$ , що є критичною величиною заради безпечного руху повітряних цілей.

Флуктуації екстрапольованої на один оберт антени РЛС координати дальності  $u_{n+1}^*(n)$  більші ніж у  $u_n^*(n)$ . СКВ  $\sigma_{n+1}^*(n) \sim 1,3$  км, при  $\sigma_{r \max}$ , тобто  $\sigma_{n+1}^*(n) \geq r_m$ . Навіть поліпшення СКВ до  $\sigma_{r \min}$  надає  $\sigma_{n+1}^*(n) \approx 240$  м.

Треба відзначити, що співвідношення

$$\overline{\sigma(n)/\sigma_{n+1}^*(n)} \approx 0,7$$

та

$$\overline{\sigma^*(n)/\sigma_{n+1}^*(n)} \approx 0,6 \text{ разів.}$$

Тому спостерігаємо негативне накопичення СКВ помилок місцезнаходження повітряної цілі.

Існуюча (перспективна) РЛС повинна мати  $\sigma_r \leq 2 \cdot 10^2$  м та  $\sigma_v \leq 10^{-2}$ , тоді значення СКВ шуканої оцінки дальності  $\sim 40$  м, СКВ злагодженої координати  $\sim 57$  м та екстрапольованої на один оберт антени РЛС  $\sim 240$  м.

Приведені величини СКВ відповідають вимогам безпечного повітряного руху цілей.

## Список літератури

1. *Справочник по автоматическому управлению* / Под. ред. А.А. Красовского. – М.: Наука, 1987.
2. Сэйдж Э. *Оптимальное управление системами* / Э. Сэйдж, Ч. Уайт – М.: Радио и связь, 1982.
3. *Автоматизированные системы управления войск ПВО Сухопутных войск. Ч. 1. Основы построения автоматизированных систем управления* / В.П. Честаховский, В.А. Джанасян, В.П. Сорокин, В.В. Азаренко; Под. ред. В.П. Честаховского. – К.: ВА ПВО СВ, 1977. – 396 с.
4. *Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория. Справочник. Изд. 2-е, перераб. и доп.* / Под. ред. Я. Д. Ширмана. – М., Радиотехника, 2007. – 512 с.
5. *Бронштейн И.Н. Справочник по математике* / И.Н. Бронштейн, К.А. Семиряев. – М.: Наука, 1981. – 720 с.
6. *Основы стрельбы и управления огнем войсковых зенитных ракетных комплексов. Часть 1.* / В.З. Казачинский, А.А. Каптецкий, Л.Г. Нестеренко, Г.В. Семенов, Н.Д. Солодовников. – К.: КВАИУ, 1971. – 468 с.

Надійшла до редколегії 15.01.2014

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Є.Л. Казаков, Харківський університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба, Харків.

## РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПО МЕТОДУ МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ КООРДИНАТ ЦЕЛИ

А.В. Коломийцев, В.Е. Кудряшев, И.В. Мельников, Ю.А. Клеванный

На основе метода максимального правдоподобия получены и проанализированы значения оценок дальности, и скорости цели с учетом времени между наблюдениями. Даются результаты математического моделирования искомым оценок дальности и скорости цели, сглаженной дальности на момент  $n$ -го наблюдения и экстраполированной дальности до цели на один обзор антенной РЛС. Анализ указанных числовых значений позволяет сформулировать требования к величине СКО ошибки измерения дальности до цели и инструментальной ошибки обзора пространства антенной РЛС. Приведены оценки дальности, их средние значения, дисперсии и СКО, при которых реализуется построение траектории цели, которая соответствует безопасности ее движения. Представлены полученные аналитические выражения, значения и графики.

**Ключевые слова:** оценка дальности и скорости цели, среднее значение, дисперсия и СКО ошибки местоположения цели.

## CHANNEL OF AUTOMATIC ACCOMPANIMENT OF AIRCRAFT TO DIRECTION WITH THE USE OF MFTMM AND LASER SIGNALS WITH SPATIAL MODULATION OF POLARIZATION

O.V. Kolomitsev, V.E. Kudrjachow, I.V. Melnikow, J.O. Klevannyi

On the basis of maximum likelihood method the values of estimations of distance, and speeds of aim, are got and analysed taking into account time between supervisions. The results of mathematical design of the sought after estimations of distance and speed of the aim smoothed out to distance in the moment of  $n$ -th supervision and extrapolated distance to the aim on one review by aerial RLS are given. The analysis of the indicated numerical values allows to form requirements to the size of MQE of error of measuring of distance to the aim and instrumental error of space review by aerial RLS. Estimations over of distance, their mean values, dispersions and MQE, are brought, at that the construction of trajectory of aim that corresponds to safety of her motion will be realized. The got analytical expressions, values and charts, are presented.

**Keywords:** estimation of distance and speed of aim, mean value, dispersion and MQE of error of site of aim.