

УДК 681.78

Л.Ф. Купченко, А.С. Рыбьяк

Харьковский университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков

КРИТЕРИЙ СОГЛАСОВАННОСТИ ОПТИМАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМАХ С ДИНАМИЧЕСКОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИЕЙ

Разработан критерий согласованности оптимальной обработки сигналов в оптико-электронных системах с динамической спектральной фильтрацией. В качестве меры согласованности оптимальной обработки сигналов предложено использовать нормированную дивергенцию Кульбака-Лейблера, представляющую собой отношение дивергенций на выходе и входе динамического спектрального фильтра. Проведен анализ свойств нормированной дивергенции Кульбака-Лейблера.

Ключевые слова: оптико-электронные системы, динамическая спектральная фильтрация, критерий согласованности оптимальной обработки сигналов

Введение

Автоматизация процессов обнаружения излучения объектов в оптико-электронных системах в настоящее время является актуальной задачей. Особенно важной становится эта задача при разработке и проектировании оптико-электронных систем наблюдения, устанавливаемых на аэрокосмические платформы.

Использование спектральных признаков объектов наблюдения, т.е. информации о спектральном составе их излучения, позволяет построить автоматический обнаружитель [1]. Оптико-электронные системы, использующие спектральные признаки, называются видеоспектрометрами. Обычно в таких системах оптическое излучение после разложения на спектральные составляющие преобразуется с помощью приемников излучения в электрические сигналы, а затем подвергается обработке в соответствии с алгоритмом оптимального обнаружения. Известно, что объем информации, которая формируется оптоэлектронной системой, определяется числом ее пространственных и спектральных элементов разрешения. Следовательно, для видеоспектрометров является характерным получение чрезвычайно большого объема информации, который подлежит дальнейшей последетекторной обработке.

Использование додетекторной обработки оптических сигналов в оптико-электронных системах позволяет решить данную проблему в условиях массогабаритных и временных ограничений. В этом случае происходит разложение в спектр оптического излучения с переменными коэффициентами пропускания. Такая обработка получила название динамической спектральной фильтрации [2, 3].

В работе [3] синтезирован оптимальный обнаружитель оптических сигналов, который включает в свой состав динамический спектральный фильтр и пороговое устройство. Динамический спектральный фильтр обеспечивает оценку степени корреляции между входным оптическим излучением и опорными

сигналами объекта и фона. Оптимальный обнаружитель синтезирован в предположении того, что имеются априорные сведения о статистических характеристиках сигналов объекта и фона, а корреляционные матрицы объекта и фона равны между собой.

Однако на практике всегда существует несоответствие между входными и опорными сигналами, а предположение о равенстве корреляционных матриц является не всегда оправданным. Известно, что эффективность оптимальных устройств, реализующих алгоритмы для идеальной модели, зависит от величины отклонений от модели. [1]. Поэтому задача, состоящая в разработке математического аппарата оценки влияния отклонений от принятых предположений на качество оптимального обнаружителя оптических сигналов, является актуальной.

Следовательно, целью настоящей статьи является разработка критерия согласованности оптимальной обработки оптических сигналов в оптико-электронных системах с динамической спектральной фильтрацией, позволяющего оценивать влияние различия между входными и опорными сигналами на качество обнаружителя оптических сигналов.

Основной раздел

Критерий согласованности оптимальной обработки оптических сигналов

Обычно для оценивания качества разработанного обнаружителя используется вероятность ошибки. Однако вычисление вероятности ошибки в большинстве случаев является трудоемким процессом и требует знание априорных вероятностей появления или отсутствия сигнала объекта, информация о которых при решении задачи обнаружения отсутствует.

Поэтому в настоящей работе для оценки согласованности оптимальной обработки сигналов в оптико-электронных системах с динамической спектральной фильтрацией предложено использовать их информационные характеристики. Поскольку информа-

ция о разделимости сигналов объекта и фона содержится в логарифме от отношения правдоподобия

$$\ln \ell(\bar{X}) = \ln p_o(\bar{X}) - \ln p_\phi(\bar{X}) \quad (1)$$

где $p_o(\bar{X})$, $p_\phi(\bar{X})$ – плотности вероятности принятой реализации при наличии сигнала объекта, а также сигнала фона соответственно. Тогда ее количество может быть определено через дивергенцию Кульбака-Лейблера, которая представляет собой взаимную меру разделимости (несходства) двух вероятностных распределений сигналов объекта и фона.

В теории распознавания образов [4, 5] дивергенция используется для ранжировки признаков и оценки эффективности разделения классов.

В общем случае дивергенция Кульбака-Лейблера представляет собой разность условных математических ожиданий логарифмов отношений правдоподобия $M_o(\ln \ell(\bar{X})) - M_\phi(\ln \ell(\bar{X}))$ при наличии в принятой реализации сигналов объекта и фона соответственно [4, 5]:

$$D = \int_{\mathcal{X}} [p_o(\bar{X}) - p_\phi(\bar{X})] \ln \left(\frac{p_o(\bar{X})}{p_\phi(\bar{X})} \right) d\bar{X}. \quad (2)$$

Очевидно, что для оценивания согласованности оптимальной обработки вычисления дивергенции на выходе обнаружителя не достаточно. Поэтому предлагается вычислять отношение дивергенций на выходе $D_{\text{вых}}$ и входе $D_{\text{вх}}$ оптимального устройства. В этом случае, если значения дивергенций равны $D_{\text{вх}} = D_{\text{вых}}$, то на выходе и входе устройства обработки сохраняется равенство информационных мер, определяющих различие вероятностных распределений принятых реализаций при наличии сигналов объекта и фона соответственно, и, следовательно, имеется согласованность между входными и опорными сигналами.

Отношение дивергенции на выходе устройства обработки к дивергенции на его входе

$$R = D_{\text{вых}} / D_{\text{вх}} \quad (3)$$

назовем нормированной дивергенцией Кульбака-Лейблера.

Таким образом, критерием согласованности оптимальной обработки сигналов в оптико-электронных системах с динамической спектральной фильтрацией будем считать признак, состоящий в равенстве единице нормированной дивергенции Кульбака-Лейблера $R = 1$.

Нормированная дивергенция Кульбака-Лейблера

Получим выражение для нормированной дивергенции Кульбака-Лейблера при нормальных распре-

делениях сигналов на входе оптико-электронной системы с динамической спектральной фильтрацией.

В рамках решаемой задачи динамическую спектральную фильтрацию представим как последовательность двух операций: разложение оптического излучения в спектр и весовая обработка принятого излучения.

На первом этапе формируется k -мерный вектор входного сигнала $\bar{X} = \|x_i\|$, который на втором этапе подвергается весовой обработке

$$Y = \bar{F}_h^T \bar{X},$$

с коэффициентами f_i , являющимися составляющими вектора фильтра $\bar{F}_h = \|f_i\|$.

Пусть принимаемые k -мерные реализации при условиях наличия сигналов объекта и фона подчинены нормальному закону с соответствующими плотностями

$$p_{\text{овх}}(\bar{X}) = N(\bar{\mu}_{\text{овх}}, \Gamma_{\text{овх}});$$

$$p_{\text{фвх}}(\bar{X}) = N(\bar{\mu}_{\text{фвх}}, \Gamma_{\text{фвх}}),$$

где $\bar{\mu}_{\text{овх}}$ и $\bar{\mu}_{\text{фвх}}$ – математические ожидания сигналов объекта и фона; $\Gamma_{\text{овх}}$ и $\Gamma_{\text{фвх}}$ – корреляционные матрицы сигналов объекта и фона. Тогда, воспользовавшись (2), получим выражение для дивергенции Кульбака-Лейблера на входе динамического спектрального фильтра

$$D_{\text{вх}} = \frac{1}{2} \left[\bar{\xi}_{\text{вх}}^T (\Gamma_{\text{овх}}^{-1} + \Gamma_{\text{фвх}}^{-1}) \bar{\xi}_{\text{вх}} + \text{tr}(\Gamma_{\text{овх}} \Gamma_{\text{фвх}}^{-1} + \Gamma_{\text{фвх}} \Gamma_{\text{овх}}^{-1} - 2I) \right], \quad (4)$$

где $\bar{\xi}_{\text{вх}} = \bar{\mu}_{\text{овх}} - \bar{\mu}_{\text{фвх}}$ – вектор разности математических ожиданий сигналов объекта и фона на входе фильтра; I – единичная матрица; $\text{tr}(\bullet)$ – след матрицы.

Поскольку динамическая спектральная фильтрация является линейным преобразованием входного сигнала, то сигналы на выходе фильтра при наличии излучения объекта и фона на его входе будут распределены по нормальному закону:

$$p_{\text{овых}}(Y) = N(m_o, \sigma_o);$$

$$p_{\text{фвых}}(Y) = N(m_\phi, \sigma_\phi).$$

В результате получим следующее выражение для дивергенции на выходе фильтра:

$$D_{\text{вых}} = \frac{1}{2\sigma_o^2\sigma_\phi^2} \left[(\sigma_o^2 + \sigma_\phi^2) \zeta^2 + (\sigma_o^2 - \sigma_\phi^2)^2 \right], \quad (5)$$

где $\zeta = \bar{F}_h^T \bar{\xi}_{\text{вх}}$ – разность математических ожиданий сигналов объекта и фона на выходе фильтра;

$\sigma_o^2 = \bar{F}_n^T \Gamma_o \bar{F}_n$ и $\sigma_\phi^2 = \bar{F}_n^T \Gamma_\phi \bar{F}_n$ – дисперсия объекта и фона на выходе фильтра соответственно.

Покажем, что если априорные вероятностные характеристики опорных сигналов объекта и фона полностью соответствуют характеристикам случайных сигналов на входе фильтра, то нормированная дивергенция Кульбака-Лейбнера равна единице.

Предположим, что корреляционные матрицы входных сигналов объекта и фона равны

$$\Gamma_{\text{обх}} = \Gamma_{\text{фвх}} = \Gamma_{\text{вх}} .$$

Тогда выражение для дивергенции на входе фильтра (4) существенно упрощается

$$D_{\text{вх}} = \bar{\xi}_{\text{вх}}^T \Gamma_{\text{вх}}^{-1} \bar{\xi}_{\text{вх}} = q^2 , \quad (6)$$

где q^2 есть не что иное, как отношение сигнал-помеха [3]. Дивергенция на выходе фильтра (5) при тех же условиях представляет собой отношение сигнал-помеха в скалярной форме

$$D_{\text{вых}} = \frac{\zeta^2}{\sigma^2} , \quad (7)$$

где $\sigma^2 = \bar{F}_n^T \Gamma_{\text{вх}} \bar{F}_n$ – дисперсия на выходе фильтра.

Выражение для аппаратной функции фильтра (вектор фильтра \bar{F}_n), полученное в работе [3] из отношения правдоподобия (1) при равенстве корреляционных матриц объекта и фона, имеет следующий вид:

$$\bar{F}_n = r \Gamma_{\text{оп}}^{-1} \bar{\xi}_{\text{оп}} , \quad (8)$$

где $\bar{\xi}_{\text{оп}} = \bar{\mu}_{\text{оп}} - \bar{\mu}_{\text{фоп}}$ – разностный вектор математических ожиданий опорных сигналов объекта и фона; $\Gamma_{\text{оп}} = \Gamma_{\text{ооп}} = \Gamma_{\text{фоп}}$ – корреляционная матрица опорных сигналов; r – нормирующий множитель.

Подставляя в (3) соотношения (6), (7) и учитывая (8), получим аналитическое выражение для нормированной дивергенции Кульбака-Лейблера при равенстве корреляционных матриц

$$R = \frac{\zeta^2}{\sigma^2 \cdot q^2} = \frac{(\bar{\xi}_{\text{оп}}^T \Gamma_{\text{оп}}^{-1} \bar{\xi}_{\text{вх}})^2}{\bar{\xi}_{\text{оп}}^T \Gamma_{\text{оп}}^{-1} \bar{\xi}_{\text{оп}} \cdot \bar{\xi}_{\text{вх}}^T \Gamma_{\text{вх}}^{-1} \bar{\xi}_{\text{вх}}} . \quad (9)$$

Очевидно, что при равенстве $\bar{\xi}_{\text{вх}} = \bar{\xi}_{\text{оп}}$ и $\Gamma_{\text{оп}} = \Gamma_{\text{вх}}$ нормированная дивергенция равна единице $R = 1$.

Свойства нормированной дивергенции Кульбака-Лейблера

Свойство 1. Нормированная дивергенция Кульбака-Лейблера принимает значения из множества $[0, 1]$, т.е.

$$\forall \bar{\xi}_{\text{вх}}, \bar{\xi}_{\text{оп}}, \Gamma_{\text{обх}}, \Gamma_{\text{фвх}}, \Gamma_{\text{ооп}}, \Gamma_{\text{фоп}} \quad R \in [0, 1] .$$

Свойство 2. При равенстве разностных векторов математических ожиданий опорных и входных сигналов объекта и фона $\bar{\xi}_{\text{оп}} = \bar{\xi}_{\text{вх}}$, а так же при равенстве корреляционных матриц $\Gamma_{\text{оп}} = \Gamma_{\text{вх}}$ (где $\Gamma_{\text{вх}} = \Gamma_{\text{обх}} = \Gamma_{\text{фвх}}$; $\Gamma_{\text{оп}} = \Gamma_{\text{ооп}} = \Gamma_{\text{фоп}}$) нормированная дивергенция Кульбака-Лейблера равна единице $R = 1$.

Свойство 3. При равенстве корреляционных матриц $\Gamma_{\text{оп}} = \Gamma_{\text{вх}} = \Gamma$ нормированная дивергенция Кульбака-Лейблера не зависит от различия в размерах разностных векторов математических ожиданий входных $\bar{\xi}_{\text{вх}}$ и опорных $\bar{\xi}_{\text{оп}}$ сигналов, т.е., если $\bar{\xi}_{\text{вх}} = \varepsilon \bar{\xi}_{\text{оп}}$ (где ε – коэффициент, характеризующий отличие между разностями математических ожиданий векторов входных и опорных сигналов), то

$$R = \frac{(\bar{\xi}_{\text{оп}}^T \Gamma^{-1} \varepsilon \bar{\xi}_{\text{оп}})^2}{\bar{\xi}_{\text{оп}}^T \Gamma^{-1} \bar{\xi}_{\text{оп}} \cdot \varepsilon^2 \bar{\xi}_{\text{оп}}^T \Gamma^{-1} \bar{\xi}_{\text{оп}}} = 1 . \quad (10)$$

Следовательно, нормированная дивергенция Кульбака-Лейблера инвариантна к амплитудным характеристикам входного сигнала.

Следствием данного свойства является то, что при равенстве входных и опорных корреляционных матриц $\Gamma_{\text{оп}} = \Gamma_{\text{вх}} = \Gamma$ нормированная дивергенция Кульбака-Лейблера не зависит от амплитудных характеристик как входных, так и опорных сигналов. Представим разностные вектора в виде произведения нормы на орт:

$$\begin{aligned} \bar{\xi}_{\text{вх}} &= \|\bar{\xi}_{\text{вх}}\| \cdot \bar{\xi}_{\text{вх}}^o ; \\ \bar{\xi}_{\text{оп}} &= \|\bar{\xi}_{\text{оп}}\| \cdot \bar{\xi}_{\text{оп}}^o . \end{aligned}$$

Тогда выражение (10) примет следующий вид

$$R = \frac{(\bar{\xi}_{\text{оп}}^o T \Gamma^{-1} \bar{\xi}_{\text{вх}}^o)^2}{\bar{\xi}_{\text{оп}}^o T \Gamma^{-1} \bar{\xi}_{\text{оп}}^o \cdot \bar{\xi}_{\text{вх}}^o T \Gamma^{-1} \bar{\xi}_{\text{вх}}^o} .$$

Таким образом, при равенстве корреляционных матриц $\Gamma_{\text{оп}} = \Gamma_{\text{вх}}$ нормированная дивергенция Кульбака-Лейблера инвариантна к амплитудным характеристикам как опорного, так и входного сигналов, и зависит только от направления их ортов.

Свойство 4. При равенстве разностных векторов математических ожиданий $\bar{\xi}_{\text{оп}} = \bar{\xi}_{\text{вх}} = \bar{\xi}$ нормированная дивергенция Кульбака-Лейблера не зависит от величины различия корреляционных матриц ε , т.е. если корреляционные матрицы опорных и входных сигналов отличаются на постоянную величину $\Gamma_{\text{вх}} = \varepsilon^2 \Gamma_{\text{оп}}$ (в двумерном спектральном пространстве это соответствует

различию в радиусах эллипсоидов рассеяния $\Gamma_{\text{вх}} = \varepsilon \Gamma_{\text{оп}}$), то

$$R = \frac{(\bar{\xi}^T \Gamma_{\text{оп}}^{-1} \bar{\xi})^2}{\bar{\xi}^T \Gamma_{\text{оп}}^{-1} \varepsilon^2 \Gamma_{\text{оп}} \Gamma_{\text{оп}}^{-1} \bar{\xi}} \cdot \frac{1}{\bar{\xi}^T \frac{1}{\varepsilon^2} \Gamma_{\text{оп}}^{-1} \bar{\xi}} = 1.$$

Свойство 5. Нормированная дивергенция Кульбака-Лейблера не равна единице в следующих случаях:

- различно пространственное положение векторов, характеризующих разности математических ожиданий входных и опорных сигналов $\bar{\xi}_{\text{вх}}^0 \neq \bar{\xi}_{\text{оп}}^0$;
- различны входная и опорная корреляционные матрицы $\Gamma_{\text{оп}} \neq \Gamma_{\text{вх}}$;
- различны корреляционные матрицы объекта и фона $\Gamma_o \neq \Gamma_\phi$;
- во всех случаях, когда проявляются сочетания перечисленных условий.

Свойство 6. Нормированная дивергенция Кульбака-Лейблера сигналов обладает свойством симметрии, т.е. если поменять местами условные плотности вероятностей объекта и фона, то отношение дивергенции Кульбака-Лейблера на выходе фильтра к значению дивергенции на его входе не изменится, т.е.

$$R_{\text{оф}} = R_{\text{фо}}.$$

Данное свойство является следствием свойства симметрии дивергенции Кульбака-Лейблера.

Выводы

В качестве оценки согласованности оптимальной обработки оптического излучения в оптико-электронных системах, работающих на основе динамической спектральной фильтрации, предложено использовать нормированную дивергенцию Кульбака-Лейблера.

Показано, что критерием согласованности оптимальной обработки сигналов следует считать признак, состоящий в равенстве единице нормированной дивергенции Кульбака-Лейблера, что представляет собой отношение информационных мер на выходе и входе динамического спектрального фильтра.

Проведен анализ свойств нормированной дивергенции при нормальных распределениях сигналов на входе оптико-электронной системы с динамической спектральной фильтрацией.

Список литературы

1. Manolakis D. *Hyperspectral image processing for automatic target detection applications* / D. Manolakis, D. Marden, G.A. Shaw // *Lincoln Laboratory Journal*. – 2003. – V. 14, n. 1, – P. 79-113.
2. Купченко Л.Ф. *Динамическая спектральная фильтрация оптического излучения в оптико-электронных системах* / Л.Ф. Купченко, А.С. Рыбьяк // *Электромагнитные волны и электронные системы. – Международный науч.-техн. журнал* – М.: Радиотехника, 2011. – Т. 16, Вып. 4. – С. 32-43.
3. *Обнаружение объектов по спектральным признакам в оптико-электронных системах с использованием принципов динамической фильтрации* / Л.Ф. Купченко, А.С. Рыбьяк, В.В. Проклов, С.Н. Антонов // *Прикладная радиоэлектроника*. – 2011. – Т. 10, № 1. – С. 22-26.
4. Фукунага К. *Введение в статистическую теорию распознавания образов: пер. с англ.* / К. Фукунага. – М.: Наука, 1979. – 367 с.
5. Ту Дж. *Принципы распознавания образов: пер. с англ.* / Дж. Ту. – М.: Мир, 1978. – 411 с.

Поступила в редколлегию 16.02.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.Г. Корниенко, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

КРИТЕРІЙ УЗГОДЖЕНОСТІ ОПТИМАЛЬНОГО ОБРОБЛЕННЯ СИГНАЛІВ В ОПТИКО-ЕЛЕКТРОННИХ СИСТЕМАХ З ДИНАМІЧНОЮ СПЕКТРАЛЬНОЮ ФІЛЬТРАЦІЄЮ

Л.Ф. Купченко, А.С. Риб'як

Розроблений критерій узгодженості оптимального оброблення сигналів в оптико-електронних системах з динамічною спектральною фільтрацією. В якості міри узгодженості оптимального оброблення сигналів запропоновано використовувати нормовану дивергенцію Кульбака-Лейблера, яка представляє собою відношення дивергенцій на виході і вході динамічного спектрального фільтру. Проведений аналіз властивостей нормованої дивергенції Кульбака-Лейблера.

Ключові слова: оптико-електронні системи, динамічна спектральна фільтрація, критерій узгодженості оптимальної обробки сигналів.

THE MATCHING CRITERION OF OPTIMAL SIGNAL PROCESSING IN ELECTRO-OPTICAL SYSTEMS WITH DYNAMIC SPECTRAL FILTRATION

L.F. Kupchenko, A.S. Rubiak

The article develops the matching criterion of optimal signals processing in electro-optical systems with dynamic spectral filtration. The Kullback-Leibler normalized divergence that is the ratio of divergences in output and input of dynamic spectral filter is used as a matching measure of optimal signal processing. It analyses the Kullback-Leibler normalized divergence properties.

Keywords: Electro-optical systems, dynamical spectral filtration, matching criterion of optimal signals processing