

УДК 629.017

М.А. Подригало<sup>1</sup>, А.И. Никорчук<sup>2</sup><sup>1</sup> Харківський національний автомобільний університет, Харків<sup>2</sup> Національна академія Національної гвардії України, Харків

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАСАТЕЛЬНЫХ РЕАКЦИЙ НА КОЛЕСАХ ВЕДУЩЕЙ ОСИ АВТОМОБИЛЯ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ПОВОРОТА ДИНАМИЧЕСКИМ И КОМБИНИРОВАННЫМ СПОСОБАМИ

В статье определены касательные реакции на ведущих колесах автомобиля и поворачивающий момент при динамическом и комбинированном способах управления поворотом. Рассмотрены три варианта управления поворотом динамическим и комбинированным способами.

**Ключевые слова:** касательные реакции, ведущие колеса, поворачивающий момент, динамический и комбинированный способы управления поворотом.

### Введение

При выполнении поворота динамическим и комбинированным способами ведущие колеса двигаются в режиме, получившим название вынужденного режима движения. Известные исследования, посвященные динамическому и комбинированному способам поворота, указанный режим движения не учитывают.

В настоящей статье определены касательные реакции на ведущих колесах автомобиля и поворачивающий момент при динамическом и комбинированном способах управления поворотом. Рассмотрены три варианта управления поворотом динамическим и комбинированным способами.

**Анализ последних достижений и публикаций.** Динамический способ поворота является одним из вариантов обеспечения высокой маневренности колесных машин [1, 2]. Одна из первых работ, посвященных динамическому повороту колесных машин, является исследование В.А. Петрушова [3]. В этой работе впервые определен предельный по сцеплению поворачивающий момент

$$M_{\text{ПОВ}} = \frac{G}{2} \cdot \varphi \cdot B \cdot \cos \beta, \quad (1)$$

где  $G$  – вес машины;

$\varphi$  – коэффициент сцепления колес с опорной поверхностью;

$\beta$  – угол между суммарной и тангенциальной (касательной) реакциями на колесо в плоскости дороги.

Автором работы [3] определено, что при переходе от кинематического способа поворота (за счет поворота направляющих колес) к динамическому способу (при затормаживании внутреннего колеса) радиус поворота английского колесного трактора «Фордзон-Мейджер» уменьшился от 5,1 м до 3,2 м, т.е на 37%.

Наименьшее сопротивление повороту колесных машин обеспечивается при использовании ком-

бинированного способа управления [2 – 6], т.е. способа сочетающего в себе кинематический и динамический способы осуществления поворота.

Однако в известных исследованиях [2, 4 – 6] при определении касательных реакций на колесах ведущего моста при выполнении поворота динамическим и комбинированным способом колеса считались динамически независимыми. Однако при различных динамических состояниях левого и правого колес ведущего моста, возникающих при динамическом способе поворота колесной машины, происходит перераспределение горизонтальной нагрузки между указанными колесами.

В работах [7, 8] исследовано движение (рис. 1) жесткого колеса автомобиля при одновременном действии крутящего момента и толкающей силы. Для указанного режима качения колеса, названного вынужденным режимом, в работах [7, 8] определено аналитическое выражение для расчета касательной реакции дороги

$$R_x = \frac{M_k - P_k \frac{i_k^2}{r_d^2} - fR_z}{1 + i_k^2 / r_d^2}, \quad (2)$$

где  $M_k$ ;  $P_k$  – крутящий момент и толкающая сила, приложенные к колесу;

$r_d$  – динамический радиус колеса;

$i_k$  – радиус инерции колеса;

$R_z$  – нормальная реакция дороги на колесо;

$f$  – коэффициент сопротивления качению;

Анализ выражения (2) показывает, что при действии крутящего момента  $M_k$  и толкающей силы  $P_k$  в направлении движения колеса, составляющие касательной реакции дороги  $R_x$  от этих факторов будут иметь противоположные направления. Это означает, что направление реакции  $R_x$  зависит от соотношения величины  $M_k$  и  $P_k$ . Величина  $R_x > 0$  при выполнении условия (2).

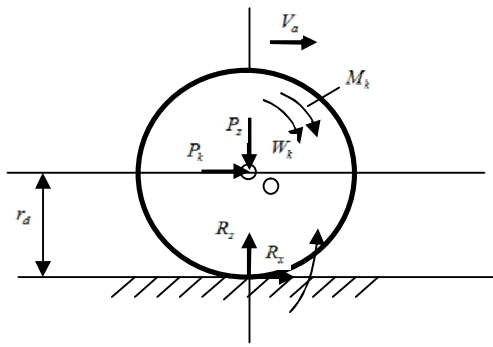


Рис. 1. Схема нагружения одиночного колеса крутящим моментом  $M_k$  и толкающей силой  $P_k$  [7, 8]

$$M_k > P_k \frac{i_k^2}{Z_d} + fR_z r_d \quad (3)$$

и имеет отрицательное направление в случае

$$M_k < P_k \frac{i_k^2}{Z_d} + fR_z r_d, \quad (4)$$

при 
$$M_k = P_k \frac{i_k^2}{Z_d} + fR_z r_d. \quad (5)$$

колесо находится в свободном режиме качения [9].

Таким образом, представляет интерес определения касательных реакций дороги на внутреннем и наружном колесах ведущего моста автомобиля, находящихся в вынужденном режиме движения при выполнении поворота динамическим или комбинированным способом.

**Цель и постановка задач исследования.** Целью исследования является повышение маневренности автомобилей при выполнении поворота динамическим и комбинированным способом путем более точного определения касательных реакций дороги на ведущих колесах.

Поворачивающий момент на ведущем мосту автомобиля может создаваться следующими тремя способами:

- затормаживанием внутреннего колеса;
- отключением от двигателя и затормаживанием внутреннего колеса;
- вращением внутреннего и наружного колеса в разные стороны за счет подведения к ним противоположно направленных крутящих моментов.

Для достижения поставленной цели необходимо определить касательные реакции дороги на внутреннем и наружном колесах ведущего моста для каждого из трех указанных вариантов. Это позволит также уточнить величину поворачивающего момента  $M_{пов.}$

### Основной раздел

#### При затормаживании внутреннего колеса

На рис. 2 представлена схема сил, действующих на колеса ведущего моста автомобиля при осуществлении динамического способа поворота.

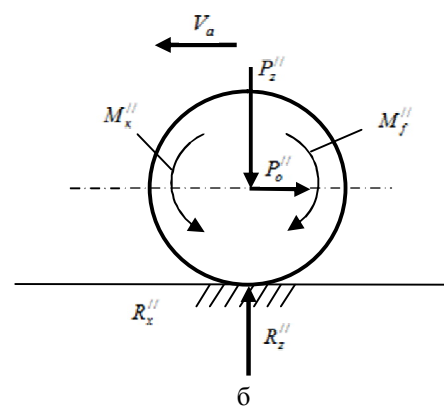
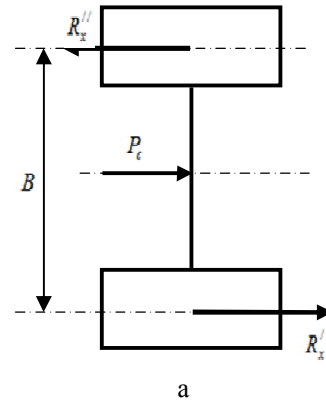
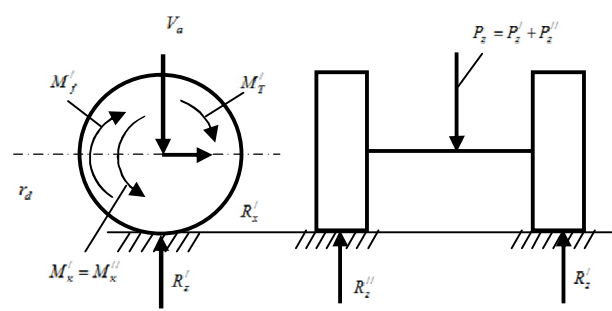


Рис. 2. Схема сил, действующих на ось автомобиля при динамическом способе поворота: а – схема сил, действующих на ось; б – схема сил, действующих на наружное колесо

Касательные реакции  $R_x'$  и  $R_x''$  на внутреннем и наружном колесах определим, используя уравнение (2).

$$R_x' = \frac{(M_k' - M_T) / r_d - P_o' \cdot i_k^2 / r_d^2 - R_z' f}{1 + i_k^2 / r_d^2}; \quad (6)$$

$$R_x'' = \frac{M_k'' / r_d - P_o'' \cdot i_k^2 / r_d^2 - R_z'' f}{1 + i_k^2 / r_d^2}, \quad (7)$$

где  $M_k'$ ;  $M_k''$  – крутящие моменты на внутреннем и наружном колесе; при установке межколесного дифференциала малого трения

$$M_k' = M_k'' = M_k / 2, \quad (8)$$

где  $M_k$  – суммарный крутящий момент на ведущем мосту;

$$M_k = M_k' + M_k'', \quad (9)$$

где  $M'_T$  – тормозной момент на внутреннем колесе;

$R'_z$ ;  $R''_z$  – нормальные реакции дороги на внутреннем и наружном колесах;

$P'_o$ ;  $P''_o$  – толкающие силы, приложенные на осях внутреннего и наружного колес.

Из рис. 2 определим

$$P'_o = R'_x - P_c; \quad (10)$$

$$P''_o = R''_x - P_c, \quad (11)$$

где  $P_c$  – суммарная сила сопротивления движению действующая со стороны рамы автомобиля на оси колес (рис. 2).

Уравнения (6) и (7) с учетом соотношений (8), (10) и (11) примет вид

$$\begin{cases} R'_x = \frac{(0,5M_k - M'_T)/r_d - (R'_x - P_c) \cdot i_k^2 / r_d^2 - R'_z f}{1 + i_k^2 / r_d^2}; & (12) \\ R''_x = \frac{0,5M_k/r_d - (R'_x - P_c) \cdot i_k^2 / r_d^2 - R'_z f}{1 + i_k^2 / r_d^2}. & (13) \end{cases}$$

Решение системы уравнений (12) и (13) имеем в следующем виде:

$$\begin{aligned} R'_x &= \frac{0,5M_k/r_d - M'_T/r_d \cdot (1 + i_k^2 / r_d^2) + P_c i_k^2 / r_d^2 + f \left[ R'_z i_k^2 / r_d^2 - R'_z (1 + i_k^2 / r_d^2) \right]}{1 + 2i_k^2 / r_d^2}; & (14) \\ R''_x &= \frac{0,5M_k/r_d + M'_T/r_d \cdot i_k^2 / r_d^2 + P_c i_k^2 / r_d^2 - f \left[ R''_z (1 + i_k^2 / r_d^2) - R'_z i_k^2 / r_d^2 \right]}{1 + 2i_k^2 / r_d^2}. & (15) \end{aligned}$$

Поворачивающий момент на ведущем мосту автомобиля (рис. 2)

$$M_{пов} = \frac{B}{2} (R''_x - R'_x), \quad (16)$$

где  $B$  – колея колес.

Подставляя выражение (14) и (15) в уравнение (16), получим после преобразований

$$M_{пов} = \frac{B}{2} \left[ M'_T/r_d - f(R''_z - R'_z) \right], \quad (17)$$

Уравнение (17) получилось идентичным уравнением для расчета поворачивающего момента, приведенным в работах [5, 6]. Но в указанных работах расчет касательных реакций дороги осуществлялся по упрощенным формулам

$$R'_x = \frac{0,5M_k - M'_T}{r_d}; \quad (18)$$

и 
$$R''_x = \frac{0,5M_k}{r_d}. \quad (19)$$

Это приводило к большим погрешностям при определении предельных по сцеплению величины касательных реакций дороги.

### При отключении от двигателя и затормаживании внутреннего колеса

При таком способе управления поворотом

$$M'_k = 0; \quad (20)$$

$$M''_k = M_k. \quad (21)$$

Уравнение (12) и (13) с учетом (20) и (21) примет вид

$$\begin{cases} R'_x = \frac{-M'_T/r_d - (R'_x - P_c) \cdot i_k^2 / r_d^2 - R'_z f}{1 + i_k^2 / r_d^2}; & (22) \\ R''_x = \frac{M_k/r_d - (R'_x - P_c) \cdot i_k^2 / r_d^2 - R'_z f}{1 + i_k^2 / r_d^2}. & (23) \end{cases}$$

Решение системы уравнений (22) и (23):

$$\begin{aligned} R'_x &= \frac{-(M_k/r_d) \cdot i_k^2 / r_d^2 - (M'_T/r_d)(1 + i_k^2 / r_d^2) + P_c i_k^2 / r_d^2 + f \left[ R''_z i_k^2 / r_d^2 - R'_z (1 + i_k^2 / r_d^2) \right]}{1 + 2i_k^2 / r_d^2} + \\ &+ \frac{M_k/r_d \cdot (1 + i_k^2 / r_d^2) + M'_T/r_d \cdot i_k^2 / r_d^2 + P_c i_k^2 / r_d^2 - f \left[ R''_z (1 + i_k^2 / r_d^2) - R'_z i_k^2 / r_d^2 \right]}{1 + 2i_k^2 / r_d^2}. & (24) \\ R''_x &= \frac{M_k/r_d \cdot (1 + i_k^2 / r_d^2) + M'_T/r_d \cdot i_k^2 / r_d^2 + P_c i_k^2 / r_d^2 - f \left[ R''_z (1 + i_k^2 / r_d^2) - R'_z i_k^2 / r_d^2 \right]}{1 + 2i_k^2 / r_d^2}. & (25) \end{aligned}$$

После подстановки выражений (24) и (25) в соотношение (16) определим поворачивающий момент

$$M_{пов} = \frac{B}{2} \left[ \frac{M_k + M'_T}{r_d} - f(R''_z - R'_z) \right]. \quad (26)$$

Сравнивая правые части (17) и (26), можно сделать вывод о том, что при отключении и последующем затормаживании внутреннего колеса поворачивающий момент больше на величину

$$B/(2r_d) \cdot M_k.$$

### При вращении внутреннего и наружного колес в противоположные стороны

В этом случае

$$M'_T = 0; \quad (27)$$

$$M'_k = -M''_k. \quad (28)$$

Тогда уравнение (12) и (13) примут вид:

$$\begin{cases} R'_x = \frac{-M'_T/r_d - (R'_x - P_c) \cdot i_k^2 / r_d^2 - R'_z f}{1 + i_k^2 / r_d^2}; & (29) \\ R''_x = \frac{M'_k/r_d - (R'_x - P_c) \cdot i_k^2 / r_d^2 - R'_z f}{1 + i_k^2 / r_d^2}. & (30) \end{cases}$$

$$\begin{cases} R'_x = \frac{-M'_T/r_d - (R'_x - P_c) \cdot i_k^2 / r_d^2 - R'_z f}{1 + i_k^2 / r_d^2}; & (29) \\ R''_x = \frac{M'_k/r_d - (R'_x - P_c) \cdot i_k^2 / r_d^2 - R'_z f}{1 + i_k^2 / r_d^2}. & (30) \end{cases}$$

Решение системы уравнений (29) и (30) имеем в виде

$$R'_x = \frac{-M'_k/r_d \cdot (1 + i_k^2/r_d^2) - M''_k/r_d \cdot i_k^2/r_d^2}{1 + 2 \cdot i_k^2/r_d^2} + \frac{P_c \cdot i_k^2/r_d^2 + f \left[ R''_z i_k^2/r_d^2 + R'_z (1 + i_k^2/r_d^2) \right]}{1 + 2 \cdot i_k^2/r_d^2}; \quad (31)$$

$$R''_x = \frac{M'_k/r_d \cdot (1 + i_k^2/r_d^2) + M''_k/r_d \cdot i_k^2/r_d^2}{1 + 2 \cdot i_k^2/r_d^2} + \frac{P_c i_k^2/r_d^2 - f \left[ R''_z (1 + i_k^2/r_d^2) + R'_z i_k^2/r_d^2 \right]}{1 + 2 \cdot i_k^2/r_d^2}. \quad (32)$$

После подстановки выражений (31) и (32) в соотношение (17) определим поворачивающий момент

$$M_{\text{пов}} = \frac{B}{2} \left[ \frac{M''_k + M'_k}{r_d} - f(R''_z + R'_z) \right]. \quad (33)$$

Выражение (33) отличается от соотношения (26) тем, что вместо  $M'_T$  в нем присутствует  $M'_k$  и перед  $R'_z$  стоит знак плюс. Поэтому величина поворачивающего момента меньше, чем в случае (26).

## Выводы

1. Полученные аналитические выражения позволяют определить касательные реакции на ведущих колесах и поворачивающий момент, действующий на автомобиль при динамическом и комбинированном способах поворота.

2. Поворачивающий момент, действующий на автомобиль при трех возможных вариантах осуществления динамического или комбинированного способа управления поворотом не зависит от распределения касательных реакций между колесами ведущего моста, а определяется величинами тормозного момента на внутреннем колесе, крутящего момента на наружном колесе и разностью нормальных реакций дороги на наружном и внутреннем колесах.

3. Способ осуществления поворота, заключающийся в отключении от двигателя и затормаживании внутреннего колеса, и способ, который состоит в осуществлении вращения наружного и внутреннего колес в разные стороны обладают равной эффективностью, поскольку обеспечивают одинаковые величины поворачивающего момента. Способ, заключающийся в затормаживании внутреннего колеса, обеспечивает меньше значение поворачивающего момента.

## Список литературы

1. Чайковский И.П. Рулевое управление автомобилем / И.П. Чайковский, П.А. Соломашин. – М.: Машиностроение, 1987. – 176 с.
2. Бобошко А.А. Нетрадиционные способы маневрирования колесных машин / А.А. Бобошко. – Х.: Изд-во ХНАДУ, 2006. – 172 с.
3. Петрушов В.А. Особенности поворота колесных автомобилей типа 4 х 4 с неповоротными колесами / В.А. Петрушов. – М.: НАМИ, 1959. – 56 с.
4. Бобошко О.А. Підвищення маневреності колісних тракторів і самохідних шасі: автореф. дис. ... канд. техн. наук. спец.05.22.02 – автомобілі та трактори / О.А. Бобошко. – Х., 2002. – 19 с.
5. Маневренность и тормозные свойства колесных машин / М.А. Подригало, В.П. Волков, В.И. Кирчатый, А.А. Бобошко; под ред. М.А. Подригало. – Х.: Изд-во ХНАДУ, 2003. – 403 с.
6. Стабильность эксплуатационных свойств колесных машин / [М.А. Подригало, В.П. Волков, В.П. Карпенко и др.]; под ред. М.А. Подригало. – Х.: Изд-во ХНАДУ, 2003. – 614 с.
7. Подригало М.А. Движение жесткого автомобильного колеса при действии крутящего момента и толкающей силы / М.А. Подригало, Н.Н. Потапов // Автомобильный транспорт. Сборник научных трудов. – Х.: Изд-во ХНАДУ, 2001. – Вып. 28. – С. 14-17.
8. Подригало М.А. Новое в теории эксплуатационных свойств автомобилей и тракторов / М.А. Подригало. – Х.: Изд-во Академии ВВ МВД Украины, 2013. – 222 с.
9. Чудаков Е.А. Теория автомобиля / Е.А. Чудаков. – М.: Машизд, 1950. – 343 с.

Поступила в редколлегию 28.08.2015

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Б.Т. Кононов Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

## ВИЗНАЧЕННЯ ДОТИЧНИХ РЕАКЦІЙ НА КОЛЕСАХ ВЕДУЧОЇ ОСІ АВТОМОБІЛЯ ПРИ ВИКОНАННІ ПОВОРОТУ ДИНАМІЧНИМ І КОМБІНОВАНИМ СПОСОБАМИ

М.А. Подригало, А.І. Нікорчук

Визначено дотичні реакції на колесах автомобіля і момент при динамічному і комбінованому способах управління поворотом.

**Ключові слова:** дотичні реакції, ведучі колеса, повертаючий момент, динамічний і комбінований способи управління поворотом.

## DEFINITION OF THE TANGENTIAL REACTIONS TO THE DRIVE AXLE WHEELS WHEN THE VEHICLE IS TURNING DYNAMIC AND COMBINED METHODS

M.A. Podrigalo, A.I. Nikorchuk

Tangential reaction to the drive wheels of the car and turning point in the dynamic and combined methods of turning control.

**Keywords:** tangent reactions, conducting wheels, turning a moment, dynamic and combined methods of management a turn.