

УДК 629.429.3:621.313

О.М. Петренко<sup>1</sup>, Б.Г. Любарський<sup>2</sup><sup>1</sup>Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова, Харків<sup>2</sup>Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків

## АНАЛІЗ МЕТОДІВ ВИЗНАЧЕННЯ ЕНЕРГЕТИЧНО ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ УПРАВЛІННЯ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ

В науковій статті проведено аналіз існуючих методів визначення енергооптимальних режимів руху електричного рухомого складу. Зазначено, що відомі підходи до рішення завдань визначення оптимальної по енерговитратах траєкторії руху транспортних засобів можна розділити на дві групи: чисельні та аналітичні. Найбільш перспективним методом для пошуку енергетично оптимальних режимів руху електрорухомого складу є чисельний метод, який ґрунтується на найважливішому завданні при оптимізації траєкторій руху: пошуку допустимих режимів управління, що задовольняють усім умовам і обмеженням завдання.

**Ключові слова:** енергетично оптимальна траєкторія руху, електрорухомий склад, принцип Понтрягіна, чисельні методи, аналітичні методи.

### Вступ

**Постановка проблеми.** Завдання визначення оптимальних параметрів вектору управління для кожного режиму руху транспортних засобів з електричною передачею потужності – електрорухомого складу (ЕРС) – таких як потужні тягачі та трактори, а також у залізничному транспорті України, яке в [1] називається енергетично оптимальним, сформулюємо таким чином: знайти таке оптимальне за вказаним критерієм управління рухом ЕРС із заданою составністю на ділянці із заданими профілем шляху і швидкісними обмеженнями, при якому виконуються задані час руху між початковим і кінцевим пунктами та швидкість в цих пунктах, а також швидкісні обмеження під час руху.

#### Аналіз останніх досліджень і публікацій.

В останній час пошуку оптимальних процесів руху присвячено багато статей особливо у залізничному транспорті. Так у роботах [2 – 5] вибрані критерії для оцінки ефективності ЕРС та наведені приклади пошуку раціональних підходів до визначення режимів роботи тягового приводу та руху потягу. У монографії [6] автори приділили багато уваги пошуку оптимальних систем керування дизель-поїздами з електричною передачею потужності. Однак розглянуті у цих роботах методи більш підходять для синтезу систем керування тяговим приводом ніж для пошуку енергооптимальних режимів руху ЕРС.

**Метою даної статі** є проведення аналізу існуючих методів визначення енергооптимальних режимів руху електричного рухомого складу.

### Результати досліджень

Одна з перших формальних постановок завдання про енергетично оптимальне управління ЕРС, певно, дана в роботі [7]. Відомі підходи до рішення завдань визначення оптимальної по енерговитратах траєкторії руху потягів можна розділити на дві групи: чисельні та аналітичні [1].

З чисельних методів рішення задачі оптимального управління широке поширення отримав метод динамічного програмування, заснований на принципі оптимальності Р. Беллмана [8], зокрема його дискретний варіант. Цей метод дозволяє розробляти досить прості програми оптимізації динамічних об'єктів малої розмірності [9-13]. Перевагою його є простота врахування обмежень на змінні стани. Більш того, чим більше в завданні обмежень, тим краще працює метод, оскільки варіанти, що не задовольняють обмеженням, не прораховуються [1].

Головною перешкодою для практичного використання дискретного варіанту методу динамічного програмування є проблема представлення функції багатьох змінних на безлічі дискретних значень її аргументу, що при реалізації на ПК вимагає великого об'єму пам'яті. Крім того, необхідно не лише робити обчислення, що стосуються оптимального управління, але і визначити функцію Беллмана як рішення складного нелінійного диференціального рівняння в частинних похідних, що при реалізації на ПК вимагає великих витрат розрахункового часу [1].

Для подолання цих труднощів розроблений ряд спеціальних перебірних методів, що дозволя-

ють використати усі вигоди динамічного програмування, пов'язані з урахуванням обмежень на змінні стани та управління, і при цьому дещо скоротити необхідні ресурси пам'яті й машинного часу.

Серед таких методів слід зазначити запропонований метод дуг [14], алгоритм «київський віник», алгоритм локальних варіацій, методи «хвилі, що біжить», і «блукаючої трубки» [1].

Найцікавіший алгоритм «київський віник», заснований на формулюванні правил послідовного стискання безлічі конкурентоздатних варіантів. Алгоритм є багатокроковим процесом; на кожному його кроці відмітається деяка множина варіантів, про яку в процесі роботи алгоритму стає відомо, що вона не містить оптимального. Зокрема, цей алгоритм був використаний в [15-17] для практичних розрахунків ЕРС [1].

Алгоритм «київський віник» дає можливість відшукати глобальний екстремум. Проте для реалізації цього алгоритму потрібні великі витрати як розрахункового часу, так і оперативної пам'яті.

Метод «блукаючої трубки», представлений в [18-19], є алгоритмом, в якому ціною відмови від рішення задачі відшукування глобального мінімуму вдалося значно скоротити число операцій. Проте відмова від пошуку глобального мінімуму стосовно рішення задачі оптимізації управління поїздом не дає значного виграшу машинного часу і оперативної пам'яті ПК [1,19].

Метод локальних варіацій розроблений в [20] і застосований в [15] для розрахунку оптимальних режимів роботи тягового приводу (ТП) ЕРС. Це багатокроковий метод оптимізації, в якому використана ідея послідовних наближень траєкторії до оптимальної. Метод локальних варіацій можна розглядати одночасно як метод покоординатного «спуску» з фіксованим кроком на фіксованій сітці, заданій в області, визначеній обмеженнями. Цей метод простіший для програмування, ніж метод «блукаючої трубки». Проте він дуже чутливий до локальних екстремумів [1,18], які нерідко виявляються наслідком похибок процесу обчислень.

Метод «хвилі, що біжить», можна трактувати як узагальнення методу локальних варіацій, коли по заданому початковому наближенню здійснюється послідовне його поліпшення на основі кінцево-мірної апроксимації безперервної задачі. Недолік методу «хвилі, що біжить», той же, що і методу локальних варіацій, — чутливість до локальних екстремумів [1].

Нині отримав розвиток й інший підхід, в якому завдання оптимального управління в системі зводиться до кінцево-мірної задачі математичного програмування великої розмірності з безперерв-

ними і цілочисельними змінними [21]. Наочні труднощі обчислень, пов'язані з рішенням такої задачі, судячи з наявних результатів [21], можуть бути подолані завдяки використанню надзвичайно потужних сучасних обчислювальних засобів [1].

Аналітичні методи засновані на класичному варіаційному численні і на принципі максимуму Л.С. Понтрягіна [22-27].

Класичне варіаційне числення для розглянутих завдань використане в роботах [1, 28-32], де вирішувалася задача Лагранжа із закріпленим правим кінцем. При цьому для спрощення моделі приймався ряд допущень про лінійність, не враховувався ступінчастий характер управління тягою. У [33] використані достатні умови оптимальності. Проте повне рішення задачі отримано не було. Безперечною перевагою цього підходу є можливість його ефективної алгоритмічної реалізації, а основним недоліком — необхідність залучення деяких додаткових апріорних припущень, що спрощують модель.

Інший метод, використаний для вирішення поставленого завдання, заснований на принципі максимуму Л.С. Понтрягіна [34, 35].

Так, О.О. Мілютіним і А.Я. Дубовицьким [36] запропоновано формулювання принципу максимуму, яке стосовно рішення задачі оптимального ведення ЕРС по ділянці дозволяє враховувати обмеження не лише на керуючі впливи, але й на фазові координати. Аналіз оптимальних траєкторій руху з використанням принципу максимуму дає можливість отримати необхідні умови оптимальності у вигляді аналітичних співвідношень, які можуть бути застосовані при відшуванні оптимальних траєкторій.

Завдання оптимального управління ТП ЕРС вирішувалося також зі значним припущенням — постійності ухилу на усій ділянці [1, 37].

Припускаючи, що максимальні сили тяги і гальмування постійні, вдалося отримати досить прості співвідношення оптимальної траєкторії руху [7].

Був запропонований також чисельний метод [16], що спирається на спеціальний метод знаходження максимуму. Він, як виявилось [38], не має високої швидкодії.

У роботі [39], ввівши додаткові припущення, завдання зводиться до умовної оптимізації відносно набору параметрів — моментів перемикання з одного режиму руху на інший.

В роботі [40] дається опис оптимальних послідовностей режимів (тяга, вибіг, гальмування, рух з постійною швидкістю, з так званою швидкістю стабілізації або з максимальною допустимою для цієї ділянки шляху), умов їх існування і переходу з одного режиму на інший.

Застосування принципу максимуму привело до появи численних робіт, де оптимальне управління визначається з системи рівнянь і нерівностей, використовуваних у формулюванні принципу максимуму [41-43].

Завдання оптимального управління в цих роботах (при деяких додаткових припущеннях, що дозволяють відновити послідовність режимів на оптимальному рішенні) зводиться до обчислення кінцевого набору параметрів – моментів перемикавання режимів.

Найбільш послідовно і повно апарат принципу максимуму стосовно рішення задачі оптимального управління ЕРС при русі на ділянці шляху був розвинений в [3, 45-48]. Були досліджені структура оптимальної траєкторії, допустимі перемикавання оптимальних режимів, а також отримані наближені вирази для необхідних умов оптимальності, засновані на ряді спрощуючих припущень.

У основу підходу, представленого в цій роботі, покладений розроблений в [49] алгоритм рішення завдань оптимального управління, що дозволяє враховувати обмеження різних видів, у тому числі на фазові змінні, що необхідно при розрахунках режимів роботи тягового приводу ЕРС.

У цьому алгоритмі використовуються спеціально розроблені чисельні методи оптимізації динаміки нелінійних керованих систем з обмеженнями на фазові змінні різних типів. Метод, запропонований в [49], заснований на принципі декомпозиції за часом, що забезпечує практичне визначення варіацій як результату рішення умовної оптимізаційної задачі, які визначені на кожному кроці розрахунку за часом з розглянутого часового інтервалу.

Аналогічна процедура, що спирається на принцип максимуму Л.С. Понтрягіна, була запропонована для завдань оптимального управління, але без обмежень на фазові змінні й відома як метод прогону [50].

Для обчислення використовується метод послідовних наближень, в якому на кожному кроці будується допустиме рішення задачі з меншою витратою енергії, ніж на наближенні попереднього кроку.

Критерієм останову є витрата енергії, близька до оптимальної з прийнятною точністю.

При цьому послідовність режимів управління при шуканому рішенні, в даному випадку, заздалегідь невідома і підлягає уточненню на кожному кроці обчислення, що забезпечує універсальність методу.

З розглянутих вище методів найбільш перспективним, на нашу думку, є підхід, розглянутий

в роботі [1], де пропонується чисельний метод визначення енергооптимальних траєкторій руху ЕРС, який можна також застосувати для визначення оптимальних режимів роботи тягового приводу.

У [1] відзначається, що найважливішим завданням при оптимізації траєкторій руху потягів є пошук допустимих режимів управління, що задовольняють усім умовам і обмеженням завдання. Далі для цього послідовно використовується алгоритм, заснований на регулюванні часу ходу, а потім оптимізаційний алгоритм послідовного поліпшення (по витраті енергії) початкового наближення.

У останньому випадку на кожному кроці ітераційного процесу визначається режим руху, що задовольняє усім умовам і обмеженням завдання, при якому витрата енергії менша, ніж на попередньому кроці.

Як показано в [1], практична реалізованість алгоритму ґрунтується на можливостях методу, розробленого в [49] при рішенні завдань оптимального управління з обмеженнями різних видів: змішаними, термінальними, фазовими.

У обґрунтуванні запропонованих методів рішення оптимальних завдань основним є узагальнення оцінок приросту функціонала на довільній допустимій траєкторії з використанням підходів, наведених в [24]. Ці узагальнення відносяться до завдань оптимального управління з обмеженнями різних видів і природним чином поширюються на аналогічні завдання з дискретизацією часу.

Принципово важливим слід вважати введення спеціального класу варіацій управління, що складаються з двох частин, — незалежної і компенсуючої. При цьому всупереч відомих методів показано, що приріст функціонала оцінюється через інтеграл від приросту функції Гамільтона — Понтрягіна, який залежить лише від незалежної частини варіації.

Вибір незалежної складової забезпечується спеціальною конструкцією компенсуючої частини і зводиться до задачі без обмежень на фазові змінні з фіксованою (на початковій траєкторії) безліччю допустимих управлінь. Звідси, враховуючи вид оцінки приросту функціонала, слідує декомпозиційна (за часом) конструкція допустимої покращуючої варіації: незалежна складова в кожен момент часу може бути знайдена з рішення умовної оптимізаційної задачі. Як тільки незалежна складова знайдена, однозначно визначається і компенсуюча складова.

## Висновки

1. Відомі підходи до рішення завдань визначення оптимальної по енерговитратах траєкторії

руху потягів можна розділити на дві групи: чисельні та аналітичні/

2 Найбільш перспективним методом для пошуку енергетично оптимальних режимів руху ЕРС є підхід, де пропонується чисельний метод. Він ґрунтується на найважливішому завданні при оптимізації траєкторій руху потягів: пошуку допустимих режимів управління, що задовольняють усім умовам і обмеженням завдання.

Далі для цього послідовно використовуються алгоритм, заснований на регулюванні часу ходу, а потім оптимізаційний алгоритм послідовного поліпшення початкового наближення.

## Список літератури

1. Мугинишвін Л.А. Энергооптимальные методы управления движением поездов / Л.А. Мугинишвін, А.У. Ильютювич, И.А. Ябло. – М.: Интекст, 2012. – 80 с.
2. Любарский Б.Г. Теоретичні основи для вибору та оцінки перспективних систем електромеханічного перетворення енергії електрорухомого складу. – Дис. ... на здобуття наукового ступеня д-ра техн. наук за спеціальністю 05.22.09. «Електротранспорт». Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут». – Х., 2014. – 368 с.
3. Омеляненко В.И. Определение эффективности тягового привода электропоездов / В.И. Омеляненко, Б.Г. Любарский, С.Ю. Червяков // Вісник Національного технічного університету «ХПИ». – 2013. – № 32. – С. 67-75.
4. Lyubarskiy B.G. Selezionare il tipo di convertitore di energia di trazione elettrica per i treni elettrici interregionali. / Italian Science Review. 2014; 3(12). – Pp. 273-276.
5. Любарский Б.Г. Определение рационального угла наклона кузова скоростного электропоезда с тяговым приводом на основе реактивного индукторного двигателя с аксиальным магнитным потоком / Б.Г. Любарский // Вісник Національного технічного університету «ХПИ» – 2014. – № 6(1049). – С. 118-123.
6. Дмитриенко В.Д. Моделирование и оптимизация процессов управления движением дизель-поездов / В.Д. Дмитриенко, А.Ю. Заковоротный. – Х.: Изд. центр "НТМТ", 2013. – 248 с.
7. Ischikawa K. Application of optimization theory for bounded state variable problems to the operation of trains // Bull. ISME – Nagoya Univ. – 1968. – V. 11, № 47. – Pp. 857-865.
8. Беллман Р. Прикладные задачи динамического программирования / Р. Беллман, С. Дрейфус. – М.: Наука, 1965. – 450 с.
9. Ерофеев Е.В. Выбор оптимального режима ведения поезда на АЦВМ с применением метода динамического программирования / Е.В. Ерофеев // Тр. МИИТ. – 1967. – Вып. 228. – С. 16-30.
10. Ерофеев Е.В. Определение оптимального режима ведения поезда при заданном времени хода / Е.В. Ерофеев // Вестник ЦНИИ МПС. – 1969. – № 1. – С. 54-57.
11. Ерофеев Е.В., Мостов И.С. Расчет оптимальных программ автоведения поезда при ступенчатом управлении силой тяги / Е.В. Ерофеев, И.С. Мостов // Тр. МИИТ. – 1975. – Вып. 492. – С. 15-21.
12. Ерофеев Е.В., Мостов И.С. Оптимизация программ движения поездов / Е.В. Ерофеев, И.С. Мостов // Тр. МИИТ. – 1977. – Вып. 550. – С. 121-125.
13. Сидельников В.М. Выбор оптимального режима управления локомотивом с использованием ЭЦВМ / В.М. Сидельников // Вестник ЦНИИ МПС. – 1965. – № 2. – С. 52-48.
14. Дувалян С.В. Построение оптимальной кривой движения поезда / С.В. Дувалян // Вестник ЦНИИ МПС. – 1968. – № 1. – С. 9-12.
15. Костромин А.М. Расчет оптимальных траекторий движения поезда методом локальных вариаций / А.М. Костромин // Тр. БелИИЖТ. – 1975. – № 5. – С. 23-28.
16. Костромин А.М. Оптимизация управления локомотивом / А.М. Костромин. – М.: Транспорт, 1979. – 119 с.
17. Горбачев А.Н. Методы расчета оптимальных программ ведения поезда / А.Н. Горбачев. – Автореф. дис. ... на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. – Омск, 2000. – 19 с.
18. Моисеев Н.Н. Элементы теории оптимальных систем / Н.Н. Моисеев. – М.: Наука, 1975. – 528 с.
19. Моисеев Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем / Н.Н. Моисеев. – М.: Наука, 1971. – 424 с.
20. Крылов И.А., Черноусько Ф.Л. Решение задач оптимального управления методом локальных вариаций / И.А. Крылов, Ф.Л. Черноусько // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1966. – Вып. 6, № 1. – С. 46-49.
21. Houpt P.K., Bonanni P.G., Chan D.S., Chandra R.S. Kalyanam K. Optimal Control of Heavy-Haul Freight Trains to Save Fuel. University of California at Santa Barbara, Winter 2009 Seminar. – P. 1033-1040.
22. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин [и др.]. – М.: Наука, 1969. – 384 с.
23. Розоноэр Л.И. Принцип максимума Л.С. Понтрягина в теории оптимальных систем, ч. I / Л.И. Розоноэр // Автоматика и телемеханика. – 1959. – № 10. – С. 1320-1334.
24. Розоноэр Л.И. Принцип максимума Л.С. Понтрягина в теории оптимальных систем, ч. II / Л.И. Розоноэр // Автоматика и телемеханика. – 1959. – № 11. – С. 1441-1458.
25. Розоноэр Л.И. Принцип максимума Л.С. Понтрягина в теории оптимальных систем, ч. III / Л.И. Розоноэр // Автоматика и телемеханика. – 1959. – № 12. – С. 1561-1578.
26. Математическая теория оптимальных процессов. [3-е изд.] / Л.С. Понтрягин и др. – М. Наука, 1976. – 392 с.
27. Моделирование и оптимизация систем управления и контроля локомотивов / [В.И. Носков, В.Д. Дмитриенко, Н.И. Запововский, С.Ю. Леонов]. – Х.: ХФИ "Транспорт Украины", 2003. – 248 с.
28. Петров Ю.П. Оптимальное управление движением транспортных средств / Ю.П. Петров. – М.: Энергия, 1969. – 96 с.
29. Петров Ю.П. Вариационные методы теории оптимального управления / Ю.П. Петров. – М.: Энергия, 1977. – 280 с.
30. Почаевец Э.С. К вопросу оптимального управления движением поездов // Тр. МИИТ. – 1967. – Вып. 250. – С. 137-149.
31. Садовский Л.Е. О поиске оптимального режима езды электроподвижного состава / Л.Е. Садовский, Е.М. Пакман, А.И. Пакман // Тр. МИИТ. – 1970. – Вып. 310. – С. 29-41.

32. Скува Л. Теори antatickeho rizeni. Bratislava. – 1983. – 203 p.
33. Почаевец Э.С. Исследование оптимальных тяговых режимов электроподвижного состава / Э.С. Почаевец // Тр. МИИТ. – 1967. – Вып. 282. – С. 152-164.
34. Болтянский В.Г. Оптимальное управление / В.Г. Болтянский. – М.: Наука, 1972. – 287 с.
35. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин [и др.]. – М.: Наука, 1969. – 384 с.
36. Милютин А.А. Задачи на экстремум при наличии ограничений / А.А. Милютин, А.Я. Дубовицкий // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1965. – № 3. – С. 12-23.
37. Абдуллаев Н.Д. Теория и методы проектирования оптимальных регуляторов / Н.Д. Абдуллаев, Ю.П. Петров. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 240 с.
38. Грунтов П.С. Исследование математических методов управления движением грузовых поездов и совершенствование режимов их вождения в АСУ / П.С. Грунтов, А.П. Кайзер // Проблемы централизации диспетчерского управления на железных дорогах: межвуз. сб. науч. ст. Гомель, 1985. – С. 22-34.
39. Stroler H., Horn P. Zur energieoptimalen Steuerung der Translationsbewegung von Fahrzeugen bei Beschränkungen im Zustandsraum // Z. electr. Inform. Und Energietechn. – 1973. – V. 3, №6. – Pp. 304-308.
40. Решение с помощью принципа максимума задачи об энергетически оптимальном управлении движением поезда / И.А. Аснис [и др.] // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1985. – Вып. 25, № 11. – С. 1644-1656.
41. Benjamin B., Howlett P., Pudney P., Vu X. Freightmaster: optimal speed profiles for long haul trains // Proceedings of the 10th International Conference in Applications of Advanced Technologies in Transportation. 27–30 May, 2008, Athens, Greece. – Pp. 1-12.
42. Coleman D., Yee R., Pudney P. Saving fuel on long-haul trains: Australian stage 2 trial results, ИНА. Rio de Janeiro. 2005. – P. 1-5.
43. Leander P., Lagos M., Karlsson M., Rydberg S. Computer aided train operation. САТО, ИНА. Kiruna. – 2007. – P. 423-432.
44. Микропроцессорные системы автоведения электроподвижного состава / Л.А. Баранов [и др.]. – М.: Транспорт, 1990. – 272 с.
45. Головичер Я.М. Алгоритмы управления движением транспортных средств для систем автоведения / Я.М. Головичер // Автоматика, телемеханика и связь. – 1986. – № 11. – С. 118-126.
46. Баранов Л.А. Расчет экономичных режимов управления поездом в микропроцессорных системах автоведения / Л.А. Баранов, Я.М. Головичер, Г.Я. Эпштейн // Вестник ВНИИЖТ. – 1984. – № 6. – С. 12-17.
47. Головичер Я.М. Энергетически оптимальный алгоритм управления для систем автоведения поезда / Я.М. Головичер // Вестник ВНИИЖТ. – 1982. – № 8. – С. 18-22.
48. Головичер Я.М. Аналитический метод расчета оптимального управления движением поезда / Я.М. Головичер // Известия вузов (Сер. «Электромеханика»). – 1986. – № 3. – С. 58-66.
49. Илютович А.Е. Выбор вариации спуска в задаче оптимального управления со смешанными ограничениями. Декомпозиционный подход / А.Е. Илютович // Автоматика и телемеханика. – 1989. – № 9. – С. 103-114.
50. Крылов И.А. О методе последовательных приближений для задач оптимального управления / И.А. Крылов, Ф.Л. Черноусько // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1962. – Вып. 2, № 6. – С. 11381139.

Надійшла до редколегії 11.09.2015

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.Т. Доманський, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків.

### АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫМИ СРЕДСТВАМИ

А.Н. Петренко, Б.Г. Любарский

В научной статье проведен анализ существующих методов определения энергооптимальных режимов движения электрического подвижного состава. Отмечено, что известные подходы к решению задач определения оптимальной по энергозатратам траектории движения транспортных средств можно разделить на две группы: численные и аналитические. Наиболее перспективным методом для поиска энергетически оптимальных режимов движения электроподвижного состава является численный метод, основанный на важнейшей задаче при оптимизации траекторий движения: поиске допустимых режимов управления, удовлетворяющих всем условиям и ограничениям.

**Ключевые слова:** энергетически оптимальная траектория движения, электроподвижной состав, принцип Понтрягина, численные методы, аналитические методы.

### ANALYSIS METHODS FOR DETERMINING THE OPTIMAL ENERGY MANAGEMENT SETTINGS VEHICLES

A.N. Petrenko, B.G. Liubarskyi

The article discusses the scientific analysis of existing methods for determining the optimal energy modes of motion of the electric rolling stock. It is noted that the known approaches to solving the problem of determining the minimum-energy path of the vehicle can be divided into two groups, and the numerical analysis. The most promising method to find optimal energy modes of movement of electric rolling stock is a numerical method based on the most important tasks while optimizing the trajectories: the search for acceptable control modes that meet all the conditions and restrictions.

**Keywords:** energetically optimal trajectory of movement, electric rolling stock, the principle of Pontryagin, numerical methods, analytical methods.