УДК 623.412

Т.Е. Александрова, А.А. Лазаренко

Национальный технический университет “ХПИ”, Харьков

УСТОЙЧИВОСТЬ И ИНВАРИАНТНОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ СТАБИЛИЗАЦИИ ОБЪЕКТОВ ВОЕННОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Рассматривается взаимосвязь между свойством инвариантности линейной системы стабилизации к действию внешних возмущений и её устойчивостью. Предложен закон стабилизации, обеспечивающий высокий порядок астатизма системы без заметного ухудшения её запаса устойчивости.

Ключевые слова: *танковая пушка, система наведения и стабилизации, инвариантность к внешним возмущениям, устойчивость.*

Введение

Постановка задачи. Системы стабилизации различных объектов военного назначения (танковых и корабельных орудий, самолетов и ракет различного класса) имеют ряд общих особенностей, основными из которых являются:

- объектом стабилизации, как правило, является инерционный механический объект, на который действуют стабилизирующее и возмущающее воздействия, а возмущенное движение описывается дифференциальным уравнением

$$I\frac{d^2\phi(t)}{dt^2} = M_c(t) + M_в(t), \qquad (1)$$

где $\phi(t)$, $\dot{\phi}(t)$ - обобщенная координата и обобщенная скорость стабилизируемого процесса, $M_c(t)$ - стабилизирующее воздействие, $M_в(t)$ - возмущающее воздействие, I - момент инерции стабилизируемого объекта относительно оси поворота;

- исполнительными органами объектов стабилизации являются, как правило, электрогидравлические усилители, содержащие электромагнит управления и гидравлический усилитель, возмущенное движение которых описывается дифференциальными уравнениями

$$I_к\frac{d^2\beta(t)}{dt^2} + f_к\frac{d\beta(t)}{dt} + c_к\beta(t) = \frac{k_e}{r_0}U(t)\,; \qquad (2)$$

$$T_г\frac{d\Delta p(t)}{dt} + \Delta p(t) = k_д\beta(t)\,, \qquad (3)$$

где $\beta(t)$ - угол поворота коромысла электромагнита управления; $\Delta p(t)$ - разность давлений рабочей жидкости в полостях исполнительного цилиндра гидроусилителя; $U(t)$ - управляющий сигнал, формируемый электронным блоком; $I_к$ - момент инерции коромысла относительно его оси поворота; $f_к$ - коэффициент жидкостного трения в оси поворота коромысла; $c_к$ - коэффициент жесткости фиксирующей пружины коромысла; $T_г$ - постоянная времени гидросистемы; k_e, $k_д$ - коэффициенты пропорциональности; r_0 - омическое сопротивление обмотки электромагнита вправления;

- стабилизирующий момент, создаваемый электрогидравлическим усилителем и прилагаемый к объекту стабилизации, составляет

$$M_c(t) = k_м \Delta p(t)\,; \qquad (4)$$

- управляющий сигнал, формируемый электронным блоком и подаваемый на вход электрогидравлического усилителя, обычно формируется в виде

$$U(t) = k_\phi U_\phi(t) + k_{\dot\phi} U_{\dot\phi}(t)\,, \qquad (5)$$

где $U_\phi(t)$, $U_{\dot\phi}(t)$ - выпрямленные выходные сигналы гироскопического датчика угла и гироскопического датчика угловой скорости; k_ϕ, $k_{\dot\phi}$ - варьируемые параметры закона стабилизации (5).

Уравнения (1) - (5) представляют в совокупности математическую модель замкнутой системы стабилизации объекта с построением стабилизатора (5) по принципу управления по отклонению.

В работе [1] показано, что построение стабилизатора с использованием комбинированного принципа управления по отклонению и по возмущению придает замкнутой системе свойства инвариантности к действию внешних возмущений, что в конечном итоге приводит к повышению точности стабилизации. При реализации комбинированного принципа управления управляющий сигнал на выходе электронного блока записывается в виде

$$U(t) = k_\phi U_\phi(t) + k_{\dot\phi} U_{\dot\phi}(t) + k_p U_p(t)\,, \qquad (6)$$

где $U_p(t)$ - сигнал, пропорциональный разности давления рабочей жидкости в полостях исполнительного гидроцилиндра

$$U_p(t) = U_{p1}(t) - U_{p2}(t)\,, \qquad (7)$$

где $U_{p1}(t)$, $U_{p2}(t)$ - выходные сигналы датчиков давления жидкости в полостях исполнительного гидроцилиндра; k_p - параметр, который вместе с параметрами k_ϕ, $k_{\dot\phi}$ относятся к числу варьируемых параметров закона стабилизации (6).

Необходимым условием работоспособности любой системы автоматического управления, в том числе и системы стабилизации, является её устойчивость. Однако устойчивость является далеко не достаточным условием практической пригодности системы. Помимо требования устойчивости, любая замкнутая система автоматического управления должна удовлетворять еще и некоторым критериям качества, основными из которых являются запас устойчивости и быстродействие [2].

Целью настоящей статьи является исследование взаимовлияния свойств устойчивости системы стабилизации и её инвариантности к действию внешних возмущений, а также разработка рекомендаций по выбору значений варьируемых параметров стабилизатора (6), обеспечивающего необходимую точность стабилизации объекта.

Основная часть

Объект стабилизации, возмущенное движение которого описывается дифференциальным уравнением (1), имеет передаточную функцию

$$W_o(s) = \frac{L\{\phi(t)\}}{L\{\Delta p(t)\}} = \frac{k_м}{s^2 I}\,, \qquad (8)$$

где L – символ преобразования Лапласа.

Пренебрегая собственной динамикой гироскопических датчиков угла и угловой скорости, а также датчиков давления рабочей жидкости, запишем

$$U_\phi(t) = k_г \phi(t)\,;\; U_{\dot\phi}(t) = k_c \frac{d\phi(t)}{dt}\,;\; U_p(t) = k_ц \Delta p(t)\,,$$

где $k_г$, k_c и $k_ц$ – коэффициенты пропорциональности.

Тогда управляющий сигнал (6), формируемый электронным блоком, может быть представлен в виде

$$U(t) = k_\phi k_г \phi(t) + k_{\dot\phi} k_c \frac{d\phi(t)}{dt} + k_p k_ц \Delta p(t)\,. \qquad (9)$$

Обе части уравнения (2) разделим на $c_к$. В результате получим

$$\frac{I_к}{c_к}\frac{d^2\beta(t)}{dt^2} + \frac{f_к}{c_к}\frac{d\beta(t)}{dt} + \beta(t) = \frac{k_e}{c_к} U(t)\,; \qquad (10)$$

Введем обозначения

$$\frac{I_к}{c_к} = T_1^2\,;\; \frac{f_к}{c_к} = T_2\,;\; \frac{k_e}{c_к r_0} = k_y\,;\; \frac{k_м}{I} = k_п$$

и запишем уравнения (1) - (3) и (9) в операторной форме:

$$\begin{gathered} s^2\,\{\phi(t)\} = k_п\,\{\Delta p(t)\}\,; \\ (T_1^2 s^2 + T_2 s + 1)\,\{\beta(t)\} = k_y\,\{U(t)\}\,; \\ (T_2 s + 1)\,\{\Delta p(t)\} = k_д\,\{\beta(t)\}\,; \\ \{U(t)\} = (k_\phi k_г + k_{\dot\phi} k_c s)\,\{\phi(t)\} + k_p k_ц\,\{\Delta p(t)\}\,. \end{gathered} \qquad (11)$$

Из первого уравнения (11) получаем передаточную функцию объекта стабилизации

$$W_o(s) = \frac{\{\phi(t)\}}{\{\Delta p(t)\}} = \frac{k_п}{s^2}\,, \qquad (12)$$

а из трех последних уравнений (11) получаем передаточную функцию стабилизатора

$$W_c(s) = \frac{\{\Delta p(t)\}}{\{\phi(t)\}} = \frac{k_д k_y [k_\phi k_г + k_{\dot\phi} k_c s]}{(T_г s + 1)(T_1^2 s^2 + T_2 s + 1 - k_д k_ц k_p)}\,. \qquad (13)$$

В результате передаточная функция разомкнутой системы стабилизации записывается

$$W_p(s) = W_o(s) W_c(s) = \frac{k_п k_д k_y [k_\phi k_г + k_{\dot\phi} k_c s]}{s^2 (T_г s + 1)(T_1^2 s^2 + T_2 s + 1 - k_д k_ц k_p)}\,, \qquad (14)$$

а характеристическое уравнение замкнутой системы принимает вид

$$1 + W_p(s) = T_I^2 T_г s^5 + (T_I^2 + T_2 T_г) s^4 +$$
$$+[T_2 + T_г(1 - k_д k_ц k_p)] s^3 + (1 - k_д k_ц k_p) s^2 + \quad (15)$$
$$+k_п k_д k_у k_с k_{\dot{\phi}} s + k_п k_д k_у k_г k_\phi = 0.$$

В работе [3] показано, что повышение степени инвариантности системы к действию внешних возмущений может быть достигнуто повышением порядка астатизма системы. Действительно, из анализа соотношения (14) следует, что порядок астатизма рассматриваемой системы равен двум. Если значение варьируемого параметра k_p выбрать из условия

$$1 - k_д k_ц k_p = 0, \quad (16)$$

то соотношение (14) принимает следующий вид:

$$W_p(s) = \frac{k_п k_д k_у [k_\phi k_г + k_{\dot{\phi}} k_с s]}{s^3 (T_г s + 1)(T_I^2 s + T_2)}. \quad (17)$$

Таким образом, при выполнении условия (16) порядок астатизма системы повышается до трех, иными словами, обращаются в нуль первые три коэффициента ошибок замкнутой системы стабилизации, что приводит к повышению степени инвариантности замкнутой системы к действию внешних возмущений. Вместе с тем, выполнение условия (16) приводит к тому, что замкнутая система стабилизации выходит на границу области устойчивости, в связи с тем, что становится равным нулю один из членов характеристического уравнения замкнутой системы (15) и система становится практически неработоспособной. Значение параметров системы примем равными:

$$I = 736.9 Н \cdot м \cdot с^2;\ I_k = 0.98 \cdot 10^{-2} Н \cdot м \cdot с^2;$$
$$f_k = 0.55 Н \cdot м \cdot с;\ r_0 = 30\ Ом;\ c_к = 1{,}01 \cdot 10^2 Н \cdot м;$$
$$k_e = 10^3 Н \cdot м \cdot А^{-1};\ k_ц = 1{,}098 \cdot 10^{-7} В \cdot Па^{-1};$$
$$k_г = 1 В;\ k_с = 0{,}2 В \cdot с;\ k_д = 1{,}238 \cdot 10^7 Па^{-1};$$
$$T_г = 0{,}12 \cdot 10^{-3} с;\ k_м = 0{,}6 \cdot 10^{-3} Н \cdot м \cdot Па^{-1};\ r_0 = 30\ Ом,$$
тогда $T_I^2 = 0{,}97 \cdot 10^{-4} с^2$; $T_2 = 0{,}54 \cdot 10^{-2} с$;
$$k_п = 0{,}8 \cdot 10^{-6} Па^{-1} \cdot с^{-2};\ k_у = 0{,}33\ В^{-1},$$

а характеристическое уравнение замкнутой системы (15) принимает вид

$$0.1164 \cdot 10^{-7} s^5 + 0.9765 \cdot 10^{-4} s^4 + 0.54 \cdot 10^{-2} s^3$$
$$+(1 - 1.359 k_p) s^2 + 0.65 \cdot k_{\dot{\phi}} s + 3.268 \cdot k_\phi = 0. \quad (18)$$

В уравнении (18) положим $s = j\omega$ и построим области устойчивости замкнутой системы при различных значениях k_p, представленные на рис. 1.

В области устойчивости, соответствующей значению $k_p = 0$ выберем точку с координатами $k_\phi^* = 85.6$ и $k_{\dot{\phi}}^* = 42.8$. При выбранных значениях варьируемых параметров построим корневые годографы замкнутой системы в зависимости от величины k_p, представленные на рис. 2.

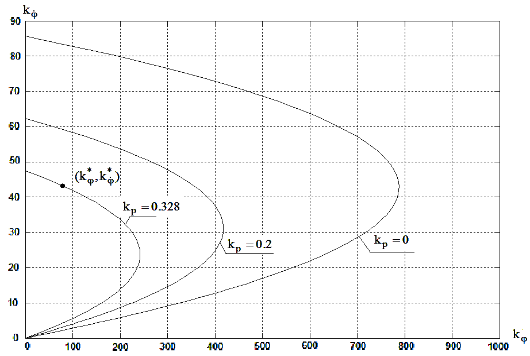

Рис. 1. Области устойчивости в плоскости варьируемых параметров (k_ϕ, $k_{\dot{\phi}}$) при различных значениях варьируемого параметра k_p

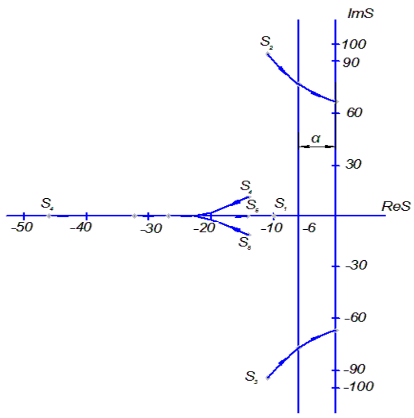

Рис. 2. Корневые годографы замкнутой САУ при изменении варьируемого параметра k_p

Из анализа рисунков можно сделать вывод, что с возрастанием величины k_p степень устойчивости системы уменьшается и при $k_p = 0.328$ комплексно-сопряженные корни s_2 и s_3 характеристического уравнения (18) попадают на мнимую ось плоскости корней, что соответствует потере замкнутой системой устойчивости. Во избежание этого можно задаться минимально-допустимой степенью устойчивости замкнутой системы стабилизации например, $\alpha = 0.6$. Этому значению степени устойчивости соответствует величина параметра k_p равная $k_p^* = 0.2$. Однако такое значение параметра k_p не приведет к заметному повышению степени астатизма замкнутой системы и, следовательно, к повышению свойства её инвариантности к действию внешних возмущений.

В работе [4] для придания системе автоматического управления свойства инвариантности к действию внешних возмущений, помимо повышения порядка астатизма, предлагается также использование управления по производным от ошибки. Действительно, представим сигнал, формируемый электронным блоком стабилизации, в виде

$$U(t) = k_\phi U_\phi(t) + k_{\dot{\phi}} U_{\dot{\phi}}(t) + k_{\ddot{\phi}} U_{\ddot{\phi}}(t) + k_p U_p(t), \quad (19)$$

где $U_{\ddot{\phi}}(t)$ – сигнал, пропорциональный угловому ускорению объекта,

$$U_{\ddot{\phi}}(t) = k_a \frac{d^2\phi(t)}{dt^2}. \qquad (20)$$

С учетом соотношений (19) и (20) передаточная функция разомкнутой системы стабилизации записывается в виде

$$W_p(s) = \frac{k_п k_д k_у [k_\phi k_г + k_{\dot{\phi}} k_c s + k_{\ddot{\phi}} k_a s^2]}{s^2 (T_г s + 1)(T_1^2 s^2 + T_2 s + 1 - k_д k_ц k_p)}. \qquad (21)$$

В результате характеристическое уравнение замкнутой системы стабилизации принимает вид

$$T_1^2 T_г s^5 + (T_1^2 + T_2 T_г) s^4 + [T_2 + T_г(1 - k_д k_ц k_p)] \times$$
$$\times s^3 + [(1 - k_д k_ц k_p) + k_п k_д k_ц k_{\ddot{\phi}} k_a] s^2 + \qquad (22)$$
$$+ k_п k_д k_у k_c k_{\dot{\phi}} s + + k_п k_д k_у k_г k_\phi = 0.$$

Разрешим уравнение (22) относительно варьируемого параметра $k_{\ddot{\phi}}$ и в полученном соотношении произведем замену $s = j\omega$. Тогда, с учетом значений варьируемых и неварьируемых параметров:

$$k_{\ddot{\phi}} = X(\omega) + jY(\omega) = 0.297 \cdot 10^{-4} \omega^2 -$$
$$-0.306 \cdot \left(1 - 359 \cdot k_p\right) + 85.63 / \omega + j \cdot \left(0.306/\omega\right) \times \qquad (23)$$
$$\times \left(27.82 - 0.54 \cdot 10^{-2} \omega^2 + 0.1164 \cdot 10^{-7} \omega^4\right).$$

В комплексной плоскости $(X(\omega), Y(\omega))$ построим в соответствии с соотношение (23) кривую, ограничивающую на действительной оси отрезок, представляющий собой область устойчивости замкнутой системы (рис. 3). Анализ рис. 3 приводит к выводу, что при $a = 0.1 \le k^*_{\ddot{\phi}} \le b = 13.2$ замкнутая система стабилизации является устойчивой в широком диапазоне изменения варьируемого параметра k_p, в частности, при $k^*_p = 0.736$, что обеспечивает условие (16), что доставляет системе стабилизации астатизма третьего порядка и обращение в нуль первых трех коэффициентов ошибок.

Выводы

Для повышения точности системы стабилизации технического объекта необходимо обеспечить свойство инвариантности замкнутой системы к действию внешних возмущений, для чего вместо закона

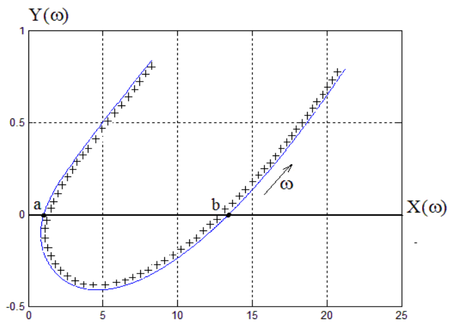

Рис. 3. Область устойчивости
в плоскости комплексного параметра $k_{\ddot{\phi}}$

управления по отклонению (5) следует использовать комбинированный закон управления (6). С возрастанием варьируемого параметра k_p повышается степень астатизма системы стабилизации; вместе с тем, одновременно уменьшается степень устойчивости системы, поэтому для разрешения указанного противоречия величину параметра k_p следует выбирать на основе компромисса между степенью астатизма и степенью устойчивости системы стабилизации.

Использование закона управления (19) позволяет повысить степень астатизма системы стабилизации без заметного снижения её степени устойчивости.

Список литературы

1. *Структурно-параметрический синтез стабилизатора упругой танковой пушки. Часть II. Параметрический синтез и сравнительный анализ стабилизаторов различной структуры. / М.Д. Борисюк, А.С. Куценко, Т.Е. Александрова, А.С. Мазманишвили // Озброєння та військова техніка. – 2014. – № 4. – С. 27-34.*
2. *Александров Є.Є. Автоматичне керування рухомими об'єктами і технологічними процесами. Том I. Теорія автоматичного керування / Є.Є. Александров, Е.П. Козлов, Б.І. Кузнецов. – Х.: НТУ «ХПІ». 2002. – 490 с.*
3. *Александрова Т.Е. Об особенностях построенияинвариантнойсистемынаведения и стабилизациитанковой пушки / Т.Е. Александрова, А.А. Лазаренко, А.В. Зейн // Системи озброєння і військова техніка. – 2014. – № 4 (40). – С. 3-6.*
4. *Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. – Санкт-Петербург: Профессия, 2003. – 752 с.*

Поступила в редколлегию 26.08.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. С.М. Порошин, Национальный технический университет "ХПИ", Харьков.

СТІЙКІСТЬ ТА ІНВАРІАНТНІСТЬ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ СТАБІЛІЗАЦІЇ ОБ'ЄКТІВ ВІЙСЬКОВОГО ПРИЗНАЧЕННЯ

Т.Є. Александрова, А.О. Лазаренко

Розглядається взаємозв'язок між властивостями інваріантності лінійної системи стабілізації до дії зовнішніх збурень і її стійкістю. Запропоновано закон стабілізації, що забезпечує високий порядок астатизму системи без помітного погіршення її запасу стійкості.

Ключові слова: *танкова гармата, система наведення і стабілізації, інваріантність до зовнішніх збурень, стійкість.*

STABILITY AND INVARIANT LINEAR SYSTEMS OF STABILIZATION OF MILITARY FACILITIES

T.Ye. Aleksandrova, A.A. Lazarenko

The relation between the properties of the invariance of the linear stabilizing system to the action of external disturbances and her resistance. Proposed stabilization law, which provides higher order astatism system without noticeable degradation of its safety factor.

Keywords: *tank gun, system guidance and stabilization, invariance to external perturbations, stability.*