УДК 697.922:628.852.2

С.В. Сукач

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського, Кременчук

СИСТЕМНИЙ ПІДХІД ДО МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ВЕНТИЛЯЦІЙНИХ СИСТЕМ

Розроблена математична модель вентиляції та запропонований сучасний підхід до побудови систем управління вентиляційними системами, використання яких дозволяють враховувати зміну фізичних чинників повітряного середовища та своєчасно отримувати технологічну інформацію. З'являться можливість оперативного та ефективного контролю і управління основними параметрами мікроклімату.

Ключові слова: *математична модель, система вентиляція, приміщення підвищеної комфортності, коефіцієнт комфортності.*

Вступ

Актуальність роботи. Створення сприятливих умов праці – процес складний і залежить від цілого комплексу чинників: зовнішніх атмосферних (температури повітря, тиску, сонячної активності), організаційних (активності проведення робіт, годинного проміжку, кількісного складу), мікрокліматичних (концентрації кисню, вологості, температури приміщень і т.д.), фізіологічних (самопочуття, стан здоров'я, психологічний стан) [1–3]. Однією із таких основних умов є створення комфортного і безпечного повітряного простору, що досягається своєчасним видаленням шкідливих чинників і підтримкою параметрів повітря в приміщенні в регламентованих межах, визначених нормативними документами. Основні параметри повітряного середовища, такі як температура повітря, відносна вологість і швидкість руху повітря, отримали назву мікроклімату [1, 2, 5].

Відомо, що для забезпечення необхідних параметрів приміщень потрібна відповідна сукупність устаткування, елементів для переміщення, розподілу повітря й очищення забрудненого повітря, тобто потрібна сукупність виконавчих пристроїв і система управління ними.

Аналіз попередніх досліджень. Розрахунку, побудові й автоматизації систем вентиляції та кондиціювання повітря присвячена достатня кількість публікацій [6, 8], проте вони не повною мірою описують фізичні аспекти формування необхідного повітряного режиму в приміщенні.

З іншого боку, існує багато літературних джерел стосовно теплофізичних аспектів формування необхідного температурного або тепловологісного режиму в приміщенні, які враховують динамічні характеристики вентиляційних агрегатів, але не забезпечують керування мікрокліматичними параметрами в зоні комфортності [3].

Безліч параметрів повітряного середовища, що необхідно враховувати, зумовлюють необхідність створення багатофункціональних моделей систем управління, які б підтримували дані параметри в межах санітарно-гігієнічних норм, створюючи, тим самим, здорові умови праці.

Мета роботи. Розробка математичної моделі вентиляційної системи під час нормалізації мікрокліматичних параметрів у приміщеннях.

Основний матеріал

Створення оптимального складу повітряного середовища в приміщенні може здійснюватися за допомогою систем вентиляції (СВ), завданням яких є підтримка комфортних для людини параметрів повітряного середовища [2, 3, 6, 7].

Задля досягнення поставленої у роботі мети розроблено блок-схему системи управління вентиляційною системою із розгалуженою аеромережею (рис. 1). Показники температури та відносної вологості повітря після блоків розрахунку температурі, відносної вологості та масової частини повітря подаються на блок регресійної моделі, до складу якого введено рівняння регресії коефіцієнта комфортних значень [7]. Далі розрахункові значення коефіцієнтів надходять до системи управління вентиляційним комплексом.

Дослідження тепловологісного режиму у приміщеннях підвищеної комфортності (рис. 1) ураховує рівняння теплового балансу, вологовміст повітря, його відносну вологість, об'ємну вагу та масу сухого повітря, вологовмісну суміш, парціальний тиск водяної пари суміші, питому масову теплоємність.

Приміщення підвищеної комфортності (рис. 1) описане за допомогою рівняння теплового балансу [5]:

$$\left(G_п + G_в\right) \cdot C_c t_c = G_п C_п t_п + G_в C_в t_в , \qquad (1)$$

де $G_п$ – масова частина повітря в приміщенні, кг; $G_в$ – масова частина повітря, що подається з вулиці, кг; $t_п$, t_d, t_c – температура повітря в приміщенні, повітря, що подається з вулиці та температура суміші, °С; $C_п$, $C_в$, C_c – теплоємність повітря в приміщенні, вуличного повітря та суміші (0,2402 кал/(г·град)).

© С.В. Сукач

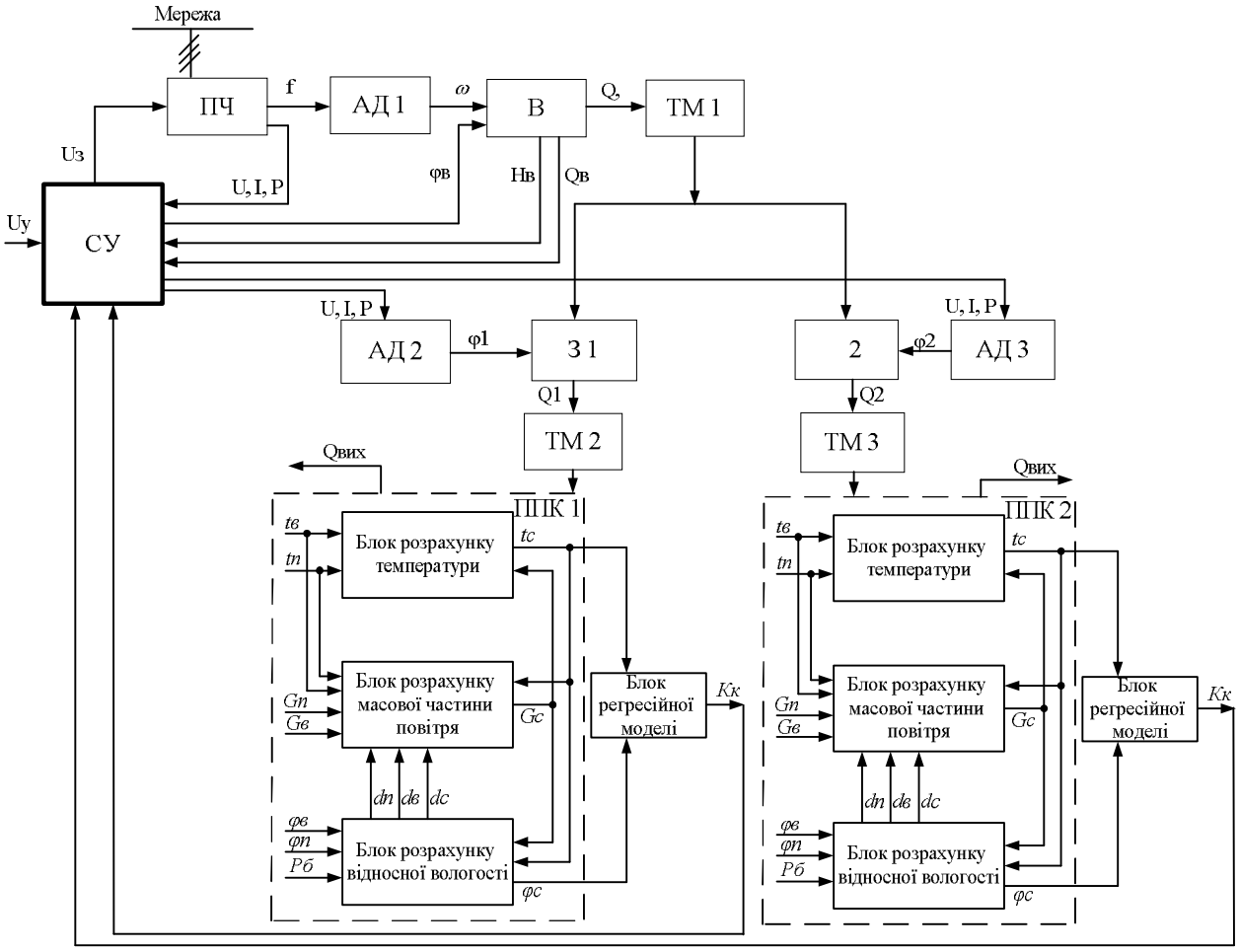

Рис. 1. Блок-схема системи управління вентиляційним комплексом із розгалуженою аеромережею: СУ – система управління (блок регресійної моделі та мікроконтролер); ПЧ – перетворювач частоти; АД – асинхронний двигун; В – вентилятор з аеродинамічним пристроєм регулювання; ТМ – трубопровідна аеромережа; З – засувка; ППК – приміщення підвищеної комфортності; Кк – коефіцієнт комфортності

Окрім вже відомого рівняння теплового балансу (1) в моделі враховувалися такі вирази:

вологовміст повітря, г/кг:

$$d = 622\frac{p_{ВП}}{p_Б - p_{ВП}}, \qquad (2)$$

де $p_{ВП}$ – парціальний тиск водяних парів, мм рт. ст.;

$p_Б$ – барометричний тиск (приймався рівним 760 мм рт. ст.);

відносна вологість повітря, %:

$$D = \frac{p_{ВП}}{p_Н}100\%, \qquad (3)$$

де $p_Н$ – тиск водяних парів, що насичують повітря, мм рт. ст.;

об'ємна вага сухого повітря, кг/м^3:

$$\gamma_{СВ} = 0,465\frac{p_Б - p_{ВП}}{T[K]}, \qquad (4)$$

де $T[K]$ – температура в градусах Кельвіна;

маса сухого повітря, кг:

$$G = V \cdot \gamma, \qquad (5)$$

де V – об'єм повітря, м^3;

вологовміст суміші, г/кг:

$$d_c = \frac{G_1 \cdot d_1 + G_2 \cdot d_2}{\sum G}, \qquad (6)$$

парціальний тиск водяних парів суміші, мм рт. ст:

$$p_{ВПС} = \frac{d_c \cdot p_Б}{d_c + 622}; \qquad (7)$$

питома масова теплоємність, кДж/(кг·К):

$$C_p = \frac{C_{СВ} + C_{ВП} \cdot d}{1000}, \qquad (8)$$

де $C_{СВ}$ – питома масова теплоємність сухого повітря, 1,005 кДж/кгК;

$C_{ВП}$ – питома масова теплоємність водяного пара, 1,8068 кДж/(кг·К).

Відповідно до функціональної схеми та приведених рівнянь (1)–(8) розроблено модель приміщення підвищеної комфортності (рис. 2).

При цьому були прийняті деякі допущення, а саме: не враховувалась температурна інерційність огороджуючих конструкцій та конвекція повітряних шарів у приміщенні.

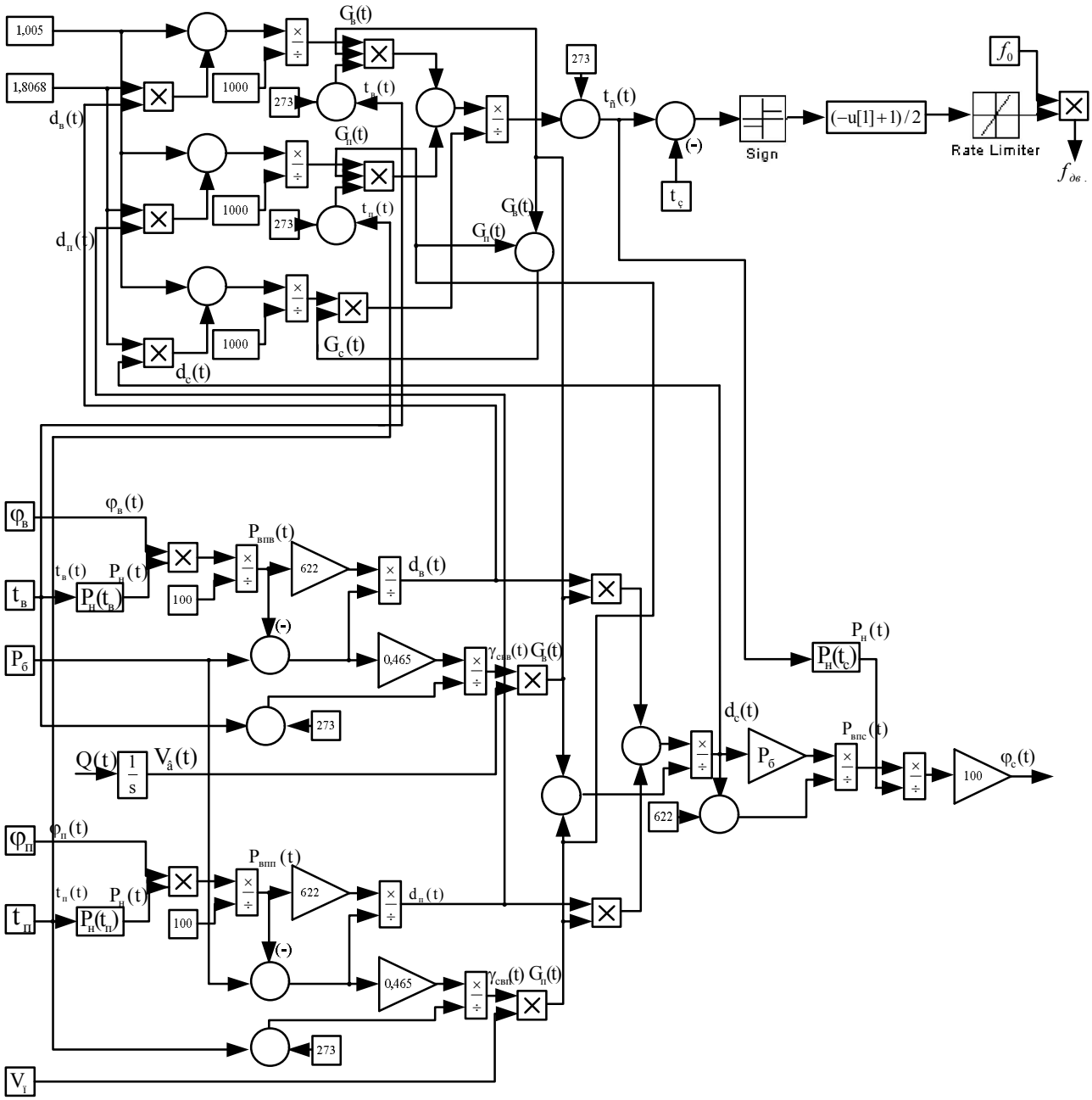

Рис. 2. Модель приміщення підвищеної комфортності

Основним завданням і вимогою до вентиляційних систем є підтримка необхідного температурного режиму в приміщенні та забезпечення чистоти і свіжості повітря в ньому. Для виконання цих вимог необхідне, насамперед, управління витратою повітря головної вентиляторної установки та розподілення повітря в секціях витяжної системи за допомогою засувок із регульованими електричними приводами.

Для індикації основних параметрів повітря – температури та відносної вологості – необхідне використання відповідних датчиків для отримання змоги індивідуального провітрювання приміщень. Окрім того, система повинна щонайшвидше вирівнювати контрольовані параметри та давати можливість неконфліктного управління витратою повітря кожного з приміщень.

Для розробки адекватної моделі вентиляційної системи необхідно виконати математичний опис усіх елементів, що входять до його складу.

Для опису приводних асинхронних двигунів вентилятора та засувок скористаємось лінеаризованою моделлю асинхронного двигуна [10].

Основною характеристикою асинхронного двигуна є його механічна характеристика – залежність моменту, що створюється на валу двигуна, від величини ковзання *s* (або кутової швидкості).

Ковзання АД визначають за формулою:

$$s = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0}, \qquad (8)$$

де $\omega_0 = \dfrac{2\pi f_0}{p_п}$ – швидкість неробочого ходу, c^{-1};

f_0 – частота напруги живлення АД, Гц;

$p_п$ – кількість пар полюсів асинхронної машини.

Ділянка механічної характеристики, де $s < s_к$, називається робочою ділянкою; при $s > s_к$ має місце зона нестійкої роботи ЕМ. На робочій ділянці залежність $M = f(s) = f(\omega)$ лінійна, тобто її можна описати прямою:

$$M = \frac{M_к}{s_к} s = \frac{M_к}{s_к} \frac{(\omega_0 - \omega)}{\omega_0} = \beta(\omega_0 - \omega), \quad (9)$$

де $\beta = \frac{M_к}{s_к \omega_0}$ – жорсткість механічної характеристики АД.

Отримане рівняння (9) є моделлю електричного кола асинхронної машини. Однак у ньому не враховують протікання струму по обмотках і зміну моментів двигуна.

Для врахування цих факторів вносять електромагнітну сталу часу АД:

$$T_e = \frac{1}{\omega_0 s_к}, \quad (10)$$

де $s_к$ – критичне ковзання двигуна.

З урахуванням T_e рівняння електромагнітної рівноваги та рівняння механічного руху ротора АД відповідно матимуть вигляд:

$$\begin{cases} T_e \frac{dM}{dt} = \beta(\omega_0 - \omega) - M; \\ J \frac{d\omega}{dt} = M - M_c, \end{cases} \quad (11)$$

де M – електромагнітний момент АД, $Н \cdot м$;

M_c – статичний момент, $Н \cdot м$;

J – момент інерції АД, $кг \cdot м^2$.

Система диференціальних рівнянь (11) є математичною моделлю АД, яка у формі передавальних функцій має вигляд:

$$\begin{cases} W_1(s) = \frac{M(s)}{\omega_0(s) - \omega(s)} = \frac{\beta}{T_e s + 1}; \\ W_2(s) = \frac{\omega(s)}{M(s) - M_c(s)} = \frac{1}{Js}. \end{cases} \quad (12)$$

Вентилятор представлений рівняннями вигляду [4]:

$$H_{вх} = H_0 \nu^2 - R_{вн} Q^2; \quad (13)$$

$$H_{вх} = T_в \frac{dH_{вих}}{dt} + H_{вих}, \quad (14)$$

де H_0 – тиск, що розвиває вентилятор при нульовій подачі, м;

$R_{вн}$ – внутрішній опір вентилятора, $с^2/м^5$;

$\nu = \omega_{вент} / \omega_{вент.н}$ – відносна швидкість обертання робочого колеса вентилятора; $\omega_{вент}$, $\omega_{вент.н}$ – поточна та номінальна частоти обертання вентилятора, $с^1$;

$H_{вх}$, $H_{вих}$ – напори на вході та виході робочого колеса вентилятора відповідно, м;

$T_в$ – постійна часу, що враховує динамічні властивості вентилятора, с.

Стала часу вентилятора:

$$T_в = J_н \frac{\omega_н}{M_н}, \quad (15)$$

де $J_н = 1{,}1 J_{дв}$ – момент інерції, $кг \cdot м^2$;

$J_{дв} = 8750 \frac{P_н}{n_н^2}$ – момент інерції привода вентилятора, $кг \cdot м^2$;

$P_н, n_н$ – номінальна потужність на валу та частота обертання кВт, об/хв;

$M_н = \frac{P_н}{\omega_н}$ – номінальний момент двигуна, Н·м.

Моделювання моменту опору здійснюється згідно вентиляторної характеристики, наведеною на рис. 3.

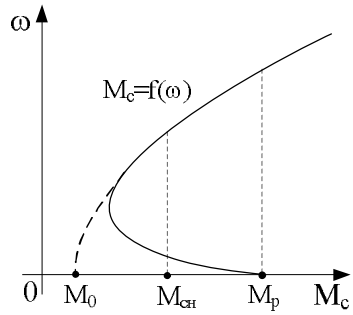

Рис. 3. Характеристика вентилятора

Промислові механізми характеризуються різними механічними властивостями та мають різноманітні механічні характеристики. Для більшості технологічних механізмів характеристика $M = f(\omega)$ може бути аналітично описана за допомогою узагальненої формули Бланка [7]:

$$M_c(\omega) = M_0 + (M_{сн} - M_0)(\omega/\omega_н)^p. \quad (16)$$

Для вентилятора ця характеристика має наступний вигляд:

$$M_c(\omega) = M_0 + (M_{сн} - M_0)(\omega/\omega_н)^2, \quad (17)$$

де $M_0 \approx (0{,}3 \div 0{,}8) M_{сн}$ – момент неробочого ходу машини, $Н \cdot м$;

Під час моделювання трубопровідної аеромережі правдива електроаеродинамічна аналогія (табл. 1), оскільки рівняння поширення хвиль тиску в трубах за формою схожі із законами поширення електромагнітних хвиль й описуються квазілінійною системою диференціальних рівнянь [8, 9]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial H}{\partial x} + \dfrac{1}{gS}\dfrac{\partial Q}{\partial t} + \dfrac{\lambda}{d}\dfrac{1}{S^2}\dfrac{Q|Q|}{2g} = 0; \\ \dfrac{\partial H}{\partial t} + \dfrac{c^2}{gS}\dfrac{\partial Q}{\partial x} = 0, \end{cases} \quad (18)$$

де h, q – п'єзометричний напір і витрата повітря в поточному перерізі трубопроводу відповідно, м, м^3/с; $S = \pi d^2/4$ – площа поперечного перерізу, м^2; d – діаметр трубопроводу, м; λ – безрозмірний коефіцієнт опору трубопроводу; c – швидкість поширення звуку в середовищі, м/с (для повітря c = 340 м/с); $g = 9{,}81\ м/с^2$ – прискорення вільного падіння.

Таблиця 1

Показники електроаеродинамічної аналогії

Лінія електропередачі	u	i	r	L	C
Трубопровідна мережа	h	q	$\lambda/(dS^2 2g)$	$1/gS$	c^2/gS

У зв'язку з цим під час моделювання мережі може бути використаний математичний апарат розв'язання відомих з електротехніки хвильових (телеграфних) рівнянь, що полягає в заміні електричної лінії з розподіленими параметрами системою еквівалентних чотириполюсників із зосередженими параметрами. Така заміна дозволяє визначити напір і продуктивність у різних точках мережі.

Для розв'язання телеграфних рівнянь, а також рівнянь поширення тиску в трубі застосовують метод сіток або метод скінченних елементів, що дозволяє розбити схему заміщення (рис. 4) на скінченне число інтервалів однакової довжини й вважати на кожному інтервалі тиск і продуктивність постійними.

Таке перетворення відповідає заміні довгої лінії ланцюговим з'єднанням n-чотириполюсників (ділянок трубопровідної мережі скінченної довжини) (рис. 6) та переходу від частинних похідних, що входять до системи (18), до різницевих аналогів:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{H_{вих} - H_{вх}}{l_{діл.}}; \quad (19)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_{вих} - Q_{вх}}{l_{діл.}}, \quad (20)$$

де $l_{діл.} = L/n$ – довжина ділянки трубопроводу;

$H_{вх}, H_{вих}$ – напір на вході та виході ділянки;

$Q_{вх}, Q_{вих}$ – продуктивність мережі на початку й у кінці ділянки відповідно.

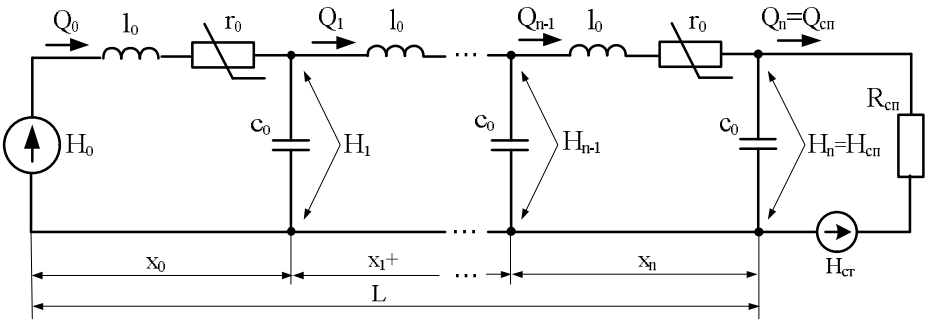

Рис. 4. Схема заміщення аеромережі методом чотириполюсників: H_0, Q_0, $H_п, Q_п$ – напір і продуктивність на початку і в кінці мережі відповідно; $R_{сп}, H_{сп}, Q_{сп}$ – гідравлічний опір, напір і витрата споживача ; $H_{ст}$ – статичний напір мережі; r_0, l_0, c_0 – питомі параметри трубопровідної мережі; L – довжина ТМ

Зазначимо, що вихідні параметри попередньої ділянки є вхідними для наступної.

Для i-го чотириполюсника рівняння напору і продуктивності матимуть вигляд:

$$\begin{cases} H_i - H_{i-1} + l_0 l_{діл.}\dfrac{dQ_{i-1}}{dt} + r_0 l_{діл.} Q_{i-1}|Q_{i-1}| = 0; \\ \dfrac{dH_i}{dt} + c_0\dfrac{1}{l_{діл.}}(Q_i - Q_{i-1}) = 0, \end{cases} \quad (21)$$

де $r_0 = \dfrac{\lambda}{S^2 d}\dfrac{1}{2g}$, $c_0 = \dfrac{c^2}{Sg}$;

$l_0 = \dfrac{1}{Sg}$ – питомі параметри ділянки трубопроводу (гідравлічний опір, ємність, індуктивність);

$H_i, Q_i, H_{i-1}, Q_{i-1}$ – напір і продуктивність на виході та вході i-го чотириполюсника (ділянки мережі) відповідно.

Таким чином, систему рівнянь (21) для трубопровідної мережі, що реально складається з двох диференціальних рівнянь у частинних похідних, наближено замінюють системою звичайних диференціальних рівнянь.

Коефіцієнт аеродинамічного тертя λ розраховують за формулою Альтшуля:

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{k_e}{d} + \frac{68}{Re}\right)^{0.25}; \quad (22)$$

$$Re = \frac{Qd}{S\nu}, \quad (23)$$

де k_e – коефіцієнт нерівності труби, м; Re – безрозмірне число Рейнольдса; ν – кінематичний коефіцієнт в'язкості.

Споживач описується рівнянням вигляду:

$$H = R_{сп} Q^2, \qquad (24)$$

де $R_{сп}$ – аеродинамічний опір споживача.

Аеродинамічна характеристика регульованої засувки в загальному випадку може бути описана виразом [9]:

$$\xi_{зас}(\beta) = A((1/\beta) - 1)^C + B((1/\beta) - 1)^D + \xi_0, \qquad (25)$$

де $\xi_{зас}$ – коефіцієнт опору засувки;

$\beta = \phi_{шп.} / (2\pi n)$ – відносний ступінь відкриття засувки;

$\phi_{шп.}(t) = \int \omega_{шп}(t)dt$ – поточний кут повороту шпінделя арматури, рад;

$\omega_{шп} = \omega_{дв.} / i$ – поточна частота обертання шпинделя арматури, $с^{-1}$;

$\omega_{дв.}$ – поточна частота обертання вала приводного електродвигуна, $с^{-1}$;

i – передаточне відношення редуктора електроприводу засувки; n – кількість обертів, необхідна для повного закриття засувки;

A, B, C, D – коефіцієнти апроксимації, що залежать від типу трубопровідної арматури; ξ_0 – коефіцієнт аеродинамічного опору при повному відкритті арматури ($\beta = 1$).

Таке представлення трубопровідної мережі дозволяє встановити регулювальну засувку і досліджувати динамічні процеси на будь-якій її ділянці. На моделі, трубопровідна арматура встановлена на останній ділянці аеромережі (рис. 4) для забезпечення необхідних значень тиску $H_{сп.}$ і витрати $Q_{сп.}$, тиск біля засувки визначається за формулою:

$$H_{зад.}(t) = (R_{зад.}(t) + R_{потр.н})Q^2_{потр.}(t), \qquad (26)$$

де $R_{зад.}(t) = \dfrac{\xi_{зад.}(\beta(t))}{2gS^2}$ – аеродинамічний опір засувки, $с^2/м^5$.

Для повітряних засувок характерними є наявність зони нечутливості, коли коефіцієнт опору β змінюється несуттєво при повороті кута $\varphi_{шп.}$ та наявність мінімальної витрати повітря за умови повністю закритої засувки.

Згідно з вищевказаними математичними виразами розроблена структурна схема математичної моделі (рис. 5).

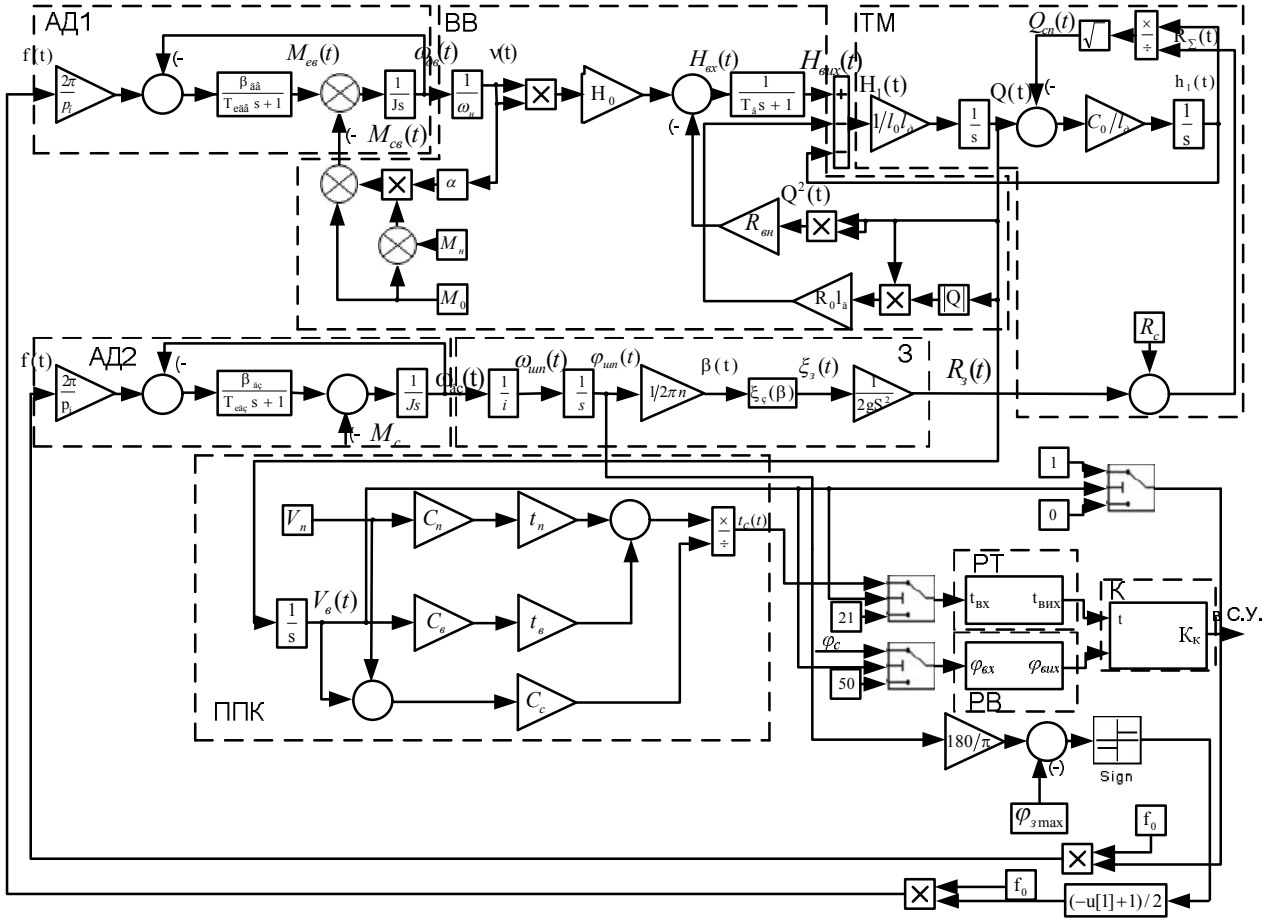

Рис. 5. Структурна блок-схема математичної моделі вентиляції приміщення

Математична модель, рис. 5, включає відцентровий вентилятор (ВВ) із приводним асинхронним двигуном вентилятора (АД1), регулюючий засіб розгалуженої аеромережі (З) із приводними асинхронними двигунами (АД2), ділянку трубопровідної аеромережі (ТМ), приміщення підвищеної комфортності (ППК) та регулятори температури, відносної вологості повітря (РТ, РВ) і підсистему коефіцієнта комфортності (Кк) [6, 7], які складають блок регресійної моделі.

Модель дозволяє досліджувати температурно-вологісний режим при штучному завданні внутрішньої і зовнішньої температури повітря та об'єму приміщення. Регулюючий засіб розгалуженої аеромережі (засувка) спрацьовує за фактом досягнення об'єму повітря в приміщенні, що дорівнює об'єму завдання, після цього вимикається приводний двигун вентилятора.

Таким чином, отримана блок-схема математичної моделі вентиляційної системи дозволяє проводити дослідження та стабілізувати мікрокліматичні параметри у приміщеннях під час динамічних режимів роботи.

Висновки

Розроблено математичну модель вентиляції та запропоновано сучасний підхід до побудови систем управління вентиляційними системами, використання якого дозволяє підтримувати мікрокліматичні показники в нормованих межах.

Встановлено необхідність оснащення приміщень загального користування датчиками параметрів повітряного середовища відповідно до чинників, за якими здійснюється керування.

Запропонована модель дозволяє перевірити відповідність встановленого устаткування на можливість виведення шкідливих речовин за встановлений нормами час, оскільки при прийомі в експлуатацію подібних вентиляційних установок необхідна перевірка на ефективність видалення шкідливих чинників.

Список літератури

1. *Седов А.В. Обеспечение комфорта человека в помещении посредством инженерных систем / А.В. Седов, П. Д. Челишков, И.В. Редин // Вісник Державної національної академії будівництва і архітектури. – 2009. – Вип. 2009-5 (79). – С. 94-97.*
2. *Богословский В.Н. Отопление и вентиляция: учебн. для вузов / В.Н. Богословский, В.П. Щеглов, Н.Н. Разумов. – М.: Стройиздат, 1980. – 180 с.*
3. *Вентилювання приміщень / С.С. Жуковський, О.Т. Возняк, О.М. Довбуш, З.С. Люльчак. – Л.: Львівська політехніка, 2007. – 476 с.*
4. *Талиев В.И. Аэродинамика вентиляции: учеб. пособ. для вузов / В.И. Талиев. – М.: Стройиздат, 1979. – 295 с.*
5. *Справочник по пыле и золоулавливанию. 2-е изд., перераб. и доп. / М.И. Биргер, А.Ю. Вальберг, Б.И. Мягков [и др.] – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 312 с.*
6. *Сукач С.В. Сучасний аспект розв'язання проблеми вентилювання навчальних приміщень різного призначення / С.В. Сукач // Містобудування та територіальне планування: наук.-техн. зб. – К.: КНУБА, 2014. – Вип. 52. – С. 387-393.*
7. *Шульга Ю.И. К решению задач управления микроклиматом в помещениях учебных заведений / Ю.И. Шульга, А.П. Черный, С.В. Сукач // Проблеми охорони праці в Україні. – 2010. – Вип. 19. – С. 37-44.*
8. *Лапко В.В. Математическая модель переходных аэродинамических процессов в вентиляционных сетях с сосредоточенными и распределенными параметрами. Вісті Донецького гірничого інституту: Всеукраїнський наук.-техн. ж. гірничого профілю / В.В. Лапко, О.Ю. Чередникова; гол. ред. Є.О. Башков – Донецьк: ДВНЗ «ДонТУ», друге видання, 2008. – 218 с.*
9. *Кравец А. М. Особенности динамических режимов в гидротранспортных системах с управляемой трубопроводной арматурой / А.М. Кравец, Т.В. Коренькова // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету: зб. наук. пр. КДПУ. – Кременчук: КДПУ, 2007. – Вип. 3/2007 (44), част. 1. – С. 162-167.*
10. *Моделирование электромеханических систем: учеб. пособ. / А.П. Черный, А.В. Луговой [и др.]. – Кременчуг, 1999. – 204 с.*

Надійшла до редколегії 17.06.2016

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.А. Глива, Національний авіаційний університет, Київ.

СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ВЕНТИЛЯЦИОННЫХ СИСТЕМ

С.В. Сукач

Разработана математическая модель вентиляции и предложен современный подход к построению систем управления вентиляционными системами, использование которых позволяет учитывать изменение физических факторов воздушной среды и своевременно получать технологическую информацию, появляется возможность для оперативного и эффективного контроля и управления основными параметрами микроклимата.

Ключевые слова: *математическая модель, система вентиляция, помещение повышенной комфортности, коэффициент комфортности.*

SYSTEM CONCEPTION TO MATHEMATICAL MODELING OF VENTILATION SYSTEM

S.V. Sukach

The mathematical model of ventilation has been developed and has been proposed a modern approach to the construction of ventilation controlling systems, the use of which allows to take into account changes in physical factors of the air and timely get technological information. The possibility of quick and effective monitoring and controlling of the main microclimate parameters appears.

Keywords: *mathematical model, ventilation system, superior room, comfort factor.*