УДК 355

В.В. Шулежко, Я.О. Деркач

Харківський національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВЕДЕННЯ БОЙОВИХ ДІЙ ГРУПОЮ ЗЕНІТНИХ РАКЕТНИХ ДИВІЗІОНІВ В УМОВАХ ПОВЕДІНКОВОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ДІЙ ЗАСОБІВ ПОВІТРЯНОГО НАПАДУ

У статті обґрунтовано та запропоновано в якості моделі протидії двох сторін антагоністичну математичну гру двох гравців, яка визначає найбільш оптимальні бойові порядки повітряного противника та групи зенітних ракетних дивізіонів.

Ключові слова: *бойовий порядок групи дивізіонів, поведінкова невизначеність, теорія ігор.*

Вступ

Постановка проблеми. Під час підготовки та реалізації плану повітряної операції головне місце в діях засобів повітряного нападу (ЗПН) займає завоювання переваги в повітрі, яке передбачає подавлення сил і засобів протиповітряної оборони (ППО), особливо на початковому етапі воєнних дій. Для протидії ЗПН може розгортатись група зенітних ракетних дивізіонів (*зрдн*). Виконання завдань групою зрдн з прикриття об’єктів і військ залежить від варіантів побудови бойового порядку групи дивізіонів. Під бойовим порядком групи дивізіонів розуміють розташування на місцевості КП групи дивізіонів та *зрдн* для ведення протиповітряного бою [1]. Для визначення раціональної побудови бойового порядку виникає необхідність в прогнозуванні ефективності бойових дій групи дивізіонів в умовах невизначеності варіанту розподілу ЗПН за азимутом, висотами та швидкостями польоту. Отже, визначення значення ефективності бойових дій можливе за результатами моделювання протиборства між групою *зрдн* і угрупованням ЗПН.

Аналіз літератури. Проведений аналіз літератури показав, що в [2] розглядається імітаційно-статистична модель протиборства групи *зрдн* та угруповання ЗПН, яка призначена для оцінки очікуваних результатів процесу розвитку бойових дій групи *зрдн* з відбиття ударів засобів повітряного нападу. Модель дозволяє визначити оцінки значень імовірнісних показників ефективності бойових дій для варіанта оперативного шикування військ (сил) та конкретного варіанта удару ЗПН, що розглядаються.

В [3] розглядається аналітико-стохастична модель протистояння між групою *зрдн* і угрупованням ЗПН, яка основана на розгляді можливих станів бойових дій групи *зрдн* та виявленні аналітичних виразів для інтегральних характеристик бойових дій.

Мета статті. Обґрунтувати в якості математичної моделі протистояння групи *зрдн* і угруповання ЗПН антагоністичну математичну гру двох гравців.

Виклад основного матеріалу

В керівних документах визначено порядок організації підготовки та ведення бойових дій з прикриття від ударів ЗПН важливих об’єктів держави або угруповання військ (сил) під час ведення наземної оборонної операції або в інших операціях. З точки зору формалізованого опису такої операції слід розглядати протидію двох сторін:

– сторона А – це група *зрдн*, на озброєнні якої знаходиться ЗРК С-300П, завдання якої полягає в прикритті від ударів ЗПН важливих об’єктів держави або угруповання військ (сил);

– сторона В – це угруповання ЗПН, завдання якого полягає в нанесенні ударів по важливим об’єктам держави або угрупованням військ (сил), а також по *зрдн* зі складу групи.

Ціль операції яка визначена вище відповідає цілі оперуючої сторони в операції. В формальному поданні в операції двох сторін, кожна сторона переслідує свої цілі. Кожна із сторін в операції не володіє інформацією щодо змісту засобів ураження і їх застосування. Для сторони А слід розглядати застосування засобів ураження стороною В в умовах поведінкової невизначеності. Виходячи із вищезазначеного в якості моделі групи *зрдн* в умовах поведінкової невизначеності застосування засобів повітряного нападу може бути визначена математична гра двох гравців з нульовою сумою під якою, у відповідності до [4–6], розуміється кортеж виду

$$ГА=<\{A, B\}, SA, SB, \left\{\overline{S}\right\}_{\overline{S}\in S_A\times S_B}, WA, WB>, \qquad (1)$$

де $\{A, B\}$ – множина двох гравців;

S_A, S_B – множини стратегій образів дій відповідно сторін А та В;

$\left\{\overline{S}\right\}_{\overline{S}\in S_A\times S_B}$ – множина конфліктних ситуацій, як декартовий добуток множин образів дій сторін;

W_A, W_B – виграш (результат) дій сторін в операції відповідно сторони А та В.

Для всякої гри двох осіб з нульовою сумою може бути визначена нижня та верхня границя гри,

© Шулежко В.В., Деркач Я.О., 2017

які визначаються виразами:

$$\alpha = \max_{S_i} \min_{S_j} a_{ij} ;$$

$$\beta = \min_{S_j} \max_{S_i} a_{ij} ,$$

де $S_i \in S_A$, $S_j \in S_B$;

a_{ij} – результат взаємодії сторін в конфліктній ситуації $\overline{S}_{ij} \in \{\overline{S}\}$.

Стратегія S_i, яка забезпечує стороні А нижню границю називається максимінною стратегією. Якщо сторона А буде притримуватись максимінної стратегії то їй забезпечиться виграш при любих стратегіях S_j сторони В, який, по крайній мірі, буде не менше α, тому він визначається як нижня границя гри.

Стратегія S_j яка забезпечує стороні В виграш, який гарантовано більше β називається мінімаксною стратегією, що означає що сторона В більше β не програє; тому таку оцінку називають верхньою границею гри.

У тих випадках, коли

$$\alpha = \max_{S_i} \min_{S_j} a_{ij} = \beta = \min_{S_j} \max_{S_i} a_{ij}$$

визначають, що гра має сідлову точку, це відповідає тому, що будь яка сторона, що відхилиться від пари оптимальних стратегій S_i^*, S_j^*, то вона тільки програє.

У відповідності до [4–6] всяка матрична гра двох гравців з нульовою сумою задається матрицею $A=(a_{ij})$, $i = \overline{1,m}$; $j = \overline{1,n}$ та має завжди розв'язок в області змішаних стратегій, який визначається у вигляді

$$<VA, X^*, Y^*>, \tag{2}$$

де V_A – ціна гри;

$X^*=\{x_i^*\}$, $i = \overline{1,m}$; $Y^*=\{y_i^*\}$, $j = \overline{1,n}$ – оптимальні вектори ймовірностей застосування стратегій $S_A^{(i)}$, $i = \overline{1,m}$; $S_B^{(j)}$, $j = \overline{1,n}$ відповідно гравців А та В.

В області змішаних стратегій маємо

$$\begin{aligned} V_A &= \max_{x\in X} \min_{y\in Y} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_i^* y_j^* = \\ &= \alpha = \beta = \min_{y\in Y} \max_{x\in X} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_i^* y_j^*, \end{aligned} \tag{3}$$

де X, Y – відповідно множини векторів ймовірностей застосування стратегій сторін А та В.

Розв'язок гри (1), який має вигляд (2), передбачає постановку та розв'язок відповідно за сторони А і В двох задач лінійного програмування.

Введемо таке позначення

$$p_i = \frac{x_i}{V_A},$$

тоді

$$\sum_{i=1}^{m} p_i = \sum_{i=1}^{m} \frac{x_i}{V_A} = \frac{1}{V_A}.$$

Для гравця А гри $Г_A$ маємо, що

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_i \ge V_A ,$$

при прийнятому вище позначенні тоді маємо, що

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} p_i \ge 1 .$$

Тоді за сторону А формулюється така задача лінійного програмування: визначити такий план (вектор) $P^*=\{p_i^*\}$, $i = \overline{1,m}$, на якому забезпечується мінімум лінійної форми

$$L_{min} = \min_{P} \sum_{i=1}^{m} p_i ,$$

при обмеженнях

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} p_i \ge 1, \quad p_i \ge 0, \quad i = \overline{1,m}; \quad j = \overline{1,n}.$$

Аналогічно при позначенні

$$q_i = \frac{y_i}{V_A},$$

будемо мати наступну задачу лінійного програмування, яку необхідно розглядати за сторону В: визначити такий вектор $Q^*=\{q_j^*\}$, $j = \overline{1,n}$, на якому забезпечується максимум лінійної форми

$$L_{max} = \max_{Q} \sum_{j=1}^{n} q_j ,$$

при обмеженнях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j \le 1, \quad q_j \ge 0, \quad i = \overline{1,m}, \quad j = \overline{1,n}.$$

Отримані рішення задач лінійного програмування за сторону А $P^*=\{p_i^*\}$, $i = \overline{1,m}$ та за сторону В $Q^*=\{q_j^*\}$, $j = \overline{1,n}$ за виразами

$$x_i^* = p_i^* \cdot V_A; \quad V_A = \frac{1}{L_{min}};$$

$$y_j^* = q_j^* \cdot V_A; \quad V_A = \frac{1}{L_{max}},$$

дозволяють визначити оптимальні вектори ймовірностей $X^*=\{x_i^*\}$, $i = \overline{1,m}$; $Y^*=\{y_i^*\}$, $j = \overline{1,n}$ відповідно сторін А та В, та визначити ціну гри V_A.

Тобто отримано розв'язок гри (1) у вигляді

$$<VA; X^*=\{xi^*\}; Y^*=\{yi^*\}>, \quad i = \overline{1,m}; \quad j = \overline{1,n}.$$

Висновки

Таким чином обґрунтовано та запропоновано в якості моделі протидії двох сторін, сторона А – групу зенітних ракетних дивізіонів та сторони В – угруповання засобів повітряного нападу, розглядати антагоністичну математичну гру двох гравців. Для сторони А може бути рекомендована найімовірніша стратегія $S_i^* \in S_A$, якій буде відповідати обґрунтований результат в конфлікті зі стороною В з врахуванням її поведінкової невизначеності стратегій образів дій.

Список літератури

1. Синтез адаптивних структур систем зенітного ракетно-артилерійського прикриття об'єктів і військ та оцінка їх ефективності (теорія, практика, тенденції розвитку): моногр. / А.Я. Торопчін, І.О. Кириченко, М.О. Єрмошин та ін. – Х.: ХУПС, 2006. – 348 с.

2. Моделювання бойових дій військ (сил) протиповітряної оборони та інформаційне забезпечення процесів управління ними (теорія, практика, історія розвитку: моногр. / В.П. Городнов, Г.А. Дробаха, М.О. Єрмошин, Є.Б. Смірнов, В.І. Ткаченко. – Х.: ХВУ, 2004. – 300 с.

3. Городнов В.П. Моделирование боевых действий частей, соединений и объединений войск ПВО / В.П. Городнов. – Х.: ВИРТа ПВО, 1987. – 380 с.

4. Вентцель Е.С. Исследование операцій / Е.С. Вентцель. – М.: Сов. радио, 1972. – 550 с.

5. Мухачёва Э.А. Математическое программирование игр / Э.А. Мухачёва, Г.Ш. Рубинштейн. – Н.: "Наука" Сибирское отделение, 1977. – 320 с.

6. Оуэн Г. Теория игр / Г. Оуэн; пер. с англ. Н.Н. Врублёвской, Г.Н. Дюбина, А.Н. Ляпунова; под ред. А.А. Корбута. – М.: Мир, 1971. – 230 с.

7. Дроздов С.С. Методика постановки та розв'язування зворотної задачі оптимізації бойового (кількісно-якісного) складу тактичної авіації і зенітних ракетних військ перспективних Повітряних Сил / С.С. Дроздов, О.Б. Леонтьєв // Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України. – 2017. – № 2(27). – С. 7-14.

8. Шамко Є.В. Основні особливості застосування Повітряних Сил в сучасних умовах ведення збройної боротьби / Є.В. Шамко, О.М. Жарик, В.В. Коваль // Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України. – Х.: ХУПС, 2017. – № 2(27). – С. 15-18.

9. Карпенко Д.В. Стан та перспективи розвитку зенітного ракетного озброєння Повітряних Сил Збройних Сил Украіни / Д.В. Карпенко // Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України. – Х.: ХУПС, 2017. – № 2(27). – С. 75-78.

10. Ярош С.П. Оцінювання ефективності протидії високоточній зброї противника під час організації зенітного ракетного прикриття об'єктів та угруповань військ / С.П. Ярош, О.О. Тесенчук // Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України. – Х.: ХУПС, 2017. – № 2(27). – С. 79-83.

Надійшла до редколегії 7.06.2017

Рецензент: д-р військ. наук проф. М.О. Єрмошин, Харківський національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЕДЕНИЯ БОЕВЫХ ДЕЙСТВИЙ ГРУПОЙ ЗЕНИТНЫХ РАКЕТНЫХ ДИВИЗИОНОВ В УСЛОВИЯХ ПОВЕДЕНЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ ДЕЙСТВИЙ СРЕДСТВ ВОЗДУШНОГО НАПАДЕНИЯ

В.В. Шулежко, Я.О. Деркач

В статье обосновано и предложено в качестве модели противодействия двух сторон антагонистическую математическую игру двоих игроков, которая определяет наиболее оптимальные боевые порядки для воздушного противника и группы зенитных ракетных дивизионов.

Ключевые слова: *боевой порядок группы дивизионов, поведенческая неопределённость, теория игр.*

MATHEMATICAL MODEL OF CONDUCTING MILITARY ACTION OF THE ANTIAIRCRAFT DIVISIONS IN THE CONDITIONS OF BEHAVIOURAL UNCERTAINTY OF ACTION OF AIR ATTACKS

V. Shulezhko, Y. Derkach

In article it is proved and it is offered as model of counteraction of two parties antagonistic mathematical game of two players, which determines the most optimal battle formations for an air enemy and a group of anti-aircraft missile battalions.

Keywords: *group of the antiaircraft divisions, behavioural uncertainty, the theory of games.*