## УДК 621.397.671

### Л.Г. Корнієнко

Харківський національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

# ГРАНИЧНИЙ СЕРЕДНІЙ РІВЕНЬ БІЧНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ АНТЕННОЇ РЕШІТКИ З СТАТИСТИЧНО НЕОДНОРІДНИМИ ФАЗОВИМИ ПОХИБКАМИ

Досліджений ефект граничного середнього рівня бічного випромінювання антенної решітки з випадковими фазовими похибками, які мають неоднорідну дисперсію. Наведені результати розрахунків для лінійної антенної решітки зі зростаючою і спадаючою до її країв за квадратичним законом дисперсією фазових похибок.

Ключові слова: антенна решітка, амплітудно-фазовий розподіл, однорідні та неоднорідні фазові похибки, дисперсія, радіус кореляції, середня та регулярна діаграми спрямованості, граничний середній рівень бічного випромінювання.

## Вступ

В статистичній теорії антен (СТА) значна увага приділяється дослідженню обмежень на характеристики антен, які виникають внаслідок дії тих чи інших випадкових похибок [1-2]. Такі дослідження виконувались у припущенні, що похибки є статистично однорідними, тобто їх дисперсія не залежить від координат випромінювачів в розкриві антени. Однак, при певних умовах вони можуть бути статистично неоднорідними. Так в антенах значних габаритів зі складними схемами збудження випромінювачів, таких, наприклад, як фазовані антенні решітки (ФАР), пристрої управління амплітудно-фазовим розподілом (АФР) часто функціонують в різних умовах (особливо температурних), що призводить до нерівномірного розкиду похибок у збудженні випромінювачів в розкриві антени. Неоднорідності в розподілі похибок виникають при локальних несправностях у системах збудження випромінювачів, а також після проходження падаючої на антену хвилі через статистично-неоднорідне середовище.

Отже, виникає потреба в розвитку СТА в напрямку дослідження впливу неоднорідних випадкових похибок на статистичні характеристики антен.

Мета роботи полягає в дослідженні впливу статистично неоднорідних фазових похибок на рівень бічного випромінювання середньої діаграми спрямованості (ДС) антенних решіток і встановлення залежності його граничного значення від статистики похибок.

### Виклад основного матеріалу

Середня ДС лінійної решітки. Роздивимося лінійну еквідистантну антенну решітку з N ізотропними випромінювачами, кроком d і випадковими неоднорідними фазовими похибками  $\delta \varphi_n$  в її розкриві. Окрема реалізація ДС решітки з регулярним  $A\Phi P a_n = |a_n| \exp(j\varphi_n)$  при лінійному фазовому розподілі  $\phi_n = -knd\cos\theta_0$  і непарним числом випромінювачів визначається виразом

$$f(\psi) = \sum_{n=-0,5(N-1)}^{0,5(N-1)} |a_n| \phi_n \exp(jn\psi), \qquad (1)$$

де  $\psi$ =kd(cos $\theta$ -cos $\theta_0$ ), k=2 $\pi/\lambda$  – хвильове число вільного простору;  $\phi_n = \exp(j\delta\phi_n)$  – функція фазових похибок. Кут  $\theta$  відраховується від осі антени, кут  $\theta_0$  визначає напрямок головного максимуму регулярної (у відсутності похибок) ДС.

Нехай похибки розподілені за нормальним законом з нульовим середнім значенням  $\overline{\delta \phi_n} = 0$ , дисперсією  $\sigma_{\phi n}^2$  (її значення залежать від номера випромінювача) та коефіцієнтом кореляції  $r_{\phi}(n,m) = \overline{\delta \phi_n \delta \phi_m} / \sigma_{\phi n} \sigma_{\phi m}$ , який приймемо в експоненціальній формі  $r_{\phi}(n,m) = \exp(-|n-m|/c_{\phi})$ , де  $c_{\phi} = \rho_{\phi}/d$ ,  $\rho_{\phi}$  – радіус кореляції фазових флуктуацій.

Вираз для середньої ДС за потужністю, яка пронормована до максимуму свого значення  $|f_{0max}|^2$  у відсутності похибок, має вигляд

$$\overline{\left|F(\psi)\right|^{2}} = \left\{\left|\sum_{n=-0,5(N-1)}^{0,5(N-1)} \left|a_{n}\right|\overline{\phi_{n}}\exp(jn\psi)\right|^{2} + \sum_{n,m=-0,5(N-1)}^{0,5(N-1)} \left|a_{n}a_{m}^{*}\right| K_{\phi}(n,m)\exp j(n-m)\psi\right\} / \left|f_{0max}\right|^{2},$$
(2)

де  $\overline{\phi_n}$ ,  $K_{\phi}(n,m)$  – середнє значення функції похибок та її кореляційна функція. Вирази для цих чисельних характеристик можна визначити, скориставшись методом характеристичних функцій [4], як це зроблено в [3; 5] для однорідних і в [6] для неоднорідних похибок.

Перший доданок у (2) (позначимо його  $\left|\overline{F_k(\psi)}\right|^2$ ) дорівнює нормованій ДС за потужністю регулярної решітки з статистичним амплітудним

розподілом  $|a_n|\overline{\phi_n}$ , який враховує дію похибок на формування цієї когерентної складової середньої ДС. Другий доданок у (2) визначає нормовану дисперсію комплексної ДС  $\sigma_F^2(\psi)$ , яка визначає розсіяну потужність внаслідок дії випадкових фазових похибок. Вона є спрямованою і на відміну від першого доданка враховує кореляційні властивості фазових похибок.

Для подальшого аналізу виберемо регулярний амплітудний розподіл

$$|a_{n}| = \Delta + (1 - \Delta) \cos^{p} \frac{n\pi}{N - 1}, n \in \overline{-0, 5(N - 1); 0, 5(N - 1)};$$
  
$$0 \le \Delta \le 1,$$
(3)

і два типа залежностей дисперсій фазових похибок від номера випромінювача

$$\sigma_{on}^2 = a + b(n/0, 5(N-1))^2;$$
 (4, a)

$$\sigma_{on}^{2} = a + b(1 - (n/0, 5(N-1))^{2}). \quad (4, 6)$$

які є симетричними і визначають випадки, коли дисперсія зростає (4, а) – похибки першого типу, або спадає (4, б) – похибки другого типу, за квадратич-



Рис. 1. Статистичний амплітудний розподіл

Це призводить до того, що когерентна складова нормованої середньої ДС решітки з похибками першого типу має менший рівень бічних пелюсток, трохи ширший головний пелюсток, менші рівні зниження інтенсивності в напрямку головного максимуму і розсіяної потужності, ніж решітка з другим типом фазових похибок. Аналогічні (але більш виражені) ефекти спостерігаються і для регулярного косинусоїдального амплітудного розподілу. Перехід від рівномірного до косинусоїдального розподілу приводить до розширення головної пелюстки, зниження рівня бічних пелюсток когерентної складової нормованої середньої ДС і деякого збільшення рівня розсіяної потужності. Остання впливає на параметри головної пелюстки і не дозволяє отримати рівень ним законом до країв антени і має однакові максимальні а + b і мінімальні а значення.

На рис. 1 наведені графіки статистичного амплітудного розподілу  $A_n = |a_n| \overline{\phi_n}$ , а на рис. 2 – когерентної складової  $\overline{\left|F_{k}(\psi)\right|^{2}}$  і рівня розсіяної потужності в дБ (відповідно перший і другий доданки (2)) для регулярного рівномірного амплітудного розподілу ( $\Delta$ =1, p=1) – суцільні криві для похибок першого типу і штрих-пунктирні криві для похибок другого типу, а також для регулярного косинусоїдального амплітудного розподілу ( $\Delta$ =0, p=1 – крива з хрестиками на рис. 1) – штрих і пунктир відповідно для похибок першого і другого типів. Прийнято N=21; а=0,09, b=0,16 рад<sup>2</sup>. Рівень розсіяної потужності розрахований для некорельованих фазових похибок. Статистичний амплітудний розподіл помітно відрізняється від регулярного (3). Так при рівномірному регулярному розподілі статистичний амплітудний розподіл стає спадаючим для похибок першого типу і зростаючим для похибок другого типу.



Рис. 2. Когерентна складова і розсіяна потужність нормованої середньої ДС

бічного випромінювання нижче деякого граничного рівня.

Роздивимося далі граничний середній рівень бічного випромінювання для випадку некорельованих фазових похибок. Для цього випадку розсіяна потужність ізотропна [6], не залежить від кутових координат. Проаналізуємо спочатку її рівень при зміні амплітудного розподілу.

На рис. З наведені графіки залежності рівня розсіяної потужності  $\sigma_F^2$  (в дБ) від значення підставки  $\Delta$  регулярного амплітудного розподілу з величинами p=1 (суцільні криві) і p=2 (штрих-пунктир) для першого (рис. 3, а) і другого (рис. 3, б) типів похибок. Як за значеннями, так і за характером залежності криві  $\sigma_F^2$  помітно відрізняються. Для зростаючих до країв решітки дисперсії похибок розсіяна потужність має мінімальне значення при певному амплітудному розподілу. Для похибок з a=0,09, b=0,16, коли перепад між їх максимальним і мінімальним значенням складає 0,16 рад<sup>2</sup>, цей мінімум виникає при  $\Delta \approx 0,4$ , для перепаду b=0,09 (пунктир і штрих для похибок з a=0,16;  $b=0,09)-\Delta \approx 0,7$ . Область міні-

муму є досить широкою. При збільшенні  $\Delta$ , коли амплітудний розподіл наближається до рівномірного, значення розсіяної потужності декілька зростають і мало відрізняються для p=1 і p=2. При зменшенні підставки  $\Delta$  рівень розсіяної потужності збільшується швидше для p=2.



Рис. 3. Залежність потужності розсіяння від амплітудного розподілу для похибок: а – першого типу; б – другого типу

Для похибок другого типу при тих же значеннях а і b в графіках розсіяної потужності (рис. 3, б) екстремуми відсутні, вона із збільшенням підставки  $\Delta$  поступово убуває, більш суттєвими (до 1 дБ) є різниці у  $\sigma_F^2$  для p=1 і p=2. Розсіяна потужність стає менш чутливою до ступеня нерівномірності похибок (перепаду b), що видно з порівняння двох пар кривих (суцільна і штрих-пунктирна, пунктирна і штрихова ) на рис. 3, б з відповідними парами кривих на рис. 3, а. Значення розсіяної потужності для похибок другого типу на 1...3 дБ (в залежності від  $\Delta$ ) більша, ніж для похибок першого типу.

На рис. 4 представлені середні ДС решітки як функції  $\Psi = N\psi/2$  з N=21 ізотропними випромінювачами і неоднорідними некорельованими фазовими похибками першого(рис.4, а) і другого (рис. 4, б) типів з параметрами a=0,09; b=0,16 для рівномірного амплітудного розподілу(суцільні криві), косинусоїдального з  $\Delta$ =0,33 і p=1 (пунктир), p=2 (штрих),  $\Delta$ =0, p=2 (штрих-пунктир).



Рис. 4. До визначення граничного середнього рівня бічних пелюсток решітки з похибками: а – першого типу; б – другого типу

Ці амплітудні розподіли формують регулярні ДС відповідно з рівнями бічних пелюсток  $F_{6,n}$ =-13,2; -20,9; -25,4 (при рівні першого пелюстка -33дБ); -31,5 дБ. 3 рисунків виходить, що при зниженні регулярного рівня бічних пелюсток  $F_{6,n}$  до рівня розсіяної потужності  $\sigma_F^2$  значення середнього бічного випромінювання  $\overline{F_{6,n}}$  починає стабілізуватися, воно

стає слабкоосцилюючим (що вказує на деякий вплив когерентної складової поля). При подальшому зменшенні F<sub>б.п</sub> помітного зниження F<sub>б.п</sub> не виникає, він може навіть декілька збільшуватися, як це відбувається в решітках з другим типом похибок (рис. 4, б), де розсіяна потужність при малих  $\Delta$  значно зростає (рис. 3, б). При цьому суттєво збільшується ширина головної пелюстки середньої ДС. Так при  $\Delta = 0$ , p=2 середня ДС розширюється до значень узагальнених кутів в напрямку половинної потужності  $\Psi_{0.5P}=2,41$  і 2,39 відповідно для похибок першого і другого типів, при рівномірному амплітудному розподілу  $\Psi^{p}_{0.5P}=1,42$  і 1,39. Отже для наведеного прикладу процес зменшення середнього бічного випромінювання доцільно припинити при амплітудному розподілу  $\Delta$ =0,33, p=2 при значенні  $\overline{F_{6,n}}$  =-20,8 дБ (похибки першого типу) і -18,7дБ (похибки другого типу). При цьому коефіцієнт розширення променя складає  $\Psi_{0.5P}/\Psi^{p}_{0.5P}=26$  і 18 %.

Граничний рівень бічного випромінювання для некорельованих похибок зменшується при збільшенні кількості випромінювачів. Так при збільшенні числа випромінювачів з N=21 до N=41 середні граничні рівні бічних пелюсток зменшилися на 2,3 дБ для похибок другого типу і 2 дБ для похибок першого типу. При цьому ширини середніх ДС як функцій узагальненого кута Ψ практично не змінилися.

#### Висновки

Ефект граничного рівня бічних пелюсток проаналізований для лінійних решіток з некорельованими неоднорідними фазовими похибками з двома типами розподілення дисперсій уздовж розкриву: зростаючих та спадаючих до країв антени за квадратичними законами з однаковими максимальними і мінімальними значеннями. Визначені механізми впливу на рівень бічного випромінювання неоднорідних похибок, вклади в його значення інтерференційної та розсіяної складових поля решітки з різними амплітудними розподілами, що забезпечують поступове зниження бічних пелюсток регулярної ДС. Вказані можливості по зменшенню граничного рівня бічного випромінювання. Показано, що похибки зі спадаючою дисперсією погіршують ці можливості. Отримані результати дозволяють знайти компромісне рішення, при котрому досягається рівень бічного випромінювання близький до граничного при мінімальному розширенні головної пелюстки.

## Список літератури

1. Шифрин Я.С. Вопросы статистической теории антенн / Я.С. Шифрин. – М.: Советское радио, 1970. – 384 с.

2. Шифрин Я.С. О предельном уровне боковых лепестков антенных решеток со случайными фазовыми ошибками / Я.С. Шифрин, Л.Г. Корниенко // Радиотехника. – Х.: Вища школа, 1974. – Вып. 30. – С. 75-84.

3. Шифрин Я.С. Статистика поля антенных решеток / Я.С. Шифрин, Л.Г. Корниенко // Антенны. – 2000. – № 1. – С. 3-26.

4. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б.Р. Левин. – М.: Сов. радио, 1966. – 728 с.

5. Инденбом М.В. Антенные решетки подвижных обзорных РЛС. Теория, расчет, конструкции / М.В. Инденбом. – М.: Радиотехника, 2015. – 416 с.

6. Корнієнко Л.Г. Статистичний аналіз поля антенних решіток з неоднорідними фазовими похибками / Л.Г. Корнієнко // Системи обробки інформації. – X.: ХНУПС, 2017. – Вип. 4 (150). – С. 16-19.

Надійшла до редколегії 6.06.2017

Рецензент: д-р техн. наук проф. В.Д. Карлов, Харківський національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

#### ПРЕДЕЛЬНЫЙ СРЕДНИЙ УРОВЕНЬ БОКОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ СО СТАТИСТИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНЫМИ ФАЗОВЫМИ ОШИБКАМИ

Л.Г. Корниенко

Исследован эффект предельного среднего уровня бокового излучения антенной решетки со случайными фазовыми ошибками с неоднородной дисперсией. Приведены результаты расчетов для линейной антенной решетки с растущей и убывающей к ее краям по квадратичному закону дисперсией фазовых ошибок.

Ключевые слова: антенная решетка, амплитудно-фазовое распределение, однородные и неоднородные фазовые ошибки, дисперсия, радиус корреляции, средняя и регулярная диаграммы направленности, предельный средний уровень бокового излучения.

#### AVERAGE LIMIT OF GRID LATERAL RADIATION WITH NON-UNIFORM PHASE ERRORS

L. Kornienko

Average limit of lateral radiation effect with random phase errors with non-uniform distribution was investigated. Calculations for linear array with increasing and decreasing density of phase error distribution based on quadratic reciprocity function were presented.

**Keywords:** array, amplitude-phase distribution, uniform and non-uniform phase errors, distribution, correlation radius, radiation pattern, lateral radiation.