



## ОПТИМІЗАЦІЯ СКЛАДУ КОМБІНОВАНОГО ЗАПОВНЮВАЧА ДРІБНОЗЕРНИСТОГО БЕТОНУ МЕТОДАМИ БН-ЧИСЛЕННЯ

**А. І. Бумага, В. І. Братчун, Є. В. Конопацький**

*Донбаська національна академія будівництва і архітектури,  
2, вул. Державіна, м. Макіївка, Донецька область, Україна, 86123.*

*E-mail: garkavenko68@mail.ru*

*Отримана 31 березня 2016; прийнята 22 квітня 2016.*

**Анотація.** У роботі запропонована методика оброблення та аналізу експериментально-статистичної інформації, на основі якої отримані геометрична і комп'ютерна моделі, що описують вплив кількісного складу наповнювачів на фізико-механічні властивості дрібнозернистого бетону. Особливістю наведеної у роботі геометричної моделі є те, що комбінований заповнювач представлено сумішшю із різною дольовою участю його компонентів, а сумарна участь усіх трьох компонентів становить 100 %. На основі отриманих у роботі аналітичних і комп'ютерних моделей методами математичного аналізу виконана оптимізація складу комбінованого заповнювача з відходів промисловості для отримання необхідних фізико-механічних властивостей дрібнозернистого бетону, в результаті якої на основі експериментальних даних отримано склад дольової часті комбінованого заповнювача, що забезпечує максимальну межу міцності у разі стиснення при відносно низькій щільності бетону.

**Ключові слова:** склад комбінованого заповнювача, дрібнозернистий бетон, межа міцності при стисненні, щільність бетону, екстремум, точкові рівняння, оптимізація, поверхня відгук.

## ОПТИМИЗАЦИЯ СОСТАВА КОМБИНИРОВАННОГО ЗАПОЛНИТЕЛЯ МЕЛКОЗЕРНИСТОГО БЕТОНА МЕТОДАМИ БН-ИСЧИСЛЕНИЯ

**А. И. Бумага, В. И. Братчун, Е. В. Конопацкий**

*Донбасская национальная академия строительства и архитектуры,  
2, ул. Державина, г. Макеевка, Донецкая область, Украина, 86123.*

*E-mail: garkavenko68@mail.ru*

*Получена 31 марта 2016; принята 22 апреля 2016.*

**Аннотация.** В работе предложена методика обработки и анализа экспериментально-статистической информации, на основе которой получены геометрическая и компьютерные модели, описывающие влияние количественного состава заполнителей на физико-механические свойства мелкозернистого бетона. Особенностью приведенной в работе геометрической модели является то, что комбинированный заполнитель представлен смесью с разным долевым участием его компонентов, а суммарное участие всех трёх компонентов составляет 100 %. На основе полученных в работе аналитических и компьютерных моделей методами математического анализа выполнена оптимизация состава комбинированного заполнителя из отходов промышленности для получения необходимых проектных физико-механических свойств мелкозернистого бетона, в результате которой на основе экспериментальных данных получен состав долевого участия комбинированного заполнителя, обеспечивающий максимальный предел прочности при сжатии при относительно низкой плотности бетона.

**Ключевые слова:** состав комбинированного заполнителя, мелкозернистый бетон, предел прочности при сжатии, плотность бетона, экстремум, точечные уравнения, оптимизация, поверхность отклика.

## OPTIMIZATION OF THE COMBINED AGGREGATE FINE CONCRETE METHODS BN-CALCULATION

Alla Bumaga, Valeriy Bratchun, Evgeniy Konopatskiy

Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture,  
2, Derzhavina Str., Makiyivka, Donetsk Region, Ukraine, 86123.

E-mail: garkavenko68@mail.ru

Received 31 March 2016; accepted 22 April 2016.

**Abstract.** We propose a method of processing and analysis of experimental and statistical information. Geometric and computer models which describe the influence of the quantitative composition of the aggregates on the physical and mechanical properties of fine-grained concrete has been obtained on the basis of this information. A special feature of this geometric model is that the filler is a mixture combined with various equity participation of its components, and the total involvement of all three components is 100 %. The analysis and computer models of mathematical analysis methods have provided the optimization of the combined aggregate of industrial waste to obtain the necessary design of physical and mechanical properties of fine-grained concrete. Experimental data has resulted in obtaining the composition of the equity of the combined aggregate that provides the maximum limit compressive strength of concrete at a relatively low density.

**Keywords:** composition of the combined aggregate, fine-grained concrete, compressive strength, concrete density, extremum point equations, optimization, response surface.

### Введение

Физико-механические свойства мелкозернистого бетона, композиционного строительного материала (КСМ), напрямую зависят от его состава. Поэтому оптимизация состава КСМ является актуальной научной прикладной задачей, которая широко представлена в работах отечественных [2–5, 8] и зарубежных [6, 7, 16, 17] учёных. Вместе с тем возникает вопрос, что понимать под оптимизацией КСМ? С помощью подбора состава КСМ можно добиться повышения качества материала, снижения цены и т. д., но очень часто эти целевые функции оптимизации являются взаимоисключающими. В данной работе предлагается оптимизация состава комбинированного заполнителя мелкозернистого бетона для получения заданных физико-механических эксплуатационных характеристик бетона на основе геометрического моделирования в БН-исчислении [1, 9–12] с последующим использованием методов математического анализа. Т. о., оптимизация состава определяется таким составом заполнителей, который будет обеспечивать либо минимальную среднюю плотность, либо максимальный предел прочности при сжатии. Оптимизация комбинации целевых функций в данной работе не рассматривается и является перспективным направлением дальнейших исследований авторов.

### Построение геометрической модели зависимости физико-механических свойств мелкозернистого бетона от состава комбинированного заполнителя из отходов промышленности

Согласно [13] свойства и технологические показатели мелкозернистого бетона определяются пустотностью заполнителя. Если же этот показатель оставить неизменным, то характеристика бетона будет зависеть от расхода цемента и воды, а также от структурообразующей роли заполнителя. Как установлено [13], структурообразование смеси заполнителей зависит от кислотно-основных свойств ее ингредиентов. В связи с этим по симплексному плану были изучены зависимости водопотребности и средней плотности бетонной смеси, а также прочности на трехкомпонентной системе заполнителей: шлак мартовский (МШ) – шлак доменный гранулированный (ГрШ) – горелая порода (ГП). Соотношение заполнитель – цемент М400 6:1. Количество воды подбирали из условия получения бетонной смеси с осадкой конуса 1–4 см. Составы заполнителей и свойства пропаренных бетонов приведены в таблице 1.

Данные, полученные в работе [13], показывают, что водопотребность бетонной смеси выше в составах, содержащих доменный гранулированный шлак, который отличается повышенной ше-

роховатостью и открытой пористостью. Для получения подвижной смеси на его основе необходимо увеличение расхода воды и цемента. При неизменном же соотношении цемент – заполнитель плотность смеси оставалась сравнительно низкой (1 691 кг/м³).

В данном случае содержание заполнителей в смеси определяется процентным соотношением и вместе составляет единое целое. Итак, имеем три компонента заполнителя: маргеновский шлак, горелая порода и доменный граншлак, которые составляют единую смесь заполнителя с разным долевым участием. Поскольку суммарное участие всех трёх компонентов всегда составляет

100 %, один из компонентов можно исключить. На геометрической схеме (рис. 1) в качестве компонентов используется маргеновский шлак и доменный граншлак, что позволяет абсолютно точно определить смесь заполнителя. Далее исключаем лишние комбинации компонентов заполнителя из условия, чтобы сумма долевого участия всех трёх компонентов всегда была равна 100 %. Таким образом, число выполненных экспериментов равно 10 (табл. 1). Полученные в результате эксперимента 10 точек распределим следующим образом: первый опорный контур состоит из четырёх точек, второй – из трёх, третий – из двух и четвёртый – из одной точки (рис. 1).

Таблица 1. Влияние состава заполнителей на свойства мелкозернистого бетона

№ с-ва	Содержание в смеси по массе заполнителей, %			В/Ц	Свойства бетонов	
	МШ	ГрШ	ГП		$\rho_0$ , кг/м³	$\sigma_{сж}^{пр}$ , МПа
1	0	0	100	0,60	1 997	6,4
2	33	0	67	0,66	1 939	9,2
3	67	0	33	0,80	1 895	6,7
4	100	0	0	0,80	1 735	3,8
5	67	33	0	0,80	1 691	2,9
6	33	67	0	0,90	1 691	2,3
7	0	100	0	0,86	1 691	2,1
8	0	67	33	0,76	1 910	2,6
9	0	33	67	0,73	1 749	6,8
10	33	33	33	0,73	1 676	4,1

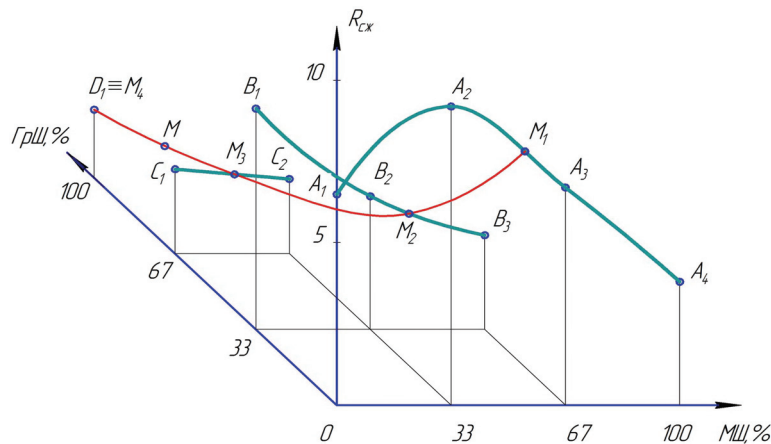


Рисунок 1. Геометрическая схема построения модели зависимости мелкозернистого бетона от состава комбинированного заполнителя.

Первый опорный контур можно аналитически описать с помощью точечного уравнения дуги кривой третьего порядка, проходящей через четыре наперед заданные точки, которое было получено ранее в [14]. Второй и третий опорные контуры определим соответственно с помощью точечных уравнений параболы [14–15] и прямой:

$$\begin{aligned} M_1 &= A_1 [\bar{u}^3 - 2,5\bar{u}^2u + \bar{u}u^2] + \\ &+ A_2 [9\bar{u}^2u - 4,5\bar{u}u^2] + \\ &+ A_3 [-4,5\bar{u}^2u + 9\bar{u}u^2] + \\ &+ A_4 [\bar{u}^2u - 2,5\bar{u}u^2 + u^3]. \\ M_2 &= B_1\bar{u}(1-2u) + 4B_2\bar{u}u + \\ &+ B_3u(2u-1). \\ M_3 &= C_1\bar{u} + C_2u. \end{aligned} \quad (1)$$

Образующую такой поверхности определим с помощью следующего точечного уравнения:

$$\begin{aligned} M &= M_1 [\bar{v}^3 - 2,5\bar{v}^2v + \bar{v}v^2] + \\ &+ M_2 [9\bar{v}^2v - 4,5\bar{v}v^2] + \\ &+ M_3 [-4,5\bar{v}^2v + 9\bar{v}v^2] + \\ &+ M_4 [\bar{v}^2v - 2,5\bar{v}v^2 + v^3]. \end{aligned} \quad (2)$$

В итоге получен вычислительный алгоритм построения поверхности отклика для определения физико-механических свойств мелкозернистого бетона от состава комбинированного заполнителя, который можно записать в виде следующего точечного уравнения:

$$\begin{aligned} M &= (A_1 [\bar{u}^3 - 2,5\bar{u}^2u + \bar{u}u^2] + \\ &+ A_2 [9\bar{u}^2u - 4,5\bar{u}u^2] + \\ &+ A_3 [-4,5\bar{u}^2u + 9\bar{u}u^2] + \\ &+ A_4 [\bar{u}^2u - 2,5\bar{u}u^2 + u^3]) \times \\ &\times [\bar{v}^3 - 2,5\bar{v}^2v + \bar{v}v^2] + \\ &+ (B_1\bar{u}(1-2u) + 4B_2\bar{u}u + \\ &+ B_3u(2u-1)) \times \\ &\times [9\bar{v}^2v - 4,5\bar{v}v^2] + \\ &+ (C_1\bar{u} + C_2u) [-4,5\bar{v}^2v + 9\bar{v}v^2] + \\ &+ D_1 [\bar{v}^2v - 2,5\bar{v}v^2 + v^3]. \end{aligned} \quad (3)$$

В данном случае точечное уравнение (3) соответствует геометрической схеме конструиро-

вания поверхности отклика и является универсальным по отношению к исходным данным для моделирования, приведенным в таблице 1. Подставляя поочередно в уравнение (3) отношение В/Ц, значения средней плотности бетона и предела прочности при сжатии, получим три геометрических модели, графическая визуализация которых приведена в таблице 2.

Во всех трёх случаях для более наглядного изображения результатов масштаб по оси  $z$  был утрирован и не совпадает с масштабом по осям  $x$  и  $y$ .

### Оптимизация состава комбинированного заполнителя на основе геометрической модели зависимости физико-механических свойств мелкозернистого бетона

Исследуем полученные отсеки поверхности на наибольшее и наименьшее значение в соответствии с необходимыми физико-механическими свойствами мелкозернистого бетона. Для этого на основе уравнения (3) составим систему уравнений с частными производными для проекции соответствующего отсека поверхности на ось  $z$ .

$$\begin{cases} (z_M)_u = 0; \\ (z_M)_v = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Решая эту систему уравнений, получим некоторое количество комбинаций действительных и мнимых пар корней. Из этой выборки пар корней системы уравнений нужно отобрать те, которые соответствуют интервалу значений параметров  $u$  и  $v$  от 0 до 1. В результате получаем одну или две комбинации параметров  $u$  и  $v$ , простой подстановкой которых определяем минимум и максимум отсека поверхности.

Далее необходимо исследовать границы области определения отсека поверхности, которые определяются тремя дугами кривых. Это можно сделать достаточно легко, воспользовавшись графической визуализацией поверхности отклика, приведенной в таблице 2, с последующим исследованием необходимой дуги кривой на экстремумы. Для автоматизации процесса исследования использован программный пакет *Maple*. Результаты приведены в таблице 3.

Как видно из анализа экспериментальной информации, обработанной методами геометриче-

ского моделирования с последующим применением математического анализа (табл. 3), минимальная плотность, а соответственно и минимальная масса мелкозернистого бетона, достигается при следующем соотношении между заполнителем с различными кислотно-основными свойствами: мартовский шлак (44,1 %), доменный граншлак (31,6 %) и горелая порода (24,3 %). Таким образом, при средней плотности бетона 1 671 кг/м<sup>3</sup> предел прочности при сжатии 3,7 МПа. С другой стороны, максимальный предел прочности при сжатии 9,24 МПа при средней плотности 1 691 кг/м<sup>3</sup> достигается при следующем составе заполнителей: мартовский шлак (29,4 %) и горелая порода (70,6 %). Таким образом, оптимальным в данном случае можно считать состав

заполнителя: мартовский шлак (29,4 %) и горелая порода (70,6 %), который даёт максимальный предел прочности при сжатии и при этом достаточно небольшую плотность бетона. Для автоматизации поиска более оптимальных решений необходимо введение весовых коэффициентов, соответствующих «важности» той или иной целевой функции, что является перспективным направлением дальнейших исследований.

**Выводы**

На основе предложенной методики обработки и анализа экспериментально-статистической информации, получен состав комбинированного

**Таблица 2.** Геометрическое моделирование физико-механических свойств мелкозернистого бетона в зависимости от состава комбинированного заполнителя

№ п/п	Физико-механические свойства бетона	Графическая визуализация
1	В/Ц	
2	$\rho_o, \text{кг/м}^3$	
3	$\sigma_{сж}^{mp}, \text{МПа}$	

**Таблица 3.** Оптимизация физико-механических свойств мелкозернистого бетона в зависимости от состава комбинированного заполнителя

№ п/п	Физико-механические свойства бетона	Категория значений	Значение целевой функции*	Содержание в смеси заполнителей, %		
				МШ	ГрШ	ГП
1	В/Ц	Min	0,59	0,064	0,0	99,936
		Max	0,91	81,000	79,0	0,000
2	$\rho_{об}$ , кг/м <sup>3</sup>	Min	1 671,00	44,100	31,6	24,300
		Max	1 997,00	0,000	0,0	100,000
3	$\sigma_{сж}^{пр}$ , МПа	Min	1,32	0,000	86,7	13,300
		Max	9,24	29,400	0,0	70,600

\* Под целевой функцией в данном случае понимается конкретное физико-механическое свойство мелкозернистого бетона, которое соответствует оси z декартовой системы координат (табл. 2).

заполнителя из отходов промышленности, который является оптимальным для соответствующей целевой функции оптимизации, которая отвечает конкретному физико-механическому свойству мелкозернистого бетона. Установлено,

что заполнитель в составе: мартеновский шлак (29,4 %) + горелая порода (70,6 %) – даёт максимальный предел прочности при сжатии 9,24 МПа и при этом достаточно небольшую плотность бетона 1 691 кг/м<sup>3</sup>.

## Литература

1. Балюба, И. Г. Точечное исчисление [Текст]: [учебное пособие] / И. Г. Балюба, В. М. Найдыш; под ред. В. М. Верещаги. – Мелитополь: МГПУ им. Б. Хмельницкого, 2015. – 236 с.
2. Матвиенко, В. А. Электрические явления и активационные воздействия в технологии бетона [Текст] / В. А. Матвиенко, С. М. Толчин. – Макеевка: ДГАСА, 1998. – 154 с.
3. Несветаев, Г. В. Бетоны [Текст]: Учебное пособие / Г. В. Несветаев. – Ростов н/Д: Феникс, 2011. – 381 с.
4. Коваль, С. В. Моделирование и оптимизация состава и свойств модифицированных бетонов [Текст] / С. В. Коваль. – Одесса: Астропринт, 2012. – 424 с.
5. Цементы и бетоны на основе топливных зол и шлаков [Текст] / П. В. Кривенко, Е. К. Пушкарёва, В. И. Гоц, Г. Ю. Ковальчук. – Киев: ООО ИПК Экспресс-Полиграф, 2012. – 258 с.
6. Characterisation of Solid Wastes from Circulating Fluidised Bed Combustion [Текст] / E. J. Anthony, G. G. Ross, E. E. Berry, R. T. Hemings, R. K. Kissel // J. Energy Resour. Technol. 1995. Volume 117, Issue 1. P. 180–190.
7. Locher, Friedrich W. Cement: Principles of production and use [Текст] / Friedrich W. Locher. – Düsseldorf, Germany: Verlag Bau + Technik GmbH, 2006. – 540 s. – ISBN 3-7640-0420-7.
8. Ушеров-Маршак, А. В. Современные бетоны [Текст] / А. В. Ушеров-Маршак, Т. В. Бабаевская;

## Литература

1. Balyuba, I. G.; Naidysh, V. M.; Edited by Vereshchaga, V. M. Dot calculation: Textbook. Melitopol: MSPU named after B. Khelnitskiy, 2015. 236 p. (in Russian)
2. Matvienko, V. A.; Tolchin, S. M. Electrical phenomena and activation effects in concrete technology. Makeevka: DSASEA, 1998. 154 p. (in Russian)
3. Nesvetaev, G. V. Concrete: Textbook. Rostov-on-Don: Feniks, 2011. 381 p. (in Russian)
4. Koval, S. V. Modelling and optimization of composition and properties of modified concrete. Odessa: Astroprint, 2012. 424 p. (in Russian)
5. Krivenko, P. V.; Pushkareva, E. K.; Gots, V. I.; Kovalchuk, G. Yu. Cement and concrete on the basis of fuel ash and slag. Kiev: ООО ИПК Экспресс-Полиграф, 2012. 258 p. (in Russian)
6. Anthony, E. J.; Ross, G. G.; Berry, E. E.; Hemings, R. T.; Kissel, R. K. Characterisation of Solid Wastes from Circulating Fluidised Bed Combustion. In: *J. Energy Resour. Technol.*, 1995, Volume 117, Issue 1, pp. 180–190.
7. Locher, Friedrich W. Cement: Principles of production and use. Düsseldorf, Germany: Verlag Bau + Technik GmbH, 2006. 540 s. ISBN 3-7640-0420-7.
8. Usherov-Marshak, A. V.; Babaevskaya, T. V.; Edited by Usherov-Marshak, A. V. Modern concrete. Zaporozhye, 2007. 226 p. (in Russian)
9. Davydenko, I. P. Constructing of surfaces of spatial forms by the method of mobile simplex: the thesis submitted for the Scientific Degree on competition



технологічних і довговічних дорожніх бетонів для будівництва конструктивних шарів нежорстких дорожніх одягів на основі модифікування органічних в'язучих та комплексного модифікування мікроструктури бетонів; розробка ефективних технологій переробки техногенної сировини у компоненти композиційних матеріалів.

**Конопацький Євген Вікторович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри спеціалізованих інформаційних технологій і систем Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Наукові інтереси: визначення геометричних багатovidів за допомогою багатокуткових і багаторадіальних параметризацій методом узагальнених тригонометричних функцій у точковому численні Балюби–Найдиша; розробка інструментів багатовимірної геометрії у точковому численні Балюби–Найдиша для геометричного моделювання багатопараметричних явищ і процесів.

**Бумага Алла Ивановна** – магістр технічних наук, асистент кафедри спеціалізованих інформаційних технологій і систем Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Научні інтереси: багатофакторне геометричне моделювання фізико-механичних властивостей композиційних будівельних матеріалів з послідовною оптимізацією їх складу.

**Братчун Валерій Іванович** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри автомобільних доріг і аеродромів Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Научні інтереси: фізико-хімічна механіка технологічних і довговічних дорожніх бетонів для будівництва конструктивних шарів нежорстких дорожніх одягів на основі модифікування органічних в'язучих і комплексного модифікування мікроструктури бетонів; розробка ефективних технологій переробки техногенного сировини в компоненти композиційних матеріалів.

**Конопацький Євгеній Вікторович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри спеціалізованих інформаційних технологій і систем Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Научні інтереси: визначення геометричних багатovidів з допомогою багатокуткових і багаторадіальних параметризацій методом узагальнених тригонометричних функцій у точковому численні Балюби–Найдиша; розробка інструментів багатовимірної геометрії у точковому численні Балюби–Найдиша для геометричного моделювання багатопараметричних процесів і явищ.

**Bumaga Alla** – master Tech. Sci., assistant; Specialized Information Technology and Systems Department, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Research interests: multifactorial geometric modeling of physical and mechanical properties of composite building materials for further optimization of their composition.

**Bratchun Valeriy** – DSc (Engineering), Professor; Head of the Highways and Airdromes Department, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Scientific interests: physical and chemical mechanics of technological and lasting road concretes for building of structural layers of non-rigid road clothes on the basis of modification of organic astringent and complex modification of microstructure of concretes; development of effective technologies of processing of tekhnogenic raw material in the components of composition materials.

**Konopatskiy Evgeniy** – PhD (Engineering), Associate Professor; Specialized Information Technology and Systems Department, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Research interests: the definition of geometric manifolds using multiangle and multiradial parameterizations by generalized trigonometric functions in a dot calculation by Balyuba–Naydysh, development tools multidimensional geometry in a dot calculation by Balyuba–Naydysh for geometric modeling multiparametric processes and phenomena's.