

## **Суммарные коэффициенты интенсивности напряжений и фазовые углы напряженного состояния в вершине внутренней осесимметричной конической трещины в волокне при растяжении**

А. В. Боровик, Л. О. Тесленко\*

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко  
НАН Украины, Киев, e-mail: borovyk.oleksandra@gmail.com  
\*Институт проблем материаловедения им. И. Н. Францевича  
НАН Украины, Киев

*Определены суммарные коэффициенты интенсивности напряжений (КИН) и фазовые углы напряженного состояния для внутренней осесимметричной конической трещины в волокне под действием растягивающих напряжений, приложенных на бесконечности. Проанализировано влияние на КИН радиуса трещины, угла наклона образующей конической поверхности трещины, коэффициента Пуассона материала волокна. Расчеты напряженно-деформированного состояния волокна выполняли методом конечных элементов.*

**Ключевые слова:** суммарный коэффициент интенсивности напряжений, фазовый угол, дискообразная трещина, коническая трещина, коэффициент Пуассона.

### **Введение**

Конструкционные материалы биологического происхождения: древесина, костная и мышечная ткани и другие уже прошли миллионы лет эволюции. Очевидно, что они обладают наивысшими прочностью и сопротивлением разрушению среди материалов с таким же химическим и фазовым составом. Общими признаками этих материалов являются однонаправленная волокнистая (слоистая) структура и достаточно слабая связь между волокнами (слоями). Аналогом конструкционных материалов биологического происхождения служат искусственные волокнистые композиционные материалы. Максимальная прочность искусственных волокнистых композитов обычно достигается при объёмном содержании несущих элементов — волокон примерно 50%. Иными словами, прочность этих материалов и несущая способность элементов конструкций из них обеспечиваются лишь 50% их объёма, что, очевидно, свидетельствует об избыточной плотности материала для несения заданной нагрузки. Кроме того, условия работы композита определяются характеристиками наиболее слабого компонента. Поэтому в последнее время появляются работы, посвященные созданию нового класса конструкционных материалов. Это однокомпонентные материалы с однонаправленной волокнистой структурой и практически 100-процентным содержанием несущих элементов — волокон [1—4]. Их получают прессованием (экструдированием) пучков волокон, проволоки, цилиндрических стержней. Дефекты в виде трещин, которые образованы в волокнах и проволоке при их производстве, сохраняются в конечных материалах и элементах конструкций из них и в значительной степени определяют их прочность.

© А. В. Боровик, Л. О. Тесленко, 2013

Для двумерного напряженного состояния каждому виду дефекта, его размерам и ориентации соответствуют компоненты коэффициента интенсивности напряжений (КИН)  $K_I$ ,  $K_{II}$  или суммарный КИН  $K_0 = (K_I^2 + K_{II}^2)^{1/2}$  и фазовый угол напряженного состояния в вершине трещины (далее — фазовый угол)  $\Psi = \arctg(K_{II}/K_I)$ . Коэффициенты интенсивности напряжений иногда представляют в комплексной форме:  $K = K_I + iK_{II}$ . Разрушение материала происходит при достижении некоторых критических значений вектора КИН —  $K_c(K_{Ic}, K_{IIc})$ . Критические значения  $K_{Ic}$ ,  $K_{IIc}$  определяют экспериментально при испытаниях образцов с трещинами, а КИН для различных трещин и нагрузок находят моделированием напряженно-деформированного состояния конкретного элемента конструкции.

По аналогии с разработкой некоторой конструкции создание конструкционного материала включает моделирование и исследование напряженного состояния его несущих элементов при наличии в них дефектов и трещин. На первом этапе этой работы проводят анализ поведения несущего элемента с трещиной в отсутствие влияния на него окружающих элементов материала. На втором этапе исследуют воздействие окружающих элементов на поведение данного. Очевидно, что КИН для различных типов трещин в несущем элементе материала являются основными объектами исследования на этих этапах работы.

В настоящее время установлены и исследованы закономерности изменения КИН для нескольких типов трещин в волокне (проволоке, цилиндрическом стержне). Так, КИН для осесимметричной дискообразной трещины при растяжении исследованы в работах [5—8]. Влияние смещения дискообразной эксцентричной трещины от оси волокна показано в работе [9]. Коэффициенты интенсивности напряжений для кольцеобразной поверхностной трещины получены в работах [10—12], а для полуэллиптической поверхностной трещины — в [9, 13—16]. Известно множество экспериментальных исследований разрушения волокон от поверхностных полуэллиптических трещин [17]. Влияние трения и когезии на боковой поверхности волокна на КИН для полукруглой поверхностной трещины изучено в работе [18]. Механизм формирования осесимметричных конических трещин при волочении проволоки исследован с помощью численного моделирования и экспериментально в [19]. Экспериментальное изучение разрушения цилиндрических прутков с образованием конической трещины выполнено в работе [20]. Отметим, что при механических испытаниях на растяжение изломы образцов с круглым поперечным сечением часто имеют воронкообразную форму.

Коэффициенты интенсивности напряжений для кольцеобразной конической трещины в полупространстве под действием внутреннего давления в полости трещины исследованы в работе [21]. Ранее нами были определены КИН отрыва и сдвига для осесимметричной конической трещины в волокне при растяжении [22]. Анализ этой задачи в терминах суммарного КИН и фазового угла позволит лучше понимать факторы, влияющие на рост трещин такого типа в волокне.

Цель данной работы — проанализировать суммарные коэффициенты интенсивности напряжений и фазовый угол напряженного состояния на фронте осесимметричной конической трещины в волокне, которое

находится под действием растягивающих напряжений. Параметрами трещины выбраны её радиус и угол наклона образующей конической поверхности трещины к диаметральному сечению волокна. Коэффициент Пуассона — параметр материала волокна.

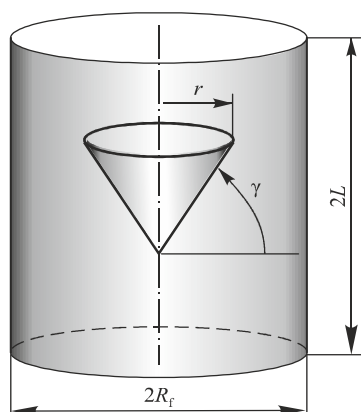
### Описание модели

Модель фрагмента волокна с осесимметричной конической трещиной представлена на рис. 1. Радиус волокна  $R_f = 1$ . Высота модели  $2L = 40R_f$ . Все линейные размеры нормированы по радиусу волокна. Вершина конической поверхности трещины расположена посередине высоты модели. Фронт конической трещины образует окружность радиусом  $r$ , который считается радиусом трещины. Угол  $\gamma$  образующей конической поверхности трещины отсчитывается от диаметральной плоскости волокна.

Волокно находится под действием единичного растягивающего напряжения, приложенного на бесконечности. Боковая поверхность волокна свободна от напряжений.

Расчеты напряженно-деформированного состояния и КИН выполнены для конических трещин радиусом 0,1—0,9 с шагом 0,1. Угол  $\gamma$  наклона образующей конической поверхности к основанию конуса выбирали из интервала  $0—75^\circ$  с шагом  $15^\circ$ . Коэффициент Пуассона  $\nu$  материала волокна изменяли от 0 до 0,45 с шагом 0,05. Очевидно, что при  $\gamma = 0^\circ$  коническая трещина превращается в дискообразную, КИН для которой были получены и проанализированы в работах [5—8]. Эти КИН помещены в справочник по коэффициентам интенсивности напряжений, выпущенный японским обществом материаловедения, комитетом по механике разрушения под редакцией Мураками [23].

Решали осесимметричную задачу. Для дискретизации модели использовали 8-узловые изопараметрические конечные элементы (КЭ) типа Solid183 (по классификации ANSYS). Ячейка содержала более 4 тыс. КЭ. Сгущение сетки по мере приближения к вершине трещины выполняли с учетом исследования влияния размеров КЭ в ключевых точках сечения модели на погрешность вычисления КИН [24]. Размеры КЭ составляли: 0,0005 — в вершине трещины; 0,001 — в окрестности вершин трещин;  $r/10$  — в устье трещин;  $(1 - r)/10$  — на боковой поверхности волокна (стержня) в точке, ближайшей к вершине конической трещины; 0,2 — в угловых точках сечения модели (на торцах волокна). Окрестность с



относительным радиусом 0,002 вокруг вершин трещин разбивали регулярной радиальной сеткой КЭ. В вершинах трещин располагали вырожденные (шестиузловые) КЭ, средний узел на боковой стороне элемента — на расстоянии  $1/4$  её длины от вершины трещины.

Рис. 1. Модель волокна с внутренней осесимметричной конической трещиной.

## Результаты и их обсуждение

На рис. 2 показаны суммарные КИН  $K_0$  и относительные фазовые углы  $\Psi/\gamma$  для осесимметричной конической трещины с углами  $\gamma = 0—75^\circ$  при коэффициенте Пуассона  $\nu = 0$ . Для дискообразной трещины ( $\gamma = 0^\circ$ ) КИН сдвига равен нулю, а  $K_0$  равен КИН отрыва. Поэтому для демонстрации корректности вычислений КИН, выполненных в данной работе, на рис. 2 приведена пунктирная кривая, представляющая зависимость КИН нормального отрыва от радиуса дискообразной трещины [8]. Отличие наших результатов для дискообразной трещины от КИН, полученных в работе [8], не превышает 0,2%. Для других значений коэффициента Пуассона и углов  $\gamma = 0—45^\circ$  вид зависимостей КИН от длины трещины аналогичен кривым, приведенным на рис. 2, *слева*. Как видим, во всем интервале размеров трещин  $K_0$  возрастает и особенно интенсивно при  $r > 0,6$ .

Интересно отметить, что зависимости суммарного КИН от размера трещины во всем исследованном диапазоне углов  $\gamma$  конической трещины и коэффициентов Пуассона материала волокна подобны, в отличие от рассмотренных ранее КИН отрыва [22], которые в диапазоне углов  $\gamma = 60—75^\circ$  демонстрировали аномальное поведение.

Зависимости относительного фазового угла  $\Psi/\gamma$  от размера  $r$  конической трещины сгруппированы на рис. 2, *справа* для различных значений угла  $\gamma$  при конкретной величине коэффициента Пуассона  $\nu$  (0; 0,15; 0,3; 0,45). Для удобства восприятия область, занимаемая каждой группой кривых, тонирована. Отдельно на рис. 2, *справа* внизу показаны зависимости относительного фазового угла  $\Psi/\gamma$  от размера  $r$  для конической трещины с углом наклона образующей, равным  $75^\circ$ , при различных значениях коэффициента Пуассона материала волокна.

Как видим, для каждого значения коэффициента Пуассона  $\nu$  относительный фазовый угол  $\Psi/\gamma$  увеличивается с ростом угла наклона  $\gamma$  образующей конической поверхности трещины. С возрастанием коэффициента Пуассона относительный фазовый угол также растет. Причем

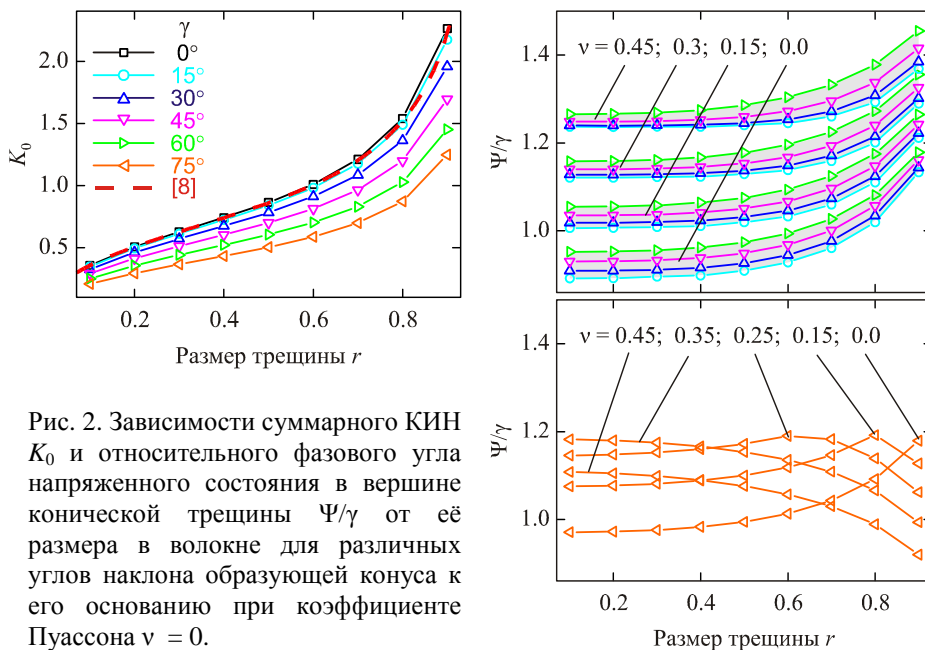


Рис. 2. Зависимости суммарного КИН  $K_0$  и относительного фазового угла напряженного состояния в вершине конической трещины  $\Psi/\gamma$  от её размера в волокне для различных углов наклона образующей конуса к его основанию при коэффициенте Пуассона  $\nu = 0$ .

при  $\nu = 0$  относительный фазовый угол меньше единицы практически во всем диапазоне размеров трещины ( $r < 0,7$ ), то есть КИН сдвига меньше КИН отрыва. А при  $\nu = 0,15$  относительный фазовый угол уже больше единицы во всем диапазоне размеров трещин, то есть КИН сдвига всегда выше КИН отрыва. Дальнейшее увеличение коэффициента Пуассона делает их различие еще значительнее. При всех коэффициентах Пуассона и  $\gamma \leq 60^\circ$  фазовый угол практически не меняется с ростом трещины до  $r \approx 0,4-0,5$ . Дальнейшее увеличение размера трещины приводит к росту фазового угла. Это свидетельствует о том, что после того, как радиус конической трещины станет больше, чем половина радиуса волокна, приращение КИН сдвига превышает приращение КИН нормального отрыва. По-видимому, это является причиной того, что при разрушении и цилиндрических образцов некоторых материалов осесимметричная дискообразная трещина примерно на половине радиуса преобразуется в конусообразную трещину [20].

Характерной особенностью высокоугловой конической трещины ( $\gamma = 75^\circ$ ) является то, что относительный фазовый угол для неё при всех значениях коэффициента Пуассона не превышает 1,2. Причем положение максимума на зависимости  $\Psi/\gamma$  от  $r$  при росте коэффициента Пуассона смещается от  $r = 0,9$  при  $\nu = 0$  до  $r = 0,1$  при  $\nu = 0,45$ . Это свидетельствует о том, что в средней части интервала коэффициентов Пуассона происходит смена тенденции нарастания доли КИН сдвига на её снижение после прохождения максимума. Очевидно, этот эффект способствует стабилизации направления роста конической трещины.

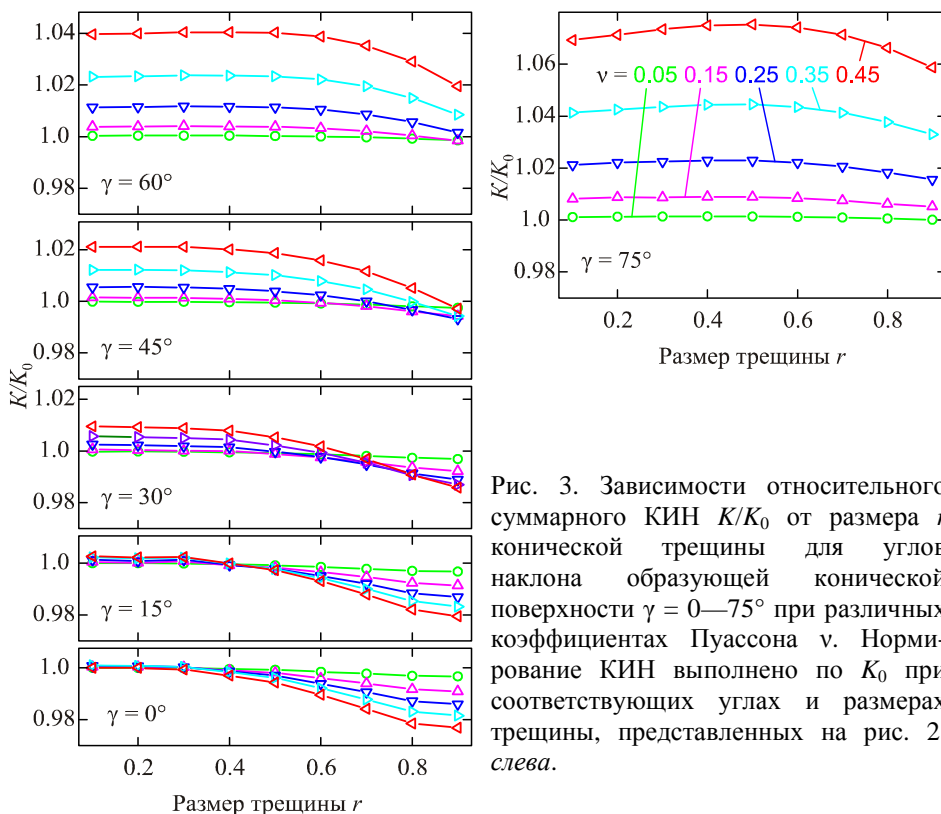


Рис. 3. Зависимости относительного суммарного КИН  $K/K_0$  от размера  $r$  конической трещины для углов наклона образующей конической поверхности  $\gamma = 0-75^\circ$  при различных коэффициентах Пуассона  $\nu$ . Нормирование КИН выполнено по  $K_0$  при соответствующих углах и размерах трещины, представленных на рис. 2, слева.

На рис. 3 показаны зависимости относительного суммарного КИН  $K/K_0$  от размера  $r$  конической трещины для углов наклона образующей кони-

ческой поверхности  $0-75^\circ$  при различных коэффициентах Пуассона. Нормирование КИН выполнено по  $K_0$  при соответствующих углах и размерах трещины, которые представлены на рис. 2, *слева*. Видно, что при всех значениях коэффициента Пуассона и углах  $0^\circ / \gamma / 60^\circ$  относительный суммарный КИН не возрастает с ростом трещины, более того, при  $r \gg 0,5$  он всегда снижается по сравнению с  $K/K_0$  при  $\nu = 0$ .

Суммарные КИН  $K_0$  в зависимости от  $\gamma$  для различных радиусов трещины при  $\nu = 0$  представлены на рис. 4, *слева*. Относительные суммарные КИН  $K/K_0$  при других значениях  $\nu$  показаны на рис. 4, *справа*.

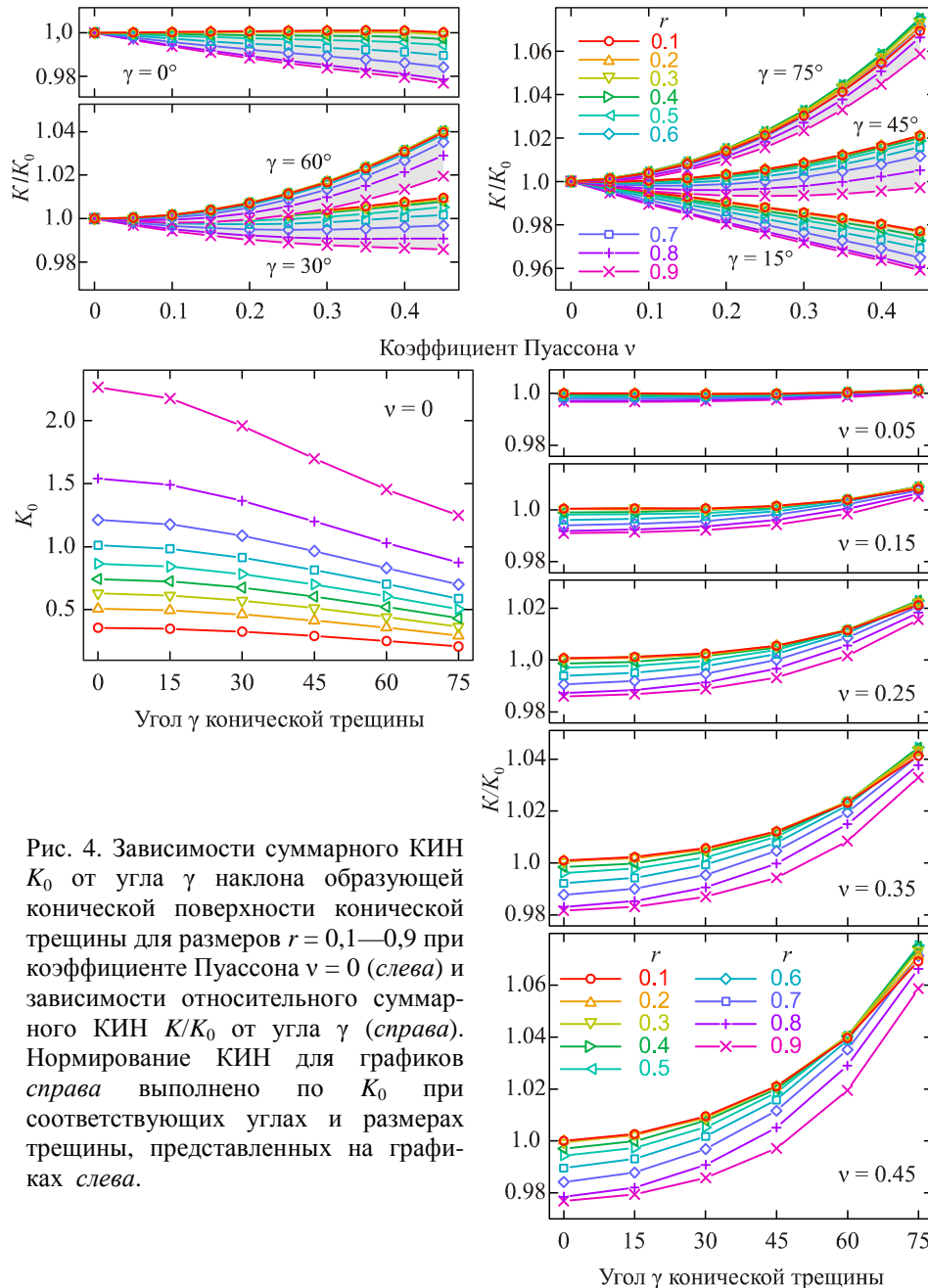


Рис. 4. Зависимости суммарного КИН  $K_0$  от угла  $\gamma$  наклона образующей конической поверхности конической трещины для размеров  $r = 0,1-0,9$  при коэффициенте Пуассона  $\nu = 0$  (*слева*) и зависимости относительного суммарного КИН  $K/K_0$  от угла  $\gamma$  (*справа*). Нормирование КИН для графиков *справа* выполнено по  $K_0$  при соответствующих углах и размерах трещины, представленных на графиках *слева*.

Нормирование КИН выполнено по значениям  $K_0$  при соответствующих углах и размерах трещины, показанных на рис. 4, *слева*. Как видно, с ростом угла наклона образующей конической поверхности трещины суммарный КИН снижается. Причем с увеличением размера трещины и коэффициента Пуассона величина этого снижения увеличивается. Интересно, что с ростом коэффициента Пуассона материала волокна при увеличении угла наклона образующей конической поверхности трещины  $K/K_0$  повышается (рис. 4, *справа*).

На рис. 5 показаны зависимости относительного фазового угла  $\Psi$  напряженного состояния в вершине конической трещины в волокне от угла наклона образующей конической поверхности для размеров трещины  $r = 0,1$  (*слева*) и  $r = 0,9$  (*справа*) при различных  $\nu$ . Как видно, в диапазоне углов  $0^\circ \leq \gamma \leq 60^\circ$  относительный фазовый угол  $\Psi/\gamma$  монотонно повышается при увеличении  $\gamma$  и  $\nu$ . В диапазоне углов  $60^\circ \leq \gamma \leq 75^\circ$  происходит радикальное изменение поведения зависимости  $\Psi(\gamma)$ : фазовый угол резко снижается. Причем это уменьшение тем больше, чем выше коэффициент Пуассона. Это свидетельствует о большой чувствительности фазового угла для высокоугловых конических трещин от  $\nu$ .

На рис. 6 приведены зависимости относительного суммарного КИН  $K/K_0$  от коэффициента Пуассона для ряда размеров конической трещины при различных углах наклона её образующей. Нормирование выполнено по суммарному КИН  $K_0$  при  $\nu = 0$  для соответствующих  $\gamma$  и  $r$ . Относительные КИН для каждого угла и различных размеров конической трещины сгруппированы в тонированные области. Как видно, для всех размеров малоугловых ( $\gamma < 30^\circ$ ) трещин  $K/K_0$  снижается при увеличении коэффициента Пуассона. Для всех размеров высокоугловых ( $\gamma / 60^\circ$ ) конических трещин  $K/K_0$  повышается с ростом  $\nu$ . Для конических трещин с углом образующей  $30^\circ \leq \gamma \leq 45^\circ$  относительный суммарный КИН снижается с ростом  $\nu$  для больших трещин и увеличивается — для коротких.

На рис. 7 показаны зависимости относительного фазового угла напряженного состояния в вершине трещины  $\Psi/\gamma$  от коэффициента Пуассона для различных размеров конической трещины и углов наклона её образующей поверхности  $\gamma = 15, 60$  и  $75^\circ$ . Фазовый угол отнесен к  $\gamma$ . Как видно,  $\Psi/\gamma$  линейно увеличивается с ростом коэффициента Пуассона для

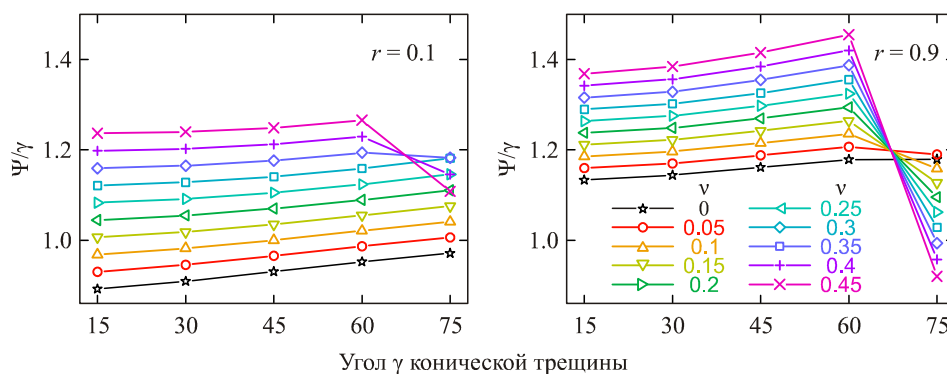


Рис. 5. Относительный фазовый угол  $\Psi$  напряженного состояния в вершине конической трещины в волокне в зависимости от угла  $\gamma$  наклона образующей конической поверхности для размеров трещины  $r = 0,1$  (*слева*) и  $0,9$  (*справа*) при различных коэффициентах Пуассона  $\nu$ .



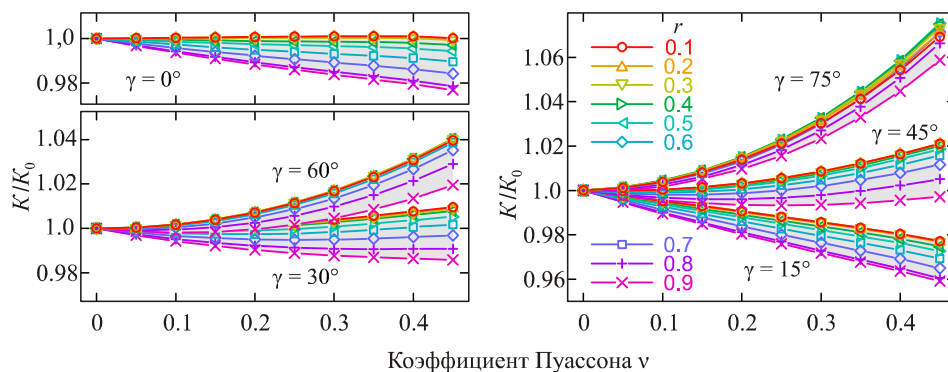


Рис. 6. Влияние коэффициента Пуассона на относительный суммарный КИН для ряда размеров  $r$  конической трещины при различных углах  $\gamma$  наклона её образующей. Нормирование выполнено по суммарному КИН при  $\nu = 0$  и для соответствующих углов  $\gamma$  и размеров трещины  $r$ .

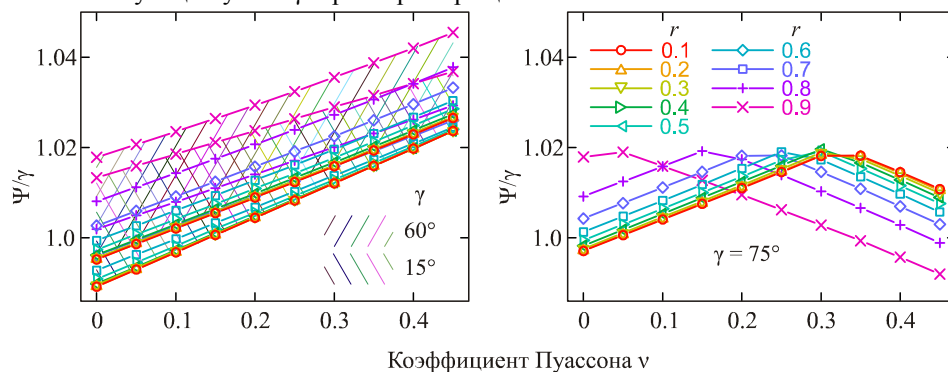


Рис. 7. Зависимость относительного фазового угла напряженного состояния в вершине трещины от коэффициента Пуассона для различных размеров  $r$  конической трещины и углов  $\gamma$  наклона её образующей поверхности. Фазовый угол отнесен к  $\gamma$ .

всех значений углов, кроме  $\gamma = 75^\circ$ , что свидетельствует о более интенсивном нарастании сдвиговой составляющей КИН с ростом  $\nu$ . Для высокоугловой конической трещины наблюдается смена поведения функции  $\Psi(\nu)/\gamma$ . Она из линейной превращается в билинейную с двумя участками снижения и возрастания с примерно одинаковыми наклонами. Максимум этой функции не превышает 1,02. Его положение (перегиб) смещается с ростом  $\nu$  от  $\approx 0,05$  при  $r = 0,9$  до  $\approx 0,35$  при  $r = 0,1$ .

### Выводы

Определены суммарные коэффициенты интенсивности напряжений (КИН) и фазовые углы напряженного состояния для внутренней осесимметричной конической трещины в волокне, находящемся под действием растягивающих напряжений. Проведен анализ влияния на КИН и фазовый угол размера трещины, угла наклона образующей её конической поверхности и коэффициента Пуассона.

Установлено, что при всех углах наклона образующей конической поверхности трещины и коэффициентах Пуассона материала волокна суммарный КИН увеличивается с ростом трещины, в отличие от КИН нормального отрыва, который снижается при больших размерах высокоугловой конической трещины.



Показано, что при углах наклона образующей конической трещины до  $60^\circ$  фазовый угол напряженного состояния в вершине трещины возрастает при увеличении коэффициента Пуассона для всех размеров трещины.

1. *Pat. U.S. 4772524*. Fibrous monolithic ceramic and method for production / W. S. Coblenz. — Publ. — 1988. — September 20.
2. *Kovar D.* Fibrous monolithic ceramics / [D. Kovar, B. H. King, R. W. Trice, J. W. Hal-loran] // *J. Amer. Ceram. Soc.* — 1997. — **80**, No. 10. — P. 2471—2487.
3. *Ishikawa T.* Crack-resistant fiber-bonded ceramic // *Adv. Engineering Mater.* — 1999. — **1**, No. 1. — P. 59—61.
4. *Боровик В. Г.* Новый конструкционный материал с однонаправленной волокнистой структурой / В. Г. Боровик, О. Н. Григорьев, В. Н. Субботин // *Порошковая металлургия.* — 2012. — № 1/2. — С. 65—74.
5. *Sneddon I. N.* The effect of a penny-shaped crack the distribution of stress in a long circular cylinder / I. N. Sneddon, R. J. Tail // *Int. J. Engineering Sci.* — 1963. — **1**, No. 3. — P. 391—409.
6. *Sneddon I. N.* A note on the distribution of stress in a cylinder containing a penny-shaped crack / I. N. Sneddon, J. T. Welch // *Ibid.* — 1963. — **1**, No. 3. — P. 411—419.
7. *Yamamoto Y.* Stress intensity factors in a cracked axisymmetric body calculated by the finite element method / Y. Yamamoto, Y. Sumi // *J. Soc. Naval Architects of Japan.* — 1973. — **133**. — P. 179—187.
8. *Benthem J. P.* Asymptotic approximations to crack problems / J. P. Benthem, W. T. Koiter // *Mechanics of Fracture. Vol. 1. Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems* (ed G. Sih C.). — Leyden : Noordhoff Int. Publ., 1973. — P. 131—178.
9. *Guinea G. V.* Assessment of defect size in brittle fibers / G. V. Guinea, M. Elices, C. Rossell // *Engineering Fracture Mechanics.* — 2002. — **69**, No. 9. — P. 1057—1066.
10. *Murakami Y.* Stress intensity factor for circumferentially cracked round bar in tension / Y. Murakami, H. Nisitani // *Trans. JSME.* — 1975. — **41**, No. 342. — P. 360—369.
11. *Nisitani H.* On tension of a cylindrical bar having an infinite row of circumferential cracks / H. Nisitani, N. Noda // *Ibid.* — 1984. — **50**, No. 453. — P. 847—854.
12. *Yamamoto Y.* Stress intensity factors of twisted round bar with a circumferential crack / Y. Yamamoto, Y. Sumi // *Int. J. Fract.* — 1974. — **10**, No. 2. — P. 269—271.
13. *Nisitani H.* Stress intensity factor for a semi-elliptic surface crack in a shaft under tension / H. Nisitani, D. H. Chen // *Trans. JSME.* — 1984. — **50**, No. 453. — P. 1077—1082.
14. *Kiuchi A.* Evaluation of brittle fracture strength of surface notched round bar / [A. Kiuchi, M. Aoki, M. Kobayashi, K. Ikeda] // *J. Iron and Steel Inst. Japan.* — 1982. — **68**, No. 13. — P. 1830—1838.
15. *Cai C. O.* A normalized area-compliance method for monitoring surface crack development in a cylindrical rod / C. O. Cai, C. S. Shin // *Int. J. of Fatigue.* — 2005. — **27**, No. 7. — P. 801—809.
16. *Levan A.* Part-circular surface cracks in round bars under tension, bending and twisting / A. Levan, J. Royer // *Ibid.* — 1993. — **61**, No. 1. — P. 71—99.
17. *Feih S.* Tensile strength and fracture surface characterization of sized and unsized glass fibers / S. Feih, A. Thraner, H. Lilholt // *J. Mater. Sci.* — 2005. — **40**, No. 7. — P. 1615—1623.
18. *Боровик В. Г.* Коэффициенты интенсивности напряжений для полукруглой поверхностной трещины в волокне при различных когезии и трении на его боковой поверхности // *Математические модели и вычислительный эксперимент в материаловедении.* — К. : Ин-т пробл. материаловедения НАН Украины. — 2012. — Вып. 14. — С. 60—69.

19. Haddi A. The influence of the drawing parameters and temperature rise on the prediction of chevron crack formation in wire drawing / A. Haddi, A. Imad, G. Vega // Int. J. Fracture. — 2012. — **176**, No. 2. — P. 171—180.
20. Lambrighs K. Influence of the load ratio on the threshold stress intensity factor range for heavily drawn steel wires / [K. Lambrighs, I. Verpoest, B. Verlinden, M. Wevers] / Engineering Failure Analysis. — 2011. — **18**, No. 2. — P. 694—699.
21. Selcuk Yahsi O. Conical crack problem in semi-infinite media with stress-free boundary conditions / O. Selcuk Yahsi, L. Parnas // Int. J. Fract. — 1986. — **31**, No. 4. — P. 291—301.
22. Боровик А. В. Коэффициенты интенсивности напряжений для внутренней осесимметричной конической трещины в волокне при растяжении / А. В. Боровик, В. Г. Боровик // Математические модели и вычислительный эксперимент в материаловедении. — К. : Ин-т пробл. материаловедения НАН Украины. — 2013. — Вып. 15. — С. 36—45 .
23. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2-х т. Т. 2 / Пер. с англ. / Под ред. Ю. Мураками. — М. : Мир, 1990. — 1016 с.
24. Боровик В. Г. Коэффициенты интенсивности напряжений  $K_I$  и  $K_{II}$  для трещин в вершинах параллельных каналов с сечениями в виде трехлучевых звезд // Порошковая металлургия. — 2011. — № 3/4. — С. 10—22.

### **Сумарні коефіцієнти інтенсивності напружень і фазові кути напруженого стану у вершині внутрішньої осесиметричної конічної тріщини в волокні при розтягуванні**

О. В. Боровик, Л. О. Тесленко

*Визначено сумарні коефіцієнти інтенсивності напружень ( $K_{IH}$ ) і фазові кути напруженого стану для внутрішньої осесиметричної конічної тріщини в волокні під дією розтягуючих напруг, прикладених на нескінченності. Проаналізовано вплив на  $K_{IH}$  радіуса тріщини, кута нахилу утворюючої конічної поверхні тріщини, коефіцієнта Пуассона матеріалу волокна. Розрахунки напружено-деформованого стану волокна виконували методом скінченних елементів.*

**Ключові слова:** сумарний коефіцієнт інтенсивності напружень, фазовий кут, дискподібна тріщина, конічна тріщина, коефіцієнт Пуассона.

### **The total stress intensity factors and phase angles for internal axisymmetric conical cracks in the fiber under tension**

O. V. Borovyk, L. O. Teslenko

*The total stress intensity factors the phase angles for the internal axisymmetric conical cracks in the fiber under tension were obtained and investigated. The effects of the crack radius, of the angle of the generating line of conical surface of cracks, of the Poisson ratio of the fiber material were analyzed. Calculations of the stress-strain state of the fiber were performed by finite element method.*

**Keywords:** total stress intensity factor, phase angle, penny shaped crack, conical crack, Poisson ratio.