УДК 629.783

Т. В. Лабуткина, Д. Ю. Пестов

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ АНАЛИЗА КИНЕМАТИКИ ЛИНИИ СВЯЗИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НА РАЗНОВЫСОТНЫХ ОРБИТАХ

Представлена спрощена математична модель механічної системи «космічний апарат – космічний апарат». Модель призначена для аналізу кінематики лінії зв’язку між космічними апаратами.

Ключові слова: *кінематика лінії зв’язку, космічний апарат, орбітальний рух.*

Представлена упрощенная математическая модель механической системы «космический аппарат – космический аппарат». Модель предназначена для анализа кинематики линии связи между космическими аппаратами.

Ключевые слова: *кинематика линии связи, космический аппарат,* *орбитальное движение.*

The simplified mathematical model of a mechanical system «the space vehicle – the space vehicle» is presented. The model is intended for the analysis of kinematics of a communication line between space vehicles.

Keywords: *kinematic of communication line, a the space vehicle, orbital motion.*

Введение. Перспективным направлением развития спутниковых систем являются системы с межспутниковыми коммуникационными линиями (например, Iridium, Teledesic) [1]. В большинстве спутниковых систем связь реализована только между космическими аппаратами на круговых орбитах одной высоты. Однако представляет интерес анализ новых концептуальных решений по построению спутниковых сетей. В том числе – создание систем, в орбитальных сегментах которых можно выделить несколько разновысотных подсегментов, и связь реализована между космическими аппаратами различных подсегментов. Создание спутниковых сетей связи требует анализа различных аспектов их функционирования. Один из них – анализ процессов связи между космическими аппаратами. Для анализа характеристик радиолинии между космическими аппаратами и программ изменения направления линий связи необходимо моделировать текущие кинематические параметры линии «космический аппарат – космический аппарат» (расстояние между космическими аппаратами, углы, задающих направление этой линии, выраженные как функции времени, а также первые и вторые производные этих функций).

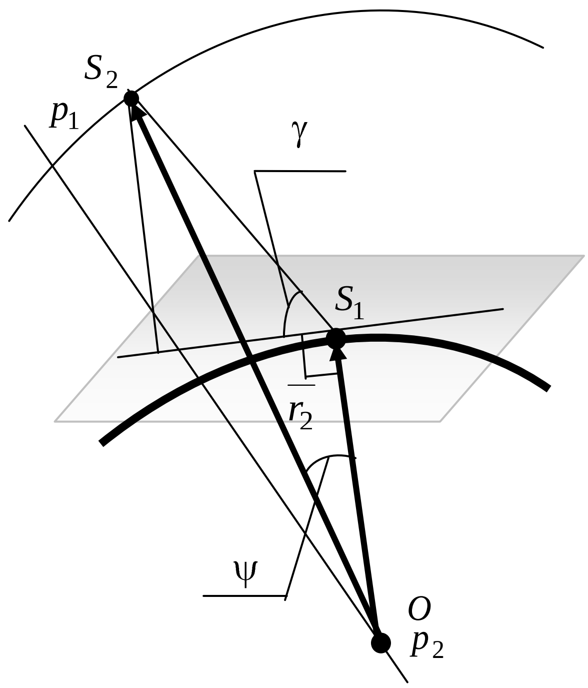
Перечисленные кинематические параметры линии связи зависят от расположения орбитальных плоскостей космических аппаратов друга относительно друга и от того, в каких точках орбит находятся космические аппараты. Поэтому возможно значительное множество вариантов изменения этих характеристик в ходе сеанса связи. Иногда недостаточно ограничиться расчетом максимальных и минимальных значений описанных выше кинематических параметров, а необходимо получать их средние значения для различных сеансов связи. Это особенно существенно при комплексном анализе нескольких показателей, так как их экстремальные значения могут не совпадать во времени.

Традиционный подход к анализу линии связи на всем «множестве» возможных вариантов изменения ее параметров во время сеанса связи следующий. Варьируются орбитальные параметры космических аппаратов и моделируется их движение с использованием математической модели принятой точности [2]. Моделирование осуществляется в координатах геоцентрической экваториальной системы, далее реализуется переход к координатам барицентрических орбитальных систем космических аппаратов, через которые выражаются кинематические параметры линии связи. Такой подход требует существенных затрат времени.

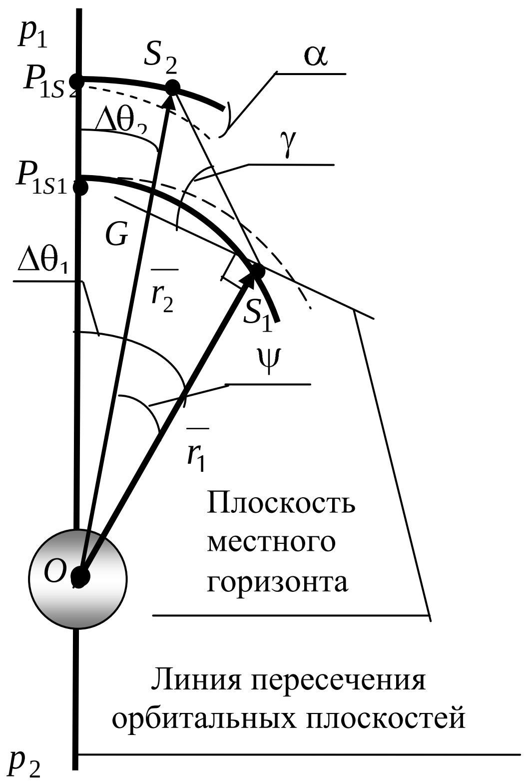
Поэтому на начальных этапах проектирования спутниковых систем, при анализе различных концептуальных решений по их построению также может быть полезен подход, основанный на использовании упрощенных математических моделей [3, 4]. Зачастую эти модели могут быть отнесены к классу обобщенных – результаты исследований, полученные для обобщенного элемента системы, в равной мере характеризуют все ее аналогичные элементы. В материалах данной статьи представлена упрощенная математическая модель обобщенной линии связи между космическими аппаратами спутниковой системы, находящимися в разновысотных сегментах ее орбитальной группировки.

Постановка задачи и описание подхода к решению. Рассматриваются два космических аппарата, которые находятся в разновысотных сегментах орбитальной группировки спутниковой системы. Принято, что сеанс связи кратковременный (не превышает 10 минут). Поэтому при моделировании кинематических параметров линии связи принимается упрощающее положение, что космические аппараты движутся только под действием центральной силы притяжения к Земле. Космический аппарат, который находится в более низком сегменте, назовем КА1, а космический аппарат в более высоком сегмент – КА2. На рис. 1 точки местоположения КА1 и КА2 – S_1 и S_2, соответственно. Орбиты космических аппаратов – в общем случае эллиптические, но параметры их таковы, что любая точка более низкой орбиты ниже любой точки более высокой орбиты. Для КА1 заданы следующие орбитальные параметры: e_1 (эксцентриситет), h_{p1} (высота перигея), i_1 (наклонение орбиты), Ω_1 (долгота восходящего узла), ω_1 (аргумент перигея). Для орбиты КА2 – соответственно параметры e_2, h_{p2}, i_2, Ω_2, ω_2.

Под плоскостью мгновенного местного горизонта космического аппарата понимается плоскость, перпендикулярная его радиус-вектору. Плоскость местного горизонта космического аппарата разделяет пространство на две области. Если точка находится в той области пространства, которой не принадлежит радиус-вектор, то она над плоскостью местного горизонта. Если в той области пространства, которой принадлежит радиус-вектор, то – под плоскостью местного горизонта. Будем полагать (в большинстве случаев это обусловлено конструктивными особенностями космических аппаратов), что связь КА1 с КА2 возможна, только если КА2 находится над плоскостью мгновенного местного горизонта КА1, а КА1 находится под плоскостью местного КА2.



а



б

Рис. 1. К определению угла высоты КА2 над плоскостью местного горизонта КА1:
а – иллюстрация к постановке задачи;
б – иллюстрация к поиску геометрического решения

Пусть прямая $p_1 p_2$ (рис. 1,*а*, *б*) – линия пересечения орбитальных плоскостей. Ее задает система уравнений:

$$\begin{cases} A_1 x + B_1 y + C_1 z = 0, \\ A_1 x + B_1 y + C_1 z = 0, \end{cases}$$

где $A_1 = \sin(i_1)\sin(\Omega_1)$, $B_1 = -\sin(i_1)\cos(\Omega_1)$, $C_1 = \cos(i_1)$, $A_2 = \sin(i_2)\sin(\Omega_2)$, $B_2 = \sin(i_2)\cos(\Omega_2)$, $C_2 = \cos(i_2)$, а x, y, z – координаты геоцентрической экваториальной системы. Угол α (рис. 1,*б*) между орбитальными плоскостями определяет уравнение

$$\alpha = \mathbf{arccos}\ \left(\left|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2\right|\right).$$

Траектории КА1 и КА2 пересекают линию пересечения орбитальных плоскостей p_1p_2 в точках P_{1S1} и P_{1S2}, соответственно. Значения истинных аномалий (θ_{p1S1} и θ_{p1S2}, соотвественно) для этих точек на первом витке с момента последнего прохождения перигея можно определить на основе подхода, предложенного в работе [5]. При этом угол θ_{p1S1} (рис. 2) определяется выражением

$$\theta_{p1S1} = \mathbf{arctg}\left(-\frac{A_2m1_{1,1} + B_2m1_{2,1} + C_2m1_{3,1}}{A_2m1_{1,2} + B_2m1_{2,2} + C_2m1_{3,2}}\right),$$

где

$$m1_{11} = \mathbf{cos}(\Omega_1)\cdot\mathbf{cos}(\omega_1) - \mathbf{sin}(\Omega_1)\cdot\mathbf{sin}(\omega_1)\cdot\mathbf{cos}(i_1),$$

$$m1_{12} = -\mathbf{cos}(\Omega_1)\cdot\mathbf{sin}(\omega_1) - \mathbf{sin}(\Omega_1)\cdot\mathbf{cos}(\omega_1)\cdot\mathbf{cos}(i_1),$$

$$m1_{21} = \mathbf{sin}(\Omega_1)\cdot\mathbf{cos}(\omega_1) + \mathbf{cos}(\Omega_1)\cdot\mathbf{sin}(\omega_1)\cdot\mathbf{cos}(i_1),$$

$$m1_{22} = \mathbf{cos}(\Omega_1)\cdot\mathbf{cos}(\omega_1)\cdot\mathbf{cos}(i_1) - \mathbf{sin}(\Omega_1)\cdot\mathbf{sin}(\omega_1),$$

$$m1_{31} = \mathbf{sin}(\omega_1)\cdot\mathbf{sin}(i_1),$$

$$m1_{32} = \mathbf{cos}(\omega_1)\cdot\mathbf{sin}(i_1)$$

– элементы матрицы перехода из геоцентрической орбитальной системы КА1 в геоцентрическую экваториальную систему.

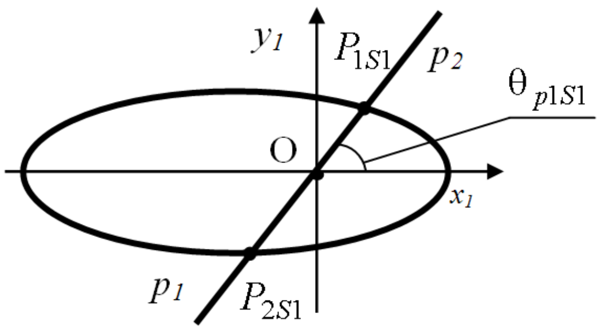


Рис. 2. Картина в орбитальной плоскости КА1

В текущий момент t времени значения истинных аномалий точек местонахождений КА1 и КА2 – $\theta_1(t)$ и $\theta_2(t)$. На начальный момент времени моделирования t_0 заданы значения $\theta_1(t_0)$ и $\theta_2(t_0)$. Задача исследований, представленных в данной статье, – разработать алгоритм расчетов для определения расстояния между связывающимися космическими аппаратами (длины отрезка S_1S_2, рис. 1) и величины угла высоты КА2 над плоскостью местного горизонта КА1 (величины угла γ, рис. 1). Значения этих величин должны определяться не как функции времени, а как функции угла θ_1. При этом также используются значения угла между орбитальными плоскостями α и значения θ_{p1S1} и θ_{p1S2}.

Упрощенная математическая модель. При заданных на начальный момент времени значениях $\theta_1(t_0)$, $\theta_2(t_0)$ и значениях перечисленных выше орбитальных параметров определяются значения моментов времени прохождения перигея τ_1 и τ_2 для КА1 и КА2, соответственно. Рассчитываются значения θ_{p1S1}, θ_{p1S2} и α. Затем в выбранных пределах варьируется значение истинной аномалии θ_1 для КА1. Для каждого значения θ_1 выполняются расчеты по описанному ниже алгоритму.

1. С использованием θ_1 определяется соответствующее значение эксцентрической аномалии КА1 – E_1, и далее – соответствующий текущий момент времени t.

2. Для этого момента времени рассчитывается значение E_2 истинной аномалии точки положения КА2 на траектории движения и определяется истинная аномалия θ_1.

3. При известных значениях θ_1 и θ_1 рассчитываются значения длин радиус-векторов для КА1 и КА2 в этих точках – r_1 и r_2, соответственно.

4. Значения θ_1 и θ_{p1S1} используются для определения значения угла между радиус-вектором КА1 и направлением из центра Земли на точку пересечения траектории КА1 с линией пересечения орбитальных плоскостей (рис. 1, 3):

$$\Delta\theta_1 = \theta_1 - \theta_{p1S1}.$$

Аналогично рассчитывается значение угла $\Delta\theta_2$ для КА2 (рис. 1, 2).

5. Определяются стороны OK_1 и K_1S_1 прямоугольного треугольника OK_1S_1 и стороны OK_2 и K_2S_2 прямоугольного треугольника OK_2S_2 (рис. 3).

6. Точка S_{P1} получается как отображение точки S_1 на орбитальную плоскость КА2 путем поворота вокруг прямой p_1p_2 на угол α (рис. 3,*б*). Точка S_{p2} получается при аналогичном отображении на плоскость КА1 точки S_2. В прямоугольном треугольнике $S_{p2}MS_1$ известны два катета ($|MS_1| = |K_1S_1| - |K_2S_{p2}|$

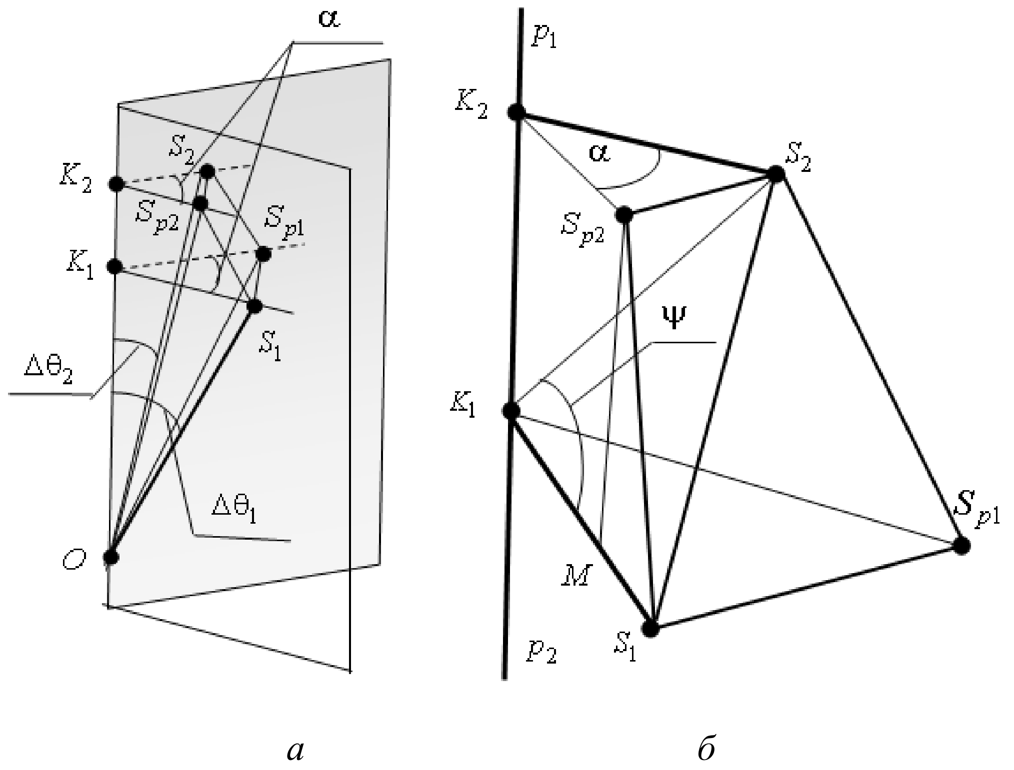


Рис. 3. К решению геометрической задачи:
а – изображение в пространстве; *б* – геометрические построения

и $\left|S_{p2}M\right| = \left|K_1K_2\right|$). Это позволяет найти боковую сторону S_1S_{p2} трапеции $S_1S_{p2}S_2S_{p1}$.

7. Стороны $S_{p2}S_2$ и S_1S_{p1} трапеции $S_1S_{p2}S_2S_{p1}$ можно найти соответственно из равнобедренных треугольников $S_{p2}K_2S_2$ и $S_{p1}K_1S_1$.

8. При всех известных длинах сторон трапеции $S_1S_{p2}S_2S_{p1}$ рассчитывается значение ее диагонали S_1S_2 (это расстояние между связывающимися космическими аппаратами).

9. В треугольнике $S_1K_1S_2$ при известных длинах его сторон определяется значение угла ψ (рис. 3,*б*).

10. В треугольнике OS_1S_2 при известных сторонах OS_1 и OS_2, угле ψ находится величина угла OS_1S_2 и далее – искомое значение угла γ (угол γ и угол величиной π в сумме составляют величину угла OS_1S_2).

Выводы. Можно выделить следующие особенности предложенного подхода к моделированию кинематических параметров линии связи между космическими аппаратами на разновысотных орбитах. Во-первых, в нем не используется время в качестве базовой изменяемой переменной. Это позволяет задавать исходные положения космических аппаратов на орбитах и далее, изменяя положение одного из космических аппаратов, определять соответствующее положение другого космического аппарата, и рассчитывать исследуемые параметры. Во-вторых, предложенный подход позволяет при выбранных орбитальных параметрах без существенных затрат времени подробно проанализировать все множество возможных вариантов кинематики линии связи между космическими аппаратами, варьируя начальные положения космических аппаратов относительно линии пересечения орбитальных плоскостей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. Невдяев Л. М. Персональная спутниковая связь/ Л. М. Невдяев, В. В. Смирнов. – М.: Эко-трендз, 1998. – 215 с. – ISBN 5-88405-008-9.
2. Основы теории полета космических аппаратов / ***под ред. Г. С. Нариманова и М. К. Тихонравова***. – М : Машиностроение, 1972. – С. 608.
3. Белянский П. В. Управление наземными антеннами и радиотелескопами / П. В. Белянский, Б. Г. Сергеев. – М.: Сов. Радио, 1980. – 280 с.
4. Ларин В. А. Влияние погрешности расположения плоскости орбиты на систему программного сопровождения спутника наземной антенной / В. А. Ларин, В. В. Авдеев // Придніпровський науковий вісник. Машинобудування. – Д., 1997. – № 45 (56), частина I. – С. 40–44.
5. Лабуткина Т. В. Методика прогноза механических конфликтов между элементами квазистабильного множества орбитальных тел / Т. В. Лабуткина // Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки: ***зб.науков. праць***. – Д.: Пороги, 2009. –Т. IX. – С. 41–52. – ISBN 978-611-518-052-3.

Надійшла до редколегії 24.11.13