

5. NASA-STD-8719.14 NASA Technical Standard: Process for Limiting Orbital Debris, 28 August 2007.
6. NASA-HANDBOOK 8719.14 NASA Handbook for Limiting Orbital Debris, 30 July 2007.
7. Space technology items. General requirements for mitigation of near-earth space debris population: GOST R 52925-2008. – GOST R 52925-2008. – 1.01.2009. – М.: Standartinform, 2008. – 5 s.
8. Space Debris Mitigation Guidelines of the Committee on the Peaceful Uses of Outer Space, United Nations Office of Outer Space Affairs. – Vienna, 2010.
9. Dron' M., Dubovik L., Kondratiev A., Khorolskyi P. Calculation of Performance Characteristics of the Space Vehicle for Collection of Small-sized Space Debris/ M. Dron', L. Dubovik, A. Kondratiev, P. Khorolskyi // Reporter of Propulsion Engineering: *Scientific-technical Journal*. – Zaporizhzhya: Motor Sich, JSC, 2010. – 1 (22). – ISSN 1727-0219.
10. Electric Propulsion Subsystem Development and Application in Russia / [G. Popov, V. Kim, V. Murashko, Y. Semenov et al.] // Proceeding 3rd Spacecraft Propulsion Conference, 10–13 October 2000. – Cannes, France. Edited by R. A. Harris. European Space Agency ESASP-465, 2001. – P. 21.

Надійшла до редколегії 09.11.2013

УДК 532.539:532.593

Г. А. Иванова

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ ВО ВРАЩАЮЩИХСЯ ЕМКОСТЯХ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ОБРАТНОГО УСКОРЕНИЯ

Запропоновано математичну модель та алгоритм розрахунку динаміки рідини у ємності під дією повздовжнього додатного прискорення з одночасним обертанням ємності навколо поперечної осі, що проходить через її центр мас.

Ключові слова: вісесиметрична ємність, обертання, лагранжевий підхід.

Предложена математическая модель и алгоритм расчета динамики жидкости в емкости под действием продольного положительного ускорения с одновременным вращением емкости вокруг поперечной оси, проходящей через ее центр масс.

Ключевые слова: осесимметричная емкость, вращение, лагранжевый подход.

A mathematical model and algorithm of calculation of dynamics of liquid offer in a capacity under the action of longitudinal positive acceleration with the simultaneous rotation of capacity about transverse axis passing through her barycenter.

Keywords: axisymmetric capacity, rotation, approach of Lagrange.

Исследуемые емкости представляют собой осесимметричные цилиндры со сферическими выпуклыми или вогнутыми днищами.

В условиях вращения емкости относительно поперечной оси переориентацию жидкости следует ожидать вдоль стенок емкости. Кроме того, поскольку целью исследований является анализ переориентации жидкости от верхнего днища к нижнему, то вполне обосновано упростить реальную геометрию этих днищ. При разработке математической модели будем полагать, что верхнее и нижнее днища емкости представляют собой сферические сегменты с постоянным радиусом кривизны R_d .

На рис. 1 представлена упрощенная схема емкости, где все геометрические параметры приведены в безразмерном виде. Положение жидкости соответствует начальному моменту.

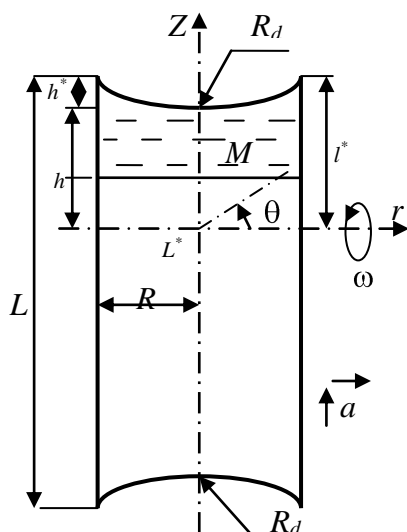


Рис. 1. Упрощенная схема емкости:

$$L = 6,12; R_d = 1,33; l^* = 2,1; \\ h^* = 0,4; h = 0,16$$

Исследование динамики жидкости в цилиндрических емкостях описано в ряде работ [2, 3, 5, 7, 10, 11]. Однако расчет динамики топлива в цилиндрической емкости в рассматриваемом случае на основе полных уравнений Навье-Стокса возможен только в очень упрощенной постановке.

Предположим, что жидкость имеет максимально возможный объем V_0 и располагается вблизи верхнего днища в момент начала действия осевой положительной перегрузки.

Свободная поверхность такого объема жидкости будет возвышаться над полюсом верхнего днища (точка M) на высоту h . Свободная поверхность в

начальный момент времени плоская и перпендикулярна продольной оси. Емкость совершает вращательное движение вокруг центра масс (точка L^*) относительно своей поперечной оси с угловой скоростью ω . Начиная с момента времени $t=t_0$ на нее действует массовое ускорение $a(t)$, которое за время t_1 снижается с $1g$ до уровня $0,1g$ и далее не изменяется. Это ускорение вдоль продольной оси имеет положительное направление. Изменение массового ускорения можно аппроксимировать линейной зависимостью вида $a = (1 - t_1 t)g$.

Поскольку емкость имеет весьма значительные геометрические размеры, то при действующем уровне массовых сил влиянием капиллярных сил на

исследуемый процесс можно пренебречь [6, 10]. Кроме того, влияние сил вязкости в данном случае также можно не учитывать [9].

Из вышесказанного следует, что жидкость находится под влиянием двух сил: массовой силы F_m и центробежной силы F_w , величина которой определяется расстоянием жидкостного объема от оси вращения емкости.

Введем цилиндрическую систему координат с центром O в центре масс ступени (точка L^*). Ось OZ направлена вдоль продольной оси ступени, ось OX – вдоль поперечной оси ступени. Емкость осесимметрична, свободная поверхность жидкости в начальный момент времени также осесимметрична, а массовое ускорение направлено вдоль оси OZ . Исследуемый гидродинамический процесс будет обладать свойством осевой симметрии.

Предположим, что с момента времени $t=t_0$ ступень вращается с угловой скоростью ω вокруг оси OX . В этот же момент времени на ступень начинает действовать внешняя массовая сила, создавая ускорение $a(t)$ вдоль оси OZ . Следовательно, жидкость в емкости находится под действием двух массовых сил. Поскольку вязкостью жидкости можно пренебречь, то динамика жидкости будет описываться уравнениями Эйлера [4], которые при условии осевой симметрии задачи, т.е. независимости решения от угловой координаты θ , примут вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} = F_r - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r}, \\ \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z}. \end{cases} \quad (1)$$

В дальнейшем при анализе динамики жидкости будет использоваться т.н. лагранжевый подход [4]. Другими словами, будет изучаться динамика предварительно выделенного жидкостного объема. При таком подходе и с учетом конкретного вида действующей массовой силы, из системы (1) следует:

$$\begin{cases} \frac{dV_r}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r}, \\ \frac{dV_z}{dt} = a(t) - \omega^2 z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z}. \end{cases} \quad (2)$$

Учитывая осевую симметрию задачи, расчет динамики жидкости будет проводиться лишь в области изменения координаты r от 0 до 1 (рис. 2). Разобьем указанную область на систему подобластей, которые будем называть секторами. Пусть общее количество этих секторов N . Сектора представляют собой криволинейные трапеции с основаниями, параллельными оси OZ и одинаковой высотой $h_c = 1/N$. Боковые стороны секторов являются элементами поверхности верхнего и нижнего днищ емкости. В реальности эти поверхности

криволинейные. Однако в расчетной модели заменим их отрезками прямой, параллельными оси Or . Очевидно, что погрешность аппроксимации такой замены будет тем меньше, чем больше число расчетных секторов N . Таким образом, расчетные сектора представляют собой прямоугольные области.

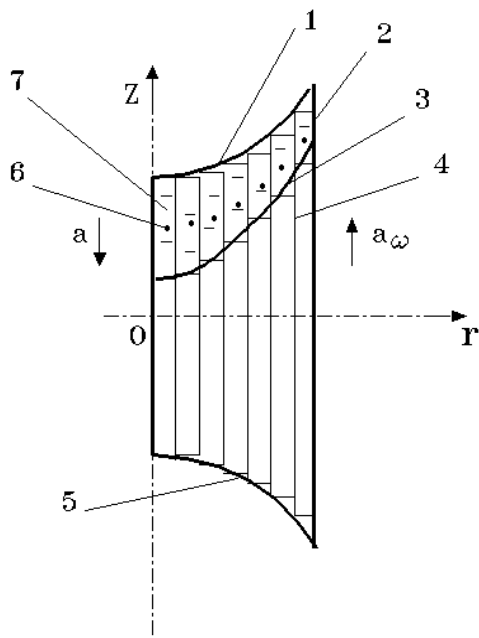


Рис. 2. Расчетная область:

1 – верхнее днище; 2 – боковая стенка; 3 – свободная поверхность; 4 – фиктивная граница сектора; 5 – нижнее днище; 6 – центр масс жидкости в секторе; 7 – часть сектора, заполненная жидкостью; a – массовое ускорение; a_ω – центробежное ускорение, обусловленное вращением относительно оси Or ; OZ , Or – оси цилиндрической системы координат

Свободная поверхность жидкости имеет криволинейную форму. При расчете этой формы будем ее аппроксимировать отрезками прямой, которые параллельны оси Or (рис. 2). В каждые расчетные моменты времени жидкость занимает в расчетном секторе определенную область, которая всегда является прямоугольной и односвязной. Учитывая односвязность области, занятой жидкостью, и однородность жидкости, положение центра масс жидкости в каждом из секторов в произвольный момент времени легко определятся, как пересечение диагоналей прямоугольной области, занятой жидкостью. В дальнейшем будем полагать, что внешние массовые силы, приложенные к жидкости в некотором произвольном секторе, сосредоточены в центре масс. Жидкость может свободно перемещаться из одного сектора в другой под действием внешних возмущающих воздействий.

Эти миграции будут приводить к изменению общего объема жидкости внутри отдельно взятого сектора.

Величину этого объема обозначим через τ . Очевидно, что при известной величине τ и z -координате центра масс жидкости в секторе положение свободной поверхности Z_s однозначно определяется как

$$Z_s = z - \frac{\tau}{2h_c}. \quad (3)$$

Отметим, что при расчетах полагается, что область течения жидкости является односвязной. Кроме того, расчеты проводятся до момента времени, когда свободная поверхность жидкости пересекает продольную ось вращения ступени Or (рис. 1).

Предположим, что на момент времени $t = t^n$ известно распределение объемов жидкости между секторами τ_i^n , положение центров масс жидкости в секторах – z_i^n , а также значения компонент скорости $V_i^n((V_r)_i^n, (V_z)_i^n)$ центров масс ($I = 1, \dots, N$). Следует отметить, что r-координата центров масс жидкости в секторах с течением времени не меняется и определяется зависимостью:

$$r_i^n = h_c(i-1/2), i=1, \dots, N, \quad (4)$$

где h_c – априорно выбранный шаг по координате r.

Положение координат центров масс жидкости, объемов, а также компонент скорости на момент времени $t = t^{n+1} = t^n + \Delta t$ (Δt – выбранный шаг по времени) определяется с помощью разностной аппроксимации системы дифференциальных уравнений (4). Эта система в разностной форме будет иметь вид [11]:

$$\begin{cases} (V_r)_i^{n+1} = (V_r)_i^n + \frac{\Delta t}{h_c} (z_{i+1}^{n+1/2} (\omega^2 z_{i+1}^{n+1/2} - a^{n+1/2}) - z_i^{n+1/2} (\omega^2 z_i^{n+1/2} - a^{n+1/2})) \\ (V_z)_i^{n+1} = (V_z)_i^n + \Delta t (\omega^2 z_i^{n+1/2} - a^{n+1/2}), \end{cases} \quad (5)$$

где $(V_r)_i^n, (V_z)_i^n$ – компоненты вектора скорости центра масс i -го сектора в момент времени t , м/с; $(V_r)_i^{n+1}, (V_z)_i^{n+1}$ – компоненты вектора скорости центра масс i -го сектора в момент времени t^{n+1} , м/с; $z_i^{n+1/2}$ – z -координата i -го центра масс в момент времени $t^{n+1/2}$, м; $z_{i+1}^{n+1/2}$ – z -координата $i+1$ -го центра масс в момент времени $t^{n+1/2}$, м; $a^{n+1/2}$ – массовое ускорение жидкости в момент времени $t^{n+1/2}$, м/с²; ω – угловая скорость вращения ступени, рад/с.

Значения координат центров масс секторов в момент времени $t^{n+1/2}$ априорно неизвестны. Изначально полагается, что $z^{n+1/2} = z^n$. После этого определяется приближенное значение $(z^{n+1})^*$ по изложенной ниже методике. Тогда

$$z^{n+1/2} = \frac{(z^{n+1})^* + z^n}{2}. \quad (6)$$

В дальнейшем выполняется итерационный процесс по уточнению значений $z_i^{n+1/2}$ в системе (5).

Из системы уравнений (5) непосредственно следует:

$$\begin{cases} z_i^{n+1} = z_i^n + \Delta t \frac{(V_z)_i^{n+1} + (V_z)_i^n}{2}, \\ r_i^{n+1} = r_i^n + \Delta t \frac{(V_r)_i^{n+1} + (V_r)_i^n}{2}, \end{cases} \quad (7)$$

где z_i^n, r_i^n – координаты центра масс i -го сектора в момент времени t^n ; z_i^{n+1}, r_i^{n+1} – координаты центра масс i -го сектора в момент времени t^{n+1} , которые в дальнейшем итерационно уточняются.

Расчетный процесс начинается с 1-го сектора, т.е. от продольной оси ступени. При этом предполагается, что если за промежуток времени Δt центр масс в i -м секторе переместился на величину Δz_i , то в $(i+1)$ -м его положение изменилось на величину $\Delta z_{i+1} = \frac{r_i}{r_{i+1}} \Delta z_i$ в противоположном направлении.

Следует обратить особое внимание на r -координаты центров масс расчетных секторов. Как уже отмечалось выше, эти координаты со временем не меняются, т.е. они стационарны. Тогда необходимо уточнить, что в системе уравнений (6) понимается под r -координатой центра масс i -го сектора в момент времени t^{n+1} . Из второго уравнения системы (6) следует, что за промежуток времени Δt центр масс i -го сектора переместился на расстояние $\Delta r_i = r_i^{n+1} - r_i^n$. При этом, если $\Delta r_i > 0$, то в сторону $(i+1)$ -го сектора, а если $\Delta r_i < 0$, то в сторону $(i-1)$ -го сектора. В соответствии с лагранжевым подходом к описанию жидкости, i -тый центр масс не изменяет своей r -координаты. Вместо этого объем жидкости $\Delta \tau_i = 2\pi r_i \Delta r_i l_i$ (l_i – длина i -го сектора в направлении оси OZ , заполненная жидкостью) из i -того сектора перемещается в $(i+1)$ -й сектор, если $\Delta r_i > 0$. Если $\Delta r_i < 0$, то указанный объем жидкости добавляется в i -том секторе, а в секторе $(i+1)$ -м на соответствующую величину объем жидкости уменьшается. В результате этого z -координаты указанных секторов несколько меняют свои значения. Если $\Delta r_i > 0$, то в момент времени t^{n+1} :

$$\begin{cases} \Delta z_i = -\frac{l_i}{h_c} \Delta r_i, \\ \Delta z_{i+1} = \frac{r_i l_i}{h_c r_{i+1}} \Delta r_i. \end{cases} \quad (8)$$

В системе (8) приращения Δz изменяют свои знаки на обратные, если $\Delta r_i < 0$.

При расчетах необходимо учитывать, что жидкость несжимаемая и объем ее с течением времени не изменяется. Другими словами,

$$2\pi h_c \sum_{i=1}^N r_i l_i = \mathbf{const} \text{ для любого момента времени.}$$

Таким образом, при расчете нового положения центра масс в i -м секторе z_i^{n+1} на каждом итерационном шаге на первом этапе определяются значения z_i^{n+1} и z_{i+1}^{n+1} по первому уравнению системы (5). Затем эти значения дополнительно корректируются за счет градиента давления в поперечном направлении при помощи второго уравнения системы (7) и уравнений системы (8). После указанных корректировок значение индекса i увеличивается на единицу. При этом, в системе уравнений (8) в качестве значения z_i^{n+1}

используется уже полученное ранее уточненное значение этой величины (при расчете предыдущего сектора).

Следует отметить, что поскольку по поперечной координате r на каждом временном шаге определяется расчет объема жидкости, переходящей из сектора в сектор, то на новом временном шаге в системе уравнений (7) r -компонента скорости $(V_r)_i^n=0$ и скорость центров масс в поперечном направлении отсутствуют.

Так происходит цикл расчета всех секторов в направлении увеличения их номеров. При достижении N -го сектора, расчетный цикл повторяется вновь. При этом в качестве значений z_i^{n+1} и z_{i+1}^{n+1} в системе уравнений (7) используются уже полученные ранее значения этих величин с предыдущей итерации.

После прохождения второго расчетного цикла проверяется условие сходимости итераций (10). Если оно выполняется, то осуществляется переход на новый временной слой. Если (10) не выполняется, то итерации продолжают. Отметим, что расчетный процесс построен таким образом, что закон сохранения массы выполняется автоматически, и проверка условия сохранения массы не требуется.

Расчетный процесс следует продолжать до момента, когда либо нарушится условие односвязности расчетной области, либо z -координаты центров масс жидкости в расчетных секторах будут иметь отрицательные значения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. Волков Е. А. Численные методы / Е. А. Волков. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1982. – 256 с.
2. Колесников К. С. Колебания жидкости в цилиндрическом сосуде / К. С. Колесников. – М.: МВТУ им. Н. Е. Баумана, 1964. – 99 с.
3. Колин И. В. Колебания жидкости в цилиндрическом сосуде с кольцевой перегородкой / И. В. Колин. – Ученые зап. ЦАГИ, 1970. – Т. 1, № 4. – С. 118–122.
4. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 840 с.
5. Луковский И. А. Нелинейные колебания жидкости в сосудах сложной геометрической формы / И. А. Луковский. – К.: Наук. думка, 1975. – 135 с.
6. Макарова А. С. Гидродинамические процессы в топливных баках КЛА / А. С. Макарова. – Д.: ДГУ, 1994. – 96 с.
7. Микишев Г. Н. Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость / Г. Н. Микишев, Б. И. Рабинович. – М.: Машиностроение, 1971. – 563 с.
8. Самарский А. А. Теория разностных схем / А. А. Самарский. – М.: Наука, 1979. – 658 с.
9. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей / К. Флетчер. – М.: Мир, 1991. – 552 с.

10. Abramson H. N. The dynamic behavior of liquids in moving containers with applications to space vehicle technology / H. N. Abramson– NASA SP-106, Washington, D.C., 1966. – 544 p.
11. Dodge F. T., Garza L. R. Simulated low-gravity sloshing in spherical, ellipsoidal and cylindrical tanks / F. T. Dodge, L. R. Garza // J. of Spacecraft and Rockets, 1970. – Vol. 7. – N. 2. – P. 85–90.

Надійшла до редколегії 5.11.2013

УДК 621.383:629.7.064.5

Л. И. Кныш

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

ВЛИЯНИЕ ЧАСТИЧНОГО ЗАТЕНЕНИЯ НА ТЕПЛОВОЙ РЕЖИМ СОЛНЕЧНЫХ МОДУЛЕЙ

Проводиться чисельне дослідження температурного режиму сонячних батарей космічного базування в умовах часткового затінення, а також під час миттєвого видалення тіні. Виявлено вплив енергетичних показників сонячних модулів на їхні температурні поля. Доказана необхідність урахування виділення додаткової потужності під час розрахунку полів температур в умовах миттєвого видалення тіні.

Ключові слова: сонячна батарея, сонячні елементи, часткове затінення, зворотна напруга, потужність, чисельні експерименти.

Проводится численное исследование температурного режима солнечных батарей космического базирования в условиях частичного затенения, а также при мгновенном удалении тени. Выявлено влияние энергетических показателей солнечных модулей на их температурные поля. Доказана необходимость учета выделения дополнительной мощности при расчете полей температур в условиях мгновенного удаления тени.

Ключевые слова: солнечная батарея, солнечные элементы, частичное затенение, обратное напряжение, мощность, численные эксперименты.

A numerical study of the temperature regime of space-based solar cells under partial shading, and at the instantaneous removal of the shade was conducted. The influence of energy performance of solar modules on their temperature fields were found. The need to consider allocation of additional capacity in the calculation of temperature fields in immediate removal of the shadows has been proven.