

УДК 519.6

Ю. В. Бразалук, Д. В. Евдокимов, В. Г. Решняк

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ НАПЫЛЕНИЯ

Запропоновано узагальнену математичну модель та вдосконалений алгоритм розрахунку процесу напилювання тонкого покриття на поверхню тіла, що обробляється. В основу розрахункового алгоритму покладено комбінований метод граничних елементів та дискретних особливостей. На модельних задачах досліджено вплив на процес напилювання наявності у потоці направляючих поверхонь, вихорів, форми тіла, що обробляється, та електричного заряду крапель, що напиляються, та тіла, на яке напиляються краплі.

Ключові слова: напилювання, комбінований метод граничних елементів та дискретних особливостей, електричний заряд крапель

Предложена обобщенная математическая модель и усовершенствованный алгоритм расчета процесса напыления тонкого покрытия на поверхность обрабатываемого тела. В основу расчетного алгоритма положен комбинированный метод граничных элементов и дискретных особенностей. На модельных задачах показано влияние на процесс напыления наличия в потоке направляющих поверхностей, вихрей, формы обрабатываемого тела и электрического заряда напыляемых капель и тела, на которое капли напыляются.

Ключевые слова: напыление, комбинированный метод граничных элементов и дискретных особенностей, электрический заряд капель

The generalized mathematical model and improved computational algorithm for the process of thin covering spraying on a surface of the worked body are proposed. The combined boundary element and discrete singularity method is used as a base of the computational algorithm. Influences on the spraying process of presences in flow of directing surfaces and vortices, shape of the worked body and electrical charges of spraying drops and sprayed body are shown using model problems.

Key words: spraying, combined boundary element and discrete singularity method, electrical charges of drops

Введение. Технологии нанесения разного рода покрытий, основанные на принципе напыления, в последние годы приобрели широкое распространение в различных отраслях производства. Простота и универсальность технологии, экономичность, высокое качество наносимого покрытия, высокая производительность относятся к безусловным достоинствам технических решений на основе принципа напыления. В то же время, для изделий сложной геометрической формы проблема обеспечения надлежащих параметров напыляемого слоя зачастую оказывается нетривиальной и даже трудноразрешимой. Кроме того, в процессах напыления возможна заметная

потеря напыляемого вещества, что также нежелательно не только с экономической, но и с экологической точки зрения. Учитывая дороговизну напыляемых материалов и жесткие требования к параметрам напыляемого слоя, задача теоретического исследования процессов напыления, поиска путей управления этими процессами, совершенствования соответствующих технологий представляется исключительно актуальной.

Постановка проблемы. Процессы напыления с технической точки зрения достаточно просты, чего нельзя сказать о механизмах многих физических явлений, протекающих при напылении. Однако управление процессом напыления оказывается намного сложнее, чем обычная проблема управления потоком, и включает в себя многочисленные дополнительные возможности, например, напыление электрически заряженных капель (частиц) и управление процессом при помощи электромагнитных полей. Другой проблемой, подлежащей решению методами математического и численного моделирования, является усложнение структуры напыляющего потока при усложнении формы изделия. Наконец, рассматриваемая проблематика имеет и чисто вычислительные аспекты, например, трудности в расчетах пространственных задач напыления.

Очевидно, что для решения перечисленных проблем необходима разработка специальных математических моделей и методов расчета. Конечно, столь широкий спектр задач невозможно разрешить в рамках одной статьи, поэтому авторы склонны рассматривать настоящую статью как определенный этап в серии работ, посвященных процессам напыления.

Анализ публикаций по теме исследования. Проблеме напыления посвящена достаточно обширная техническая литература [1 - 10], однако внимание в этих работах сосредоточено, преимущественно, на технических аспектах. В этих же работах описаны методы инженерного расчета процессов напыления, но, к сожалению, ни математическому, ни численному моделированию внимания не уделено. В работах [11, 12], процесс напыления был рассмотрен с общих позиций гидродинамики многофазных сред, однако некоторые предположения, неизбежные при применении таких моделей, представляются не совсем обоснованными для исследуемого процесса, в частности, при напылении речь идет о движении достаточно крупных, невзаимодействующих объектов, что тяжело отразить в классических эйлеровых моделях гидродинамики многофазной среды.

В работе [13] для расчета рассматриваемого процесса был использован лагранжевый подход совместно с методом граничных элементов, примененного для расчета поля течения. В результате был получен достаточно эффективный алгоритм, дальнейшему развитию которого и посвящена данная работа.

Цель работы: целью настоящей работы является обобщение предложенной в статье [13] математической модели и разработанных там же численных подходов, благодаря чему будет расширен спектр процессов напыления, подлежащих эффективному расчету, и проанализировано влияние на исследуемый процесс различных факторов, в том числе и создающих

возможности управления процессом, и интенсификации процесса.

Постановка задачи. В работе [13] в качестве математической модели напыляющего течения была использована модель плоского потенциального течения идеальной несжимаемой жидкости, а поток считался неограниченным внешне. При всей вычислительной эффективности этой модели она не учитывает наличие возможных источников завихренности, а также разного рода ограждающих и направляющих поверхностей, которые могут использоваться в технологическом процессе не только как элементы управления потоком, но и для предотвращения попадания напыляемого вещества в окружающую среду, а иногда и просто по технологическим условиям производства. Кроме того, в работе [13] не было учтено влияние частиц на поток, что соответствует случаю очень малой объемной концентрации капель. Очевидно, что для больших концентраций напыляемых капель необходимо, пусть даже в некотором приближении, учесть их взаимное влияние и влияние на поток. Как и в работе [13], ограничимся рассмотрением плоской задачи, сформулированной в терминах функции тока, что охватывает достаточно большие классы промышленных приложений.

Опуская дифференциальную формулировку задачи и переход от нее к формулировке интегральной [13, 14.], получим:

$$C(x_0, y_0) \cdot \psi(x_0, y_0) = \int_{\Gamma_B \cup \Gamma_T} \frac{\partial \psi}{\partial n}(x, y) \varphi(x, y, x_0, y_0) dS(x, y) - \\ - \int_{\Gamma_B \cup \Gamma_T} \psi(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial n}(x, y, x_0, y_0) dS(x, y) + \sum_{i=1}^{M_B} \omega_i \varphi(x_i, y_i, x_0, y_0) + \sum_{i=1}^{M_D} d_i \varphi(x_i, y_i, x_0, y_0), \quad (1)$$

где Γ_B – внешние и направляющие границы, Γ_T – поверхность обрабатываемого тела, C – функция расположения точки (x_0, y_0) , определяемая как:

$$C(x_0, y_0) = \begin{cases} 1, & (x_0, y_0) \in D, \\ \frac{1}{2}, & (x_0, y_0) \in \Gamma_B \cup \Gamma_T, \\ 0, & (x_0, y_0) \notin D, (x_0, y_0) \notin \Gamma_B \cup \Gamma_T; \end{cases}$$

где D – область течения, φ – фундаментальное решение уравнения Лапласа

$$\varphi(x, y, x_0, y_0) = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}}, \quad (2)$$

M_B – количество дискретных вихрей, моделирующих завихренность в области течения, ω_i – интенсивности дискретных вихрей, M_D – количество диполей, моделирующих движущиеся капли, d_i – интенсивности дискретных диполей, пропорциональные локальным относительным скоростям капель и размерам

капель.

Движение дискретных вихрей описывается традиционным образом [14]:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= u(x_i, y_i), \quad \dot{y}_i = v(x_i, y_i), \\ i &= 1, M_B, \\ x_i(\tau = \tau_0) &= x_{i0}, \quad y_i(\tau = \tau_0) = y_{i0},\end{aligned}\tag{3}$$

где u и v – компоненты вектора скорости потока в точке, где в данный момент расположен дискретный вихрь, в предположении, что этот вихрь отсутствует. Величины u и v легко могут быть найдены из (1) при помощи параметрического дифференцирования по координатам, τ_0 – начальный момент времени или момент генерации данного вихря, x_{i0}, y_{i0} – известные величины, определяющие начальные положения вихрей.

Движение дискретных диполей связано с движением материальных частиц (объектов дисперсной фазы), которое, как и в работе [14], описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}(m + m_{\Pi})\ddot{x}_i &= F_{aix} + F_{mix}, \quad (m + m_{\Pi})\ddot{y}_i = F_{aiy} + F_{miy}, \\ i &= 1, M_D, \\ x_i(\tau = \tau_0) &= x_{i0}, \quad y_i(\tau = \tau_0) = y_{i0}, \\ u_i(\tau = \tau_0) &= u_{i0}, \quad v_i(\tau = \tau_0) = v_{i0},\end{aligned}\tag{4}$$

где m – масса частицы, m_{Π} – её присоединённая масса, F_{aix} , F_{aiy} , F_{mix} , F_{miy} – соответствующие проекции аэродинамических (гидродинамических) и массовых сил. Первые из них определяются точно так же как и в работе [13]:

$$\begin{aligned}F_{aix} &= C \cdot S_x \frac{\rho_{\Gamma}}{2} \cdot (u(x_i, y_i) - \dot{x}_i)^2 \frac{(u(x_i, y_i) - \dot{x}_i)}{\sqrt{(u(x_i, y_i) - \dot{x}_i)^2 + (v(x_i, y_i) - \dot{y}_i)^2}}, \\ F_{aiy} &= C \cdot S_y \frac{\rho_{\Gamma}}{2} \cdot (v(x_i, y_i) - \dot{y}_i)^2 \frac{(v(x_i, y_i) - \dot{y}_i)}{\sqrt{(u(x_i, y_i) - \dot{x}_i)^2 + (v(x_i, y_i) - \dot{y}_i)^2}},\end{aligned}\tag{5}$$

где $u(x_i, y_i)$, $v(x_i, y_i)$ – скорость жидкости в точке (x_i, y_i) , то есть в точке, в которой в данный момент находится капля напыляемого материала, в предположении, что капля не влияет на гидродинамику потока, вектор $(\dot{x}_i, \dot{y}_i)$ определяет скорость капли, S_x, S_y – площади миделева сечения капли при

обтекании ее в соответствующем направлении, ρ_{Γ} – плотность газа, C – коэффициент гидродинамического сопротивления, определяемый по формуле [15, 16]:

$$C = M Re^{-n}, \quad (6)$$

где $M = M(Re)$, $n = n(Re)$, Re – число Рейнольдса обтекания капли;

$$M(Re) = \begin{cases} 25,6, & Re < 1, \\ 26,3, & 1 \leq Re < 13, \\ 12,3, & 13 \leq Re < 800, \\ 0,44, & Re \geq 800, \end{cases}$$

$$n(Re) = \begin{cases} 1,0, & Re < 1, \\ 0,8, & 1 \leq Re < 13, \\ 0,5, & 13 \leq Re < 800, \\ 0, & Re \geq 800. \end{cases}$$

При определении массовых сил помимо традиционной силы тяжести учитывались еще и электромагнитные силы, которые создают дополнительные возможности управления процессом напыления. В частности, в ряде проведенных далее расчетов i -ый объект дисперсной фазы имеет электрический заряд q_i и движется в электромагнитном поле с напряженностью $\vec{E}(x, y)$.

Таким образом, отличия представленной выше математической модели процесса напыления от модели, использованной в предыдущей работе [13], заключаются в: учете дискретных вихрей и дискретных диполей (суммы в правой части уравнения (1)), модели движения дискретных вихрей (2) и учете негравитационной массовой силы в уравнениях движения объектов дисперсной фазы. Это позволяет оценить предложенную математическую модель как обобщение модели, использованной ранее.

Алгоритм расчета. Общая схема расчета напыления аналогична предложенной в предыдущей работе [13], поэтому, краткости ради, приводить ее здесь не будем, а остановимся лишь на отличиях. Основным отличием используемой в настоящей работе математической модели является учет влияния на поток подвижных особенностей, поэтому в основу расчета положен не традиционный метод граничных элементов, как в работе [13], а комбинированный метод граничных элементов и дискретных особенностей [14, 17]. Если в предыдущей работе расчет поля течения выполнялся только один

раз, то в настоящей работе его необходимо проводить на каждом шаге по времени, что приводит к достаточно неэкономной процедуре. Чтобы повысить эффективность расчета, использовался следующий прием: на первом шаге по времени матрица системы линейных алгебраических уравнений обращалась, и в дальнейшем использовалась обратная матрица, что позволило на каждом шаге по времени исключить вычисление коэффициентов матрицы и, фактически, решение системы.

Анализ полученных результатов. Поскольку основная цель настоящей работы состоит в совершенствовании математической модели и методов расчета рассматриваемого процесса, авторы сочли необходимым ограничиться решением модельных задач, явно демонстрирующих возможности и достоинства предложенного подхода. Результаты проведенных расчетов приведены ниже в графической форме.

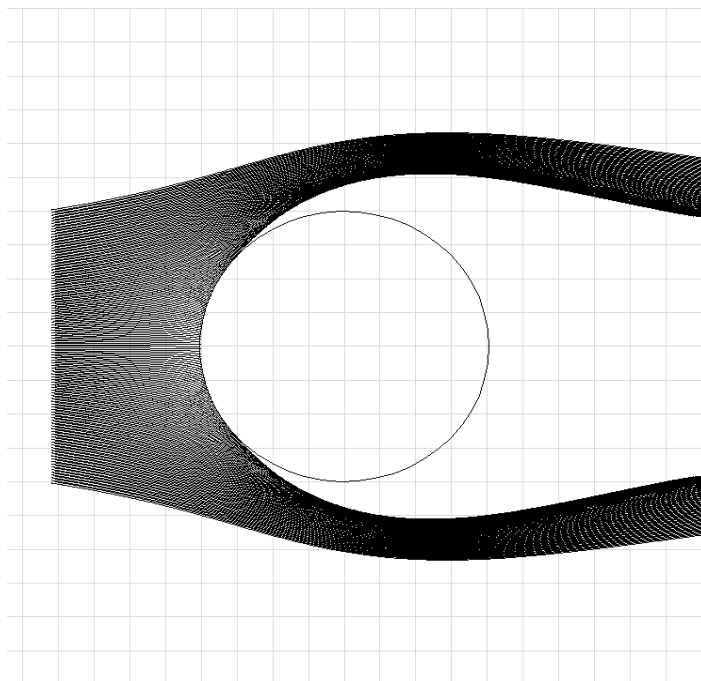


Рис. 1. Траектории каплей радиуса $R = 0,05$ и массы $m = 10^{-3}$, при напылении на поверхность кругового цилиндра радиуса $R = 1$ в неограниченном пространстве.

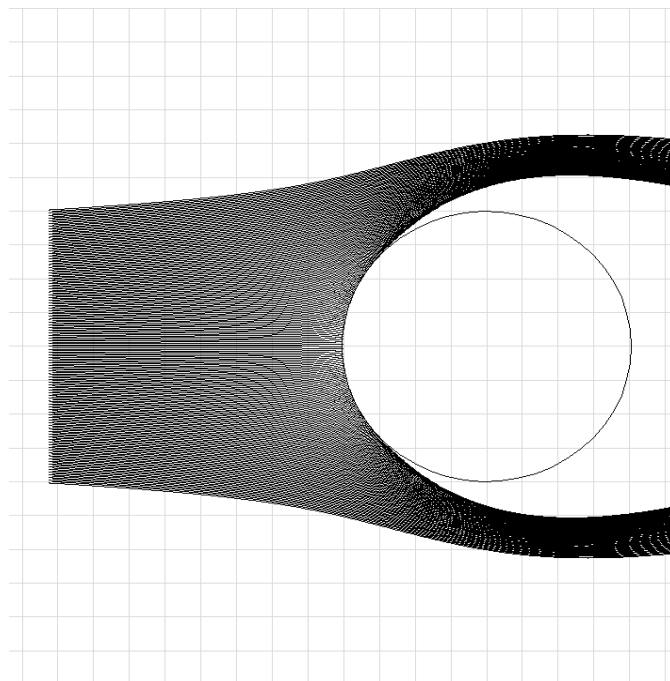


Рис. 2. Процесс, аналогичный изображенному на рисунке 1, но в полуограниченной области в форме полуполосы. Качественные различия незначительны.

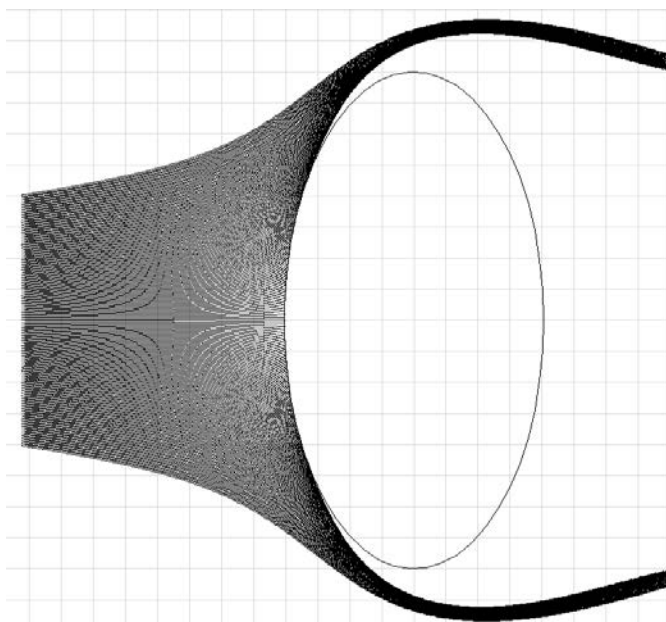


Рис. 3. Процесс напыления на поверхность эллиптического цилиндра.

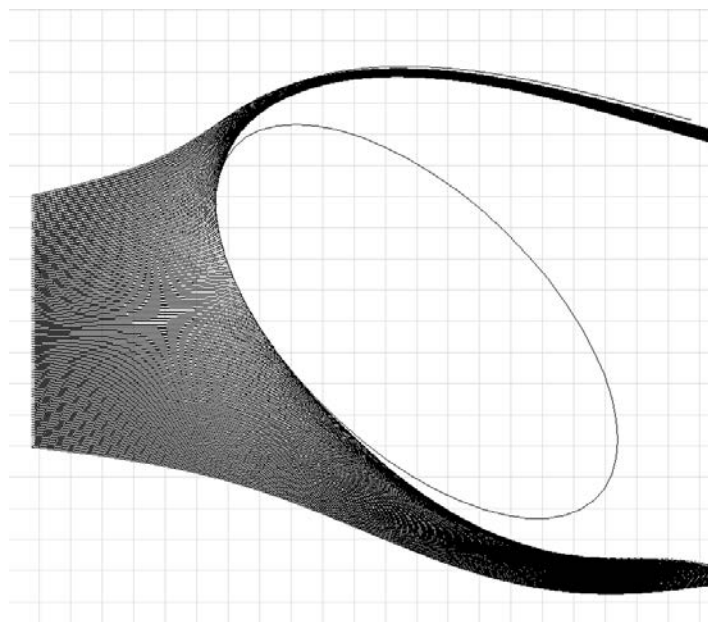


Рис. 4. Процесс напыления на поверхность эллиптического цилиндра под углом атаки.

Приведенные выше рисунки показывают, что наличие внешних границ технологической области напыления влияет на процесс несущественно, а изменение геометрии напыляемого тела (рисунки 3 и 4) существенно качественно меняет процесс. Отметим, что для всех приведенных случаев характерны существенные потери напыляемого вещества

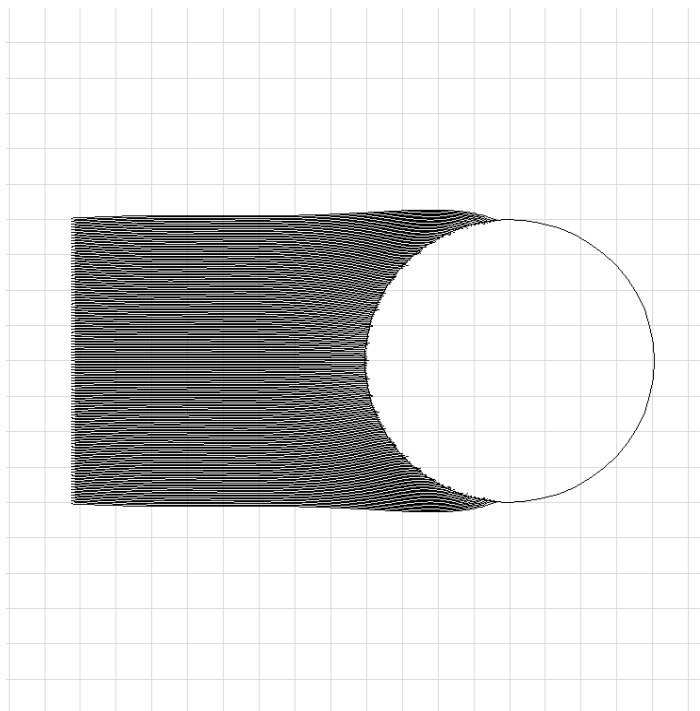


Рис. 5. Напыление заряженных капель на поверхность напыляемого тела, имеющего противоположный по знаку электрический заряд. Геометрические и иные параметры аналогичны рисунку 1.

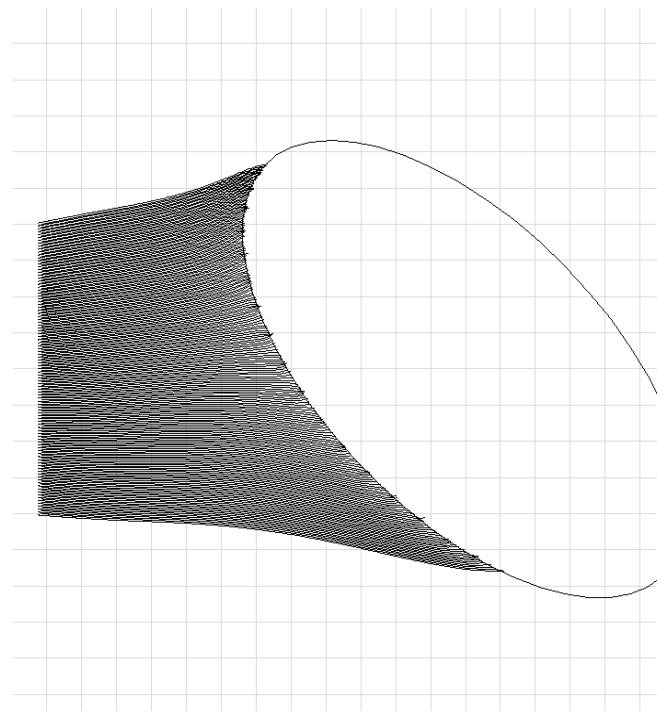


Рис. 6. Процесс напыления заряженных капель на противоположно заряженную поверхность эллиптического цилиндра под углом атаки.

Сравнение рисунков 1, 2 и 5, а также рисунков 3, 4 и 6 показывает, что при напылении заряженных капель на противоположно заряженную поверхность можно практически избежать потерь напыляемого вещества. При напылении заряженных капель между ними происходит электростатическое взаимодействие, в результате которого капли из внешних областей несущей области потока вытесняются на периферию несущей области или за ее пределы. Однако при достаточно малой плотности капель этот эффект не столь значителен, что видно на рисунках 5 и 6, и его влияние на потери напыляемого вещества целиком компенсируется влиянием заряженного тела.

Влияние вихрей и вихревых структур в потоке на структуру напыляющей струи и, соответственно, качество напыляемого покрытия во всех проведенных расчетах было негативным, поэтому управление потоком при помощи генерируемых вихревых структур не может быть рекомендовано для практического применения. Не было найдено также форм ограничивающих поверхностей, существенно влияющих на процесс напыления, но не притягивающих капель напыляемого вещества. Поэтому направляющие поверхности также не могут быть рекомендованы как инструмент управления и совершенствования процесса напыления.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Предложенная в настоящей работе математическая модель процесса напыления тонкого покрытия является обобщением модели, использовавшейся ранее, и позволяет значительно расширить спектр рассматриваемых процессов и технологий напыления. Несмотря на заметное усложнение расчетной схемы, предложенный подход обеспечивает эффективный расчет исследуемого процесса. Показаны принципиальные возможности влияния на процесс (управления процессом) напыления при помощи вихревых структур, направляющих поверхностей и электростатических полей. Таким образом, еще раз подтвержден сделанный в работе [13] вывод об эффективности применения к расчету процессов напыления лагранжевых подходов вычислительной теории потенциала.

Дальнейшие перспективы данного направления исследований совершенно очевидны. Во-первых, это создание прикладного программного обеспечения для расчета технологических процессов напыления. Во-вторых, распространение разрабатываемого подхода на пространственный случай. В-третьих, включение в математическую модель процесса элементов, отражающих дополнительные интересные с практической точки зрения эффекты, например, тепломассообмен между объектами дисперсной фазы и несущим потоком.

Библиографические ссылки

1. Борисов Ю.С. Газотермические покрытия из порошковых материалов. Справочник / Ю.С. Борисов, Ю.А. Харламов, С.Л. Сидоренко, Е.Н. Ардатовская. – К.: Наукова думка, 1987. – 544 с.
2. Кулик А.Я. Газотермическое напыление композиционных порошков.

Монография. / А.Я. Кулик, Ю.С. Борисов, А.С. Мнухин, М.Д. Никитин. – Л.: Машиностроение, 1985. – 199 с.

3. Кудинов В.В. Плазменные покрытия. Монография. / В.В. Кудинов. – М.: Наука, 1977. – 184 с.

4. Кудинов В.В. Нанесение плазмой тугоплавких покрытий. Монография. / В.В. Кудинов, В.М. Иванов. – М.: Машиностроение, 1981. – 192 с.

5. Борисов Ю.С. Плазменные порошковые покрытия. Монография. / Ю.С. Борисов, А.Л. Борисова. – К.: Техніка, 1986. – 222 с.

6. Катц Н.В. Металлизация распылением. Монография. / Н.В. Катц, Е.В. Антошин, Д.Г. Вадивасов. – М.: Машиностроение, 1966. – 199 с.

7. Кречмар Э. Напыление металлов, керамики и пластмасс. Монография. / Э. Кречмар. – М.: Машиностроение, 1966. – 432 с.

8. Сонин В.И. Газотермическое напыление материалов в машиностроении. Монография. / В.И. Сонин. – М.: Машиностроение, 1973. – 152 с.

9. Хасуй А. Техника напыления. Монография. / А. Хасуй. – М.: Машиностроение, 1975. – 288 с.

10. Longo F.N. Handbook of coating recommendations. Monograph. / F.N. Longo. – New York: Metco Inc., 1972. – 212 p.

11. Приходько А.А. К вопросу тестирования и отладки разностных схем и расчетных блоков пакетов прикладных программ для решения задач газовой динамики. / А.А. Приходько, А.В. Зинченко // Вычислительные технологии. – Новосибирск, 1995. – Т. 4. – №12. – С. 251-263.

12. Зинченко А.В. Об одном алгоритме повышенной точности для расчета многофазных сжимаемых течений. / А.В. Зинченко // Проблеми обчислювальної механіки та міцності конструкцій. Зб. наукових праць. – Дніпропетровськ: “Навчальна книга”, 1998. – Т. 3. – С. 75-81.

13. Поляков Н.В. Применение метода граничных элементов для расчета процесса напыления. / Н.В. Поляков, Д.В. Евдокимов // “Вісник Дніпропетровського університету”, 2001. сер. ”Механіка”, вып.4, том 1. – с.146-151.

14. Yevdokymov D.V. Boundary element and discrete vortices method for ideal fluid flow calculations. / D.V. Yevdokymov // D. Durban and A.R.J. Pearson (Eds.) Non-linear singularities in deformation and flow. Proceeding of IUTAM Symposium held in Haifa, Israel, 17-21 March, 1997. Kluwer Academic Publisher. – pp. 217-230.

15. Шрайбер А.А. Турбулентное течение газозвеси. Монография. / А.А. Шрайбер, Л.Б. Гавин, В.А. Наумов, В.П. Яценко – Киев: Наукова думка, 1987. – 240 с.

16. Белоцерковский С.М. Моделирование турбулентных струй и следов на основе метода дискретных вихрей. Монография. / С.М. Белоцерковский, А.С. Гиневский – М.: Издательская фирма «Физико-математическая литература», 1995. – 368 с.

17. Бразалук Ю.В. Применение комбинированного метода граничных элементов и дискретных вихрей для решения некоторых задач гидродинамического взаимодействия в плоских потоках / Ю.В. Бразалук, Д.В.

Евдокимов, Н.В. Поляков // Вестник Харьковского национального университета, 2003, № 590. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 1. – С. 55-60.

Надійшла до редколегії 10.10.2014