

УДК 629.764

П.А. Гайдученко

*Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара*

## **СРАВНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ФОРМ ДНИЩА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТОПЛИВНОГО БАКА ПО СОВОКУПНОСТИ МАССОВОГО И ГАБАРИТНОГО КРИТЕРИЕВ**

В статье приведены результаты сравнения наиболее распространённых форм днищ цилиндрических топливных баков (сферического, эллиптического, конического, торосферического и тороконического) по совокупности двух критериев: минимума массы бака и максимально плотной компоновки днища. При сравнении использовались наиболее характерные данные о габаритах и условиях нагружения топливных баков ракет-носителей.

*Ключевые слова: оптимальное проектирование, несущая конструкция, ракетно-космические системы, многокритериальная оптимизация.*

У статті наведені результати порівняння найпоширеніших форм днищ циліндричних паливних баків (сферичного, еліптичного, конічного, торосферичного та тороконічного) по сукупності двох критеріїв: мінімуму маси бака й максимально щільного компоновання днища. При порівнянні використовувалися найбільш характерні дані про габарити й умови навантажування паливних баків ракет-носіїв.

*Ключові слова: оптимальне проектування несучих конструкцій, ракетно-космічні системи, багатокритеріальна оптимізація.*

The paper presents the results of a comparison of the most common forms of the cylindrical fuel tanks bottoms ( spherical , elliptical , conical , and torospherical torokonical ) by a combination of two criteria: minimum weight and maximum tank bottoms tight layout .

© П.А. Гайдученко, 2014

**When comparing used most characteristic data on the dimensions and loading conditions of rockets fuel tanks.**

*Keywords: optimal design, bearing design, missile and space systems, multi-criteria optimization.*

### **Введение**

Масса и длина цилиндрических топливных баков при заданном объёме и диаметре зависит от геометрии днищ. При выборе формы и параметров днищ баков летательных аппаратов, как правило, стремятся найти компромисс между двумя противоречивыми требованиями: компоновка днища должна быть максимально плотной, а масса всего бака – минимальной. Особо следует подчеркнуть, что минимум массы днища далеко не всегда означает, что и масса всего бака получится минимальной (см., к примеру, [1]). В настоящей статье было проведено сравнение днищ различной формы по совокупности двух критериев: минимума массы бака и максимально плотной компоновки днища.

## 1. Постановка задачі

Сравнение днищ топливных баков различной формы проводить будет удобнее, если сразу же принять, что может изменяться форма и параметры только одного из них. Форма и параметры второго днища ( $a$ , соответственно, его масса и высота) при этом будут оставаться неизменными. Для определённости будем считать, что изменяться могут характеристики только нижнего днища. Ограничимся случаем, когда днище является выпуклым.

Будем считать известными.

1. Радиус цилиндрической части бака  $r$ .

2. Объём бака. Исходя из приведённых выше соображений об удобстве сравнения различных вариантов днища между собой, из этого объёма сразу же следует исключить объём верхнего днища, как остающийся постоянным для всех сравниваемых вариантов. Обозначим с помощью  $V_0$  объём бака без учёта объёма верхнего днища.

3. Максимальное значение внутреннего избыточного давления, действующего на нижнее днище в расчётном случае нагружения  $p$ . Давление  $p$  есть результат суммирования давления наддува и давления гидростатического столба жидкости.

4. Эквивалентную толщину цилиндрической оболочки бака  $\delta_{\text{э.а.}}$ , найденную в результате предварительного проектировочного расчёта цилиндрической оболочки бака на совместное действие осевой сжимающей силы и внутреннего избыточного давления.

Примем следующие допущения.

1. Расчёт оболочек днищ на прочность будет выполняться по безмоментной теории.

2. Масса оболочек днищ будет определяться на основе расчётных значений толщин.

3. В массе днища будем учитывать массу распорного шпангоута (если его установка необходима). Площадь поперечного сечения распорного шпангоута,  $a$ , соответственно, и его масса, будет определяться по приближенной зависимости, не учитывающей влияние присоединённых оболочек.

4. Предположим, что при изменении габаритов бака из-за изменения характеристик нижнего днища, максимальное внутренне давление  $p$  не изменяется. На самом деле из-за изменения гидростатической составляющей суммарное давление  $p$  неизбежно будет изменяться. Однако представляется, что изменение высоты гидростатического столба, связанное с изменением формы и параметров нижнего днища, к существенным изменениям суммарного давления быстрее всего приводить не будет. Так для баков малого удлинения гидростатическая составляющая давления вообще невелика по сравнению с давлением наддува. Для баков большого удлинения приращение высоты столба жидкости вследствие изменения объёма днища и, соответственно, изменения высот днища и цилиндрической оболочки бака будет несущественным по

сравнению с высотой столба жидкости, находящейся в цилиндрической части бака.

5. Руководствуясь аналогичными соображениями, предположим, что при изменении высоты цилиндрической оболочки бака вследствие изменения объёма днища эквивалентная толщина цилиндрической оболочки  $\delta_{\text{экв}}$  также остаётся неизменной.

6. Технологию изготовления днищ будем учитывать упрощённо: будем принимать во внимание только технологическое ограничение на толщину тонкостенных оболочек. Так, если расчётное значение толщины получится меньше технологического минимума  $\delta_{\text{добр}}$ , то толщина оболочки будет увеличиваться до  $\delta_{\text{добр}}$ . Другие факторы технологического характера, увеличивающие массу днищ по сравнению с массой, определённой по расчётным значениям толщин, учитываться не будут.

Задача заключается в том, чтобы сравнить между собой днища различной формы по совокупности двух критериев: минимума массы и максимально плотной компоновки.

## 2. Варианты днища для сравнения

В настоящее время получили наибольшее распространение следующие монооболочечные днища: сферические, эллиптические, конические, а также днища, состоящие из нескольких оболочек. Из составных днищ будем рассматривать торосферическое и тороконическое.

**Сферическое днище (схема 1).** Оболочка сферического днища (см. рис. 1 а) представляет собой сегмент сферы радиуса, большего радиуса цилиндрической оболочки бака. В месте соединения днища с цилиндрической оболочкой должен устанавливаться распорный шпангоут. Площадь, а, соответственно, и масса шпангоута при заданном радиусе бака являются функциями радиуса днища.

**Эллиптическое днище (схема 2).** Оболочка эллиптического днища представляет собой половину эллипсоида вращения с полуосями  $b$  и  $r$ , причём из соображений плотности компоновки, как правило, принимают, что  $b < r$  (рис. 1 б). В месте соединения днища с цилиндрической оболочкой возникает скачок напряжений. Несмотря на это, в месте сопряжения эллиптического днища с оболочкой бака распорный шпангоут не устанавливается.

**Коническое днище (схема 3)** схематически показано на рис. 1 в. Соединение конической оболочки днища с цилиндрической оболочкой бака осуществляется с помощью распорного шпангоута.

**Торосферическое днище (схема 4)** образуется из двух оболочек – торового слоя и сегмента сферы (схема образования торосферического днища показана на рис. 1 г).

**Тороконическое днище (схема 5)** образуется из конической оболочки и оболочки, имеющей форму торового слоя (см. рис. 1 д).

В месте сопряжения торосферического и тороконического днищ с цилиндрической оболочкой бака распорный шпангоут не устанавливается.

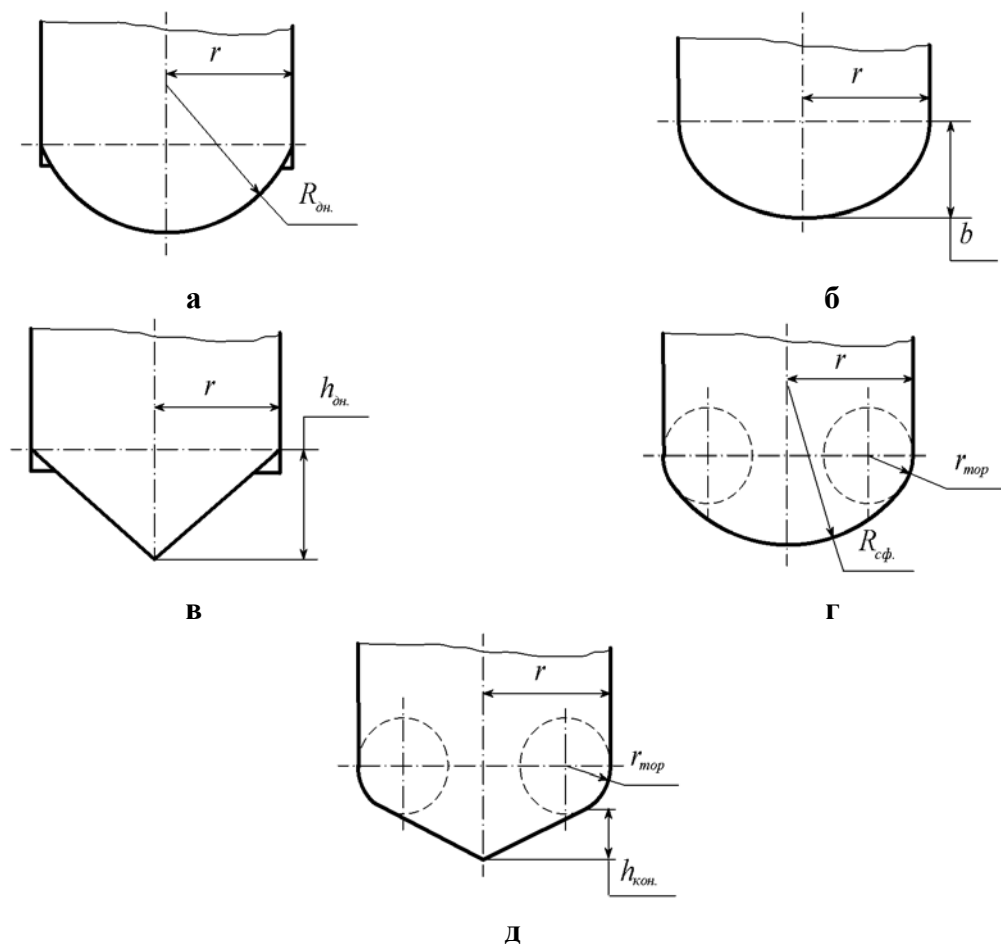


Рис. 1. Сравнимые схемы днища: а – сферическое, б – эллиптическое, в – коническое, г – торосферическое, д – тороконическое

Другие формы днища в настоящей статье рассматривать не будем, исходя из следующих соображений. Монооболочечные днища типа днищ Бицено или днища Кассини не получили сколь-нибудь широкого распространения вследствие сложности их изготовления. Составные днища других форм, образованные, например, соединением усечённого конуса с сегментом сферы, вряд ли смогут составить конкуренцию уже перечисленным вариантам из-за значительно большей массы.

Дополнительно введём ещё две схемы, предназначенные исключительно для нормирования результатов при сравнении между собой схем 1-5.

**Полусферическое днище (схема А)** – это частный случай сферического днища (радиус днища равен радиусу бака). Бак с полусферическим днищем при прочих равных условиях будет обладать минимально возможной массой. Однако применение полусферических днищ ограничено тем, что компоновка бака получается наименее плотной.

**Плоское днище (схема В).** Компоновка бака при таком днище получается максимально плотной. Но масса бака с плоским днищем получается значительно больше, чем для днищ других форм. Поэтому в ёмкостях, работающих под давлением, в том числе, и в топливных баках, плоские днища применяются крайне редко.

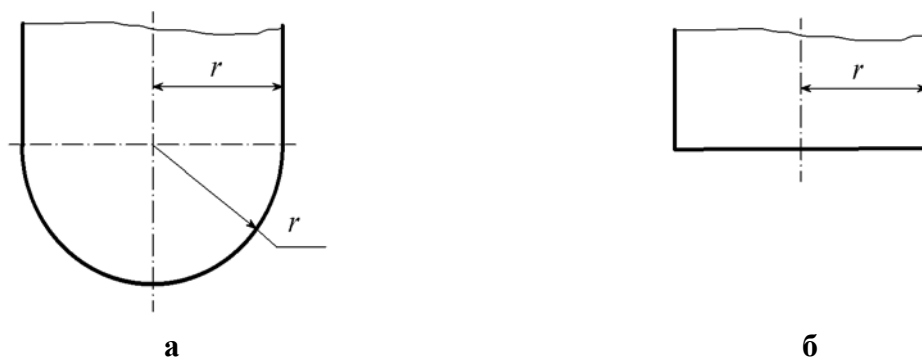


Рис. 2. Схемы днища, использующиеся для нормирования результатов при сравнении схем 1-5: а – полусферическое, б – плоское

### 3. Математическая модель (общая формулировка задачи двухкритериальной оптимизации)

В качестве критериев оптимальности будем использовать следующие величины.

1. Массу бака  $M_{\Sigma}$ , включающую в себя массу днища, массу цилиндрической оболочки бака и массу распорного шпангоута (для тех схем, где его установка необходима). Минимально возможное значение  $M_{\Sigma}$  имеет место для схемы А:

$$M_{\Sigma min} = (2\pi r H \delta_{\text{сф.об.}} + 2\pi r^2 \delta_{\text{дн.}}) \rho, \quad (1)$$

где  $\delta_{\text{сф.об.}}$  - толщина сферической оболочки радиуса  $r$ , нагруженной давлением  $p$ .

2. Высоту бака  $H_{\Sigma}$ . При выпуклом днище  $H_{\Sigma}$  включает высоту цилиндрической оболочки бака  $H$  и высоту днища  $h_{\text{дн.}}$  (см. рис. 3):

$$H_{\Sigma} = H + h_{\text{дн.}}. \quad (2)$$

Представляется, что высота бака является наиболее простой и репрезентативной характеристикой плотности компоновки: чем высота меньше, тем компоновка плотнее. Минимально возможное значение высоты  $H_{\Sigma}$  даёт схема В:

$$H_{\Sigma min} = \frac{V_0}{\pi r^2}. \quad (3)$$

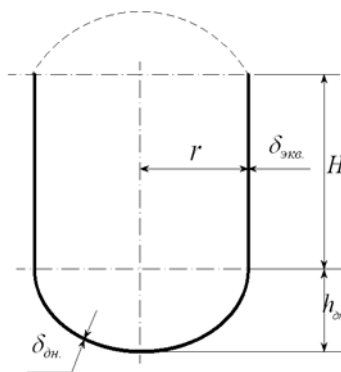


Рис. 3. Расчётная схема бака

Для каждой из альтернативных схем 1-5 может быть сформулирована задача двухкритериальной оптимизации вида:

$$\begin{cases} M_{\Sigma}(\vec{x}) \rightarrow \min \\ H_{\Sigma}(\vec{x}) \rightarrow \min \\ V(\vec{x}) = V_0; \\ \varphi_j(\vec{x}) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m; \\ \vec{x} \geq \vec{x}_{\text{оаоі}}, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\vec{x}$  - множество проектных параметров. Состав элементов этого множества зависит от конкретной схемы. В число проектных параметров будут входить:

- линейные и/или угловые размеры, описывающие контуры днища;
- толщина оболочки днища (толщины – для днищ, образованных двумя оболочками);
- высота цилиндрической оболочки бака  $H$  (при изменении формы и параметров днища происходит перераспределение объёма  $V_0$  между днищем и цилиндрической частью бака; в результате изменяется высота цилиндрической оболочки бака, а, следовательно, и её масса);

$V(\vec{x})$  - суммарный объем нижнего днища и цилиндрической оболочки бака как функция проектных параметров; соответственно, ограничение  $V(\vec{x}) = V_0$  означает, что при изменении параметров днища объем бака должен оставаться неизменным;

$\varphi_j(\vec{x}) \leq 0$  - ограничения, полученные из условия прочности оболочки (оболочек) днища. Для эллиптического и торосферического днищ при определённой комбинации проектных параметров возможна потеря устойчивости. Соответственно, для таких днищ одно из ограничений будет иметь смысл условия отсутствия потери устойчивости;  $m$  - число ограничений по прочности/устойчивости для конкретной схемы;

$\vec{x} \geq \vec{x}_{\text{оаоі}}$  - технологические ограничения на каждый из проектных параметров в отдельности. При формулировке этих ограничений принимаются во внимание следующие факторы. Толщины тонкостенных оболочек не могут быть меньше некоторого технологического минимума. Радиус сферической части днища не может быть меньше радиуса бака  $r$ . Малый радиус торового слоя  $r_{\text{тд}}$  в торосферическом или тороконическом днищах не может быть меньше некоторой величины, допустимой из условия изготовления торовых оболочек.

## 4. Результаты вычислительного эксперимента и выводы

### 4.1. Форма представления результата

Для каждой из сравниваемых схем каким-то формально-математическим методом можно найти единственное решение задачи двухкритериальной оптимизации (4). А затем сравнить найденные решения и выбрать лучшее. Однако в данной работе такая цель не ставилась. И вот почему. Существует несколько различных подходов к решению задач многокритериальной



оптимизации. Каждый из этих подходов, исходя из некоторых разумных соображений, позволяет найти одно единственное, вполне определённое решение. Но вот ответы, получаемые при применении различных подходов к решению одной и той же задачи, как правило, не совпадают. Что, наверное, закономерно – в основе каждого подхода лежат различные идеи о том, как должен быть достигнут компромисс между противоречивыми требованиями критериев оптимальности. Другими словами, результат формального решения задачи многокритериальной оптимизации чаще всего содержит элемент субъективизма, поскольку субъективен выбор метода её решения.

В этой ситуации гораздо информативнее будет проанализировать характер изменения зависимости между критериями оптимальности для всех пяти сравниваемых схем. Поскольку в данной задаче критериев всего 2, то проще будет это сделать графически. А, именно. Задаться какими-то типовыми данными о габаритах бака, действующих нагрузках и конструкционном материале (определённую совокупность этих данных будем называть *моделью исходных данных*). А затем в одних и тех же координатных осях «масса-высота» построить графики зависимости между критериями оптимальности для всех пяти альтернативных схем. Сравнение подобных графиков, полученных для различных моделей исходных данных, даст возможность оценить эффективность применения днищ различной формы.

Исходя из высказанных соображений, в настоящей статье была принята следующая форма представления результата решения задачи двухкритериальной оптимизации (4). Для одной и той же модели исходных данных для всех сравниваемых схем 1-5 строился график зависимости между критериями оптимальности. Чтобы проще было сопоставлять при анализе графики, полученные для различных моделей исходных данных, по координатным осям откладывались не абсолютные значения массы и высоты бака, а отношения этих величин к их наилучшим значениям. Потенциальный минимум массы бака для принятой модели исходных данных определялся с помощью схемы А, минимум высоты – схемы В. Таким образом, на всех графиках точка с координатами (1, 1) соответствует некоторому гипотетическому варианту, имеющему минимально возможную массу схемы А при минимально возможной высоте схемы В. Дополнительно для справки на каждом рисунке приведены абсолютные значения минимальной массы  $M_{\Sigma min}$  и минимальной высоты  $H_{\Sigma min}$  для принятой модели исходных данных. Кривые на графиках пронумерованы в соответствии с номерами вариантов днища: 1 – сферическое, 2 – эллиптическое, 3 – коническое, 4 – торосферическое, 5 – тороконическое.

И, наконец, чтобы получить сопоставимые графики для всех моделей исходных данных, верхние значения шкал по обеим координатным осям ограничены 2. Это соответствует двукратному проигрышу по каждому из критериев по сравнению с его потенциально наилучшим значением. Исключение сделано только для графиков на рис. 6 б – об этом см. ниже.

## 4.2. Результаты вычислительного эксперимента

На рис. 4-6 приведены результаты вычислительного эксперимента для следующих исходных данных: радиус бака 1 м, конструкционный материал – алюминиевый сплав АМг6, технологический минимум толщины тонкостенных оболочек 1 мм. Остальные исходные данные оговаривались в модели исходных данных. Были рассмотрены следующие модели.

1. **Подвесной бак малого удлинения, нагруженный низким давлением** (результаты сравнения днищ приведены на рис. 4 а). Объем бака  $V_0 = 3,14 \text{ м}^3$ . Удлинение бака, т.е. отношение высоты  $H_\Sigma$  к радиусу  $r$ , для схемы В равно 1. Это значение приведено исключительно для справки; для схем 1-5 удлинение бака получится бóльшим. Более того, для каждой из схем удлинение будет различным. К тому же, при изменении параметров днища удлинение тоже будет изменяться. Давление  $p = 0,5 \text{ МПа}$ .

2. **Подвесной бак малого удлинения, нагруженный высоким давлением** (рис. 4 б). Исходные данные те же, что и для модели 1. Давление  $p$  увеличено до  $2,5 \text{ МПа}$ .

В моделях 1-2 толщина цилиндрической оболочки бака определялась из условия прочности при действии внутреннего избыточного давления  $p$  с учётом технологического ограничения на толщину гладкой оболочки.

Для двух первых моделей исходных данных коническое днище при всех комбинациях проектных более чем в 2 раза проигрывает четырём остальным вариантам по обоим критериям одновременно. Поэтому на рис. 4 для принятых шкал по координатным осям нет кривой, соответствующей коническому днищу.

3. **Подвесной бак среднего удлинения, нагруженный низким давлением** (рис. 5 а). Объем бака  $V_0 = 6,28 \text{ м}^3$  (удлинение для схемы В  $H_\Sigma/r = 2$ ). Давление  $p = 0,5 \text{ МПа}$ .

Толщина цилиндрической оболочки выбиралась так же, как и для моделей 1 и 2.

4. **Несущий бак среднего удлинения, нагруженный низким давлением** (рис. 5 б). Исходные данные такие же, как и для предыдущей схемы. За исключением толщина цилиндрической оболочки бака:  $\delta_{\text{ц.об.}}$  была принята равной  $10 \text{ мм}$ .

5. **Несущий бак большого удлинения, нагруженный низким давлением** (рис. 6). Объем бака  $V_0 = 15,7 \text{ м}^3$  (удлинение для схемы В  $H_\Sigma/r = 5$ ). Давление  $p = 0,5 \text{ МПа}$ . Эквивалентная толщина цилиндрической оболочки, как и для предыдущей модели, принималась равной  $10 \text{ мм}$ . Для этой модели один и тот же график приведён дважды. Чтобы получить сопоставимую с предыдущими рисунками картину, на рис. 6 а оставлена такая же шкала по координатным осям, как и на рис. 4-5. На рис. 6 б, чтобы получить более



детальную картину, верхние границы шкал по обеим координатным осям уменьшены до 1,25.

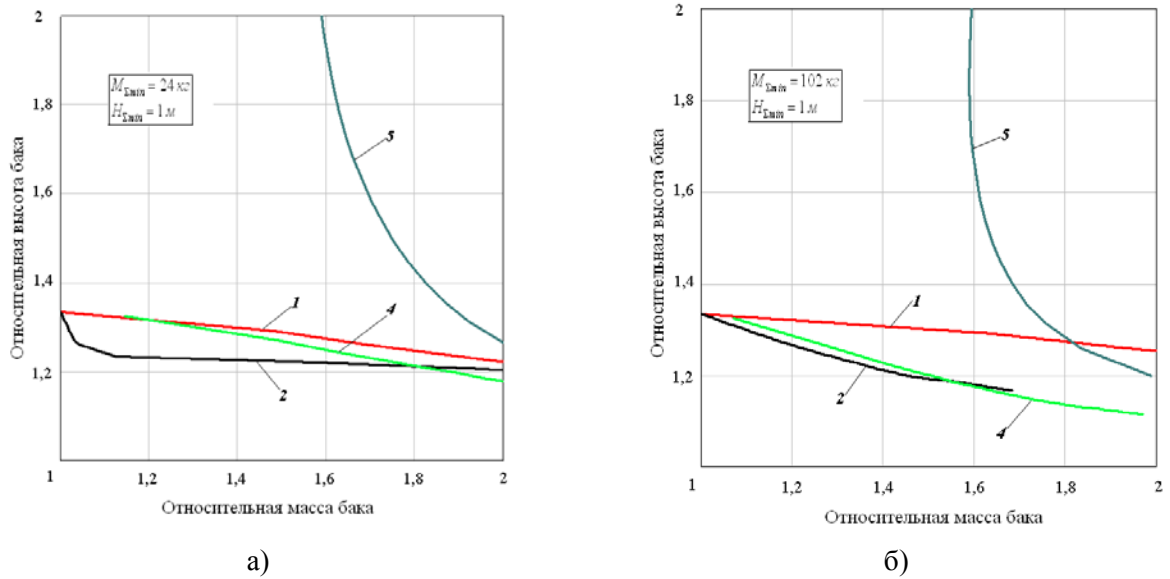


Рис. 4. Зависимость между массой и высотой подвешного бака малого удлинения: а – модель исходных данных 1, б – модель 2

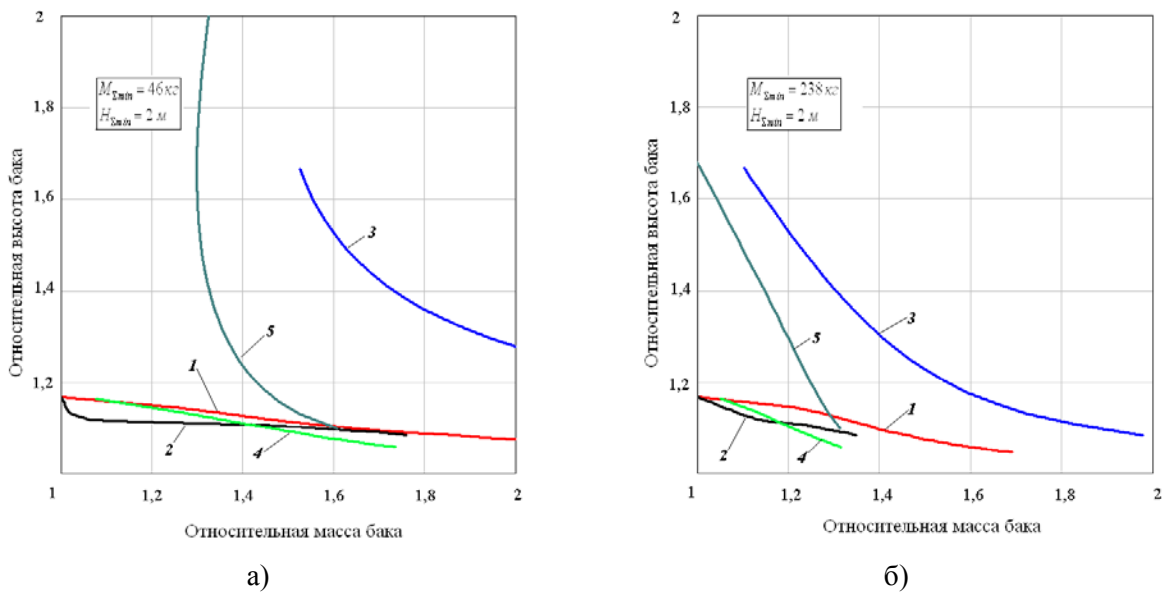


Рис. 5. Зависимость между массой и высотой бака среднего удлинения: а – модель исходных данных 3, б – модель 4

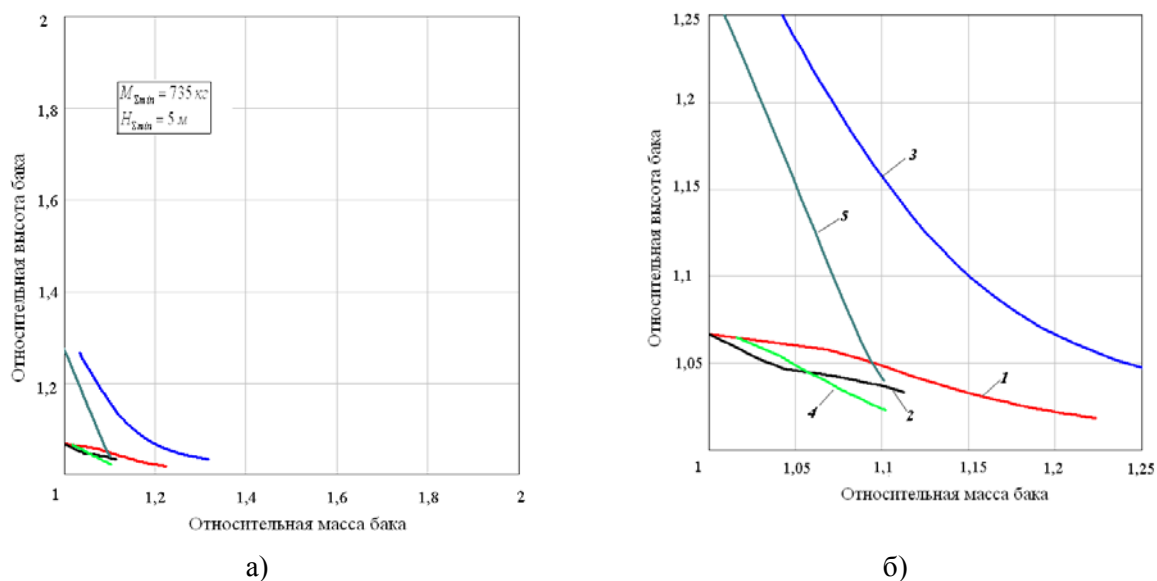


Рис. 6. Зависимость между массой и высотой бака большого удлинения для модели исходных данных 5

Для других моделей исходных данных (с другими значениями радиуса и удлинения бака, давления  $p$  и эквивалентной толщины цилиндрической оболочки  $\delta_{\text{уе}}^{\hat{a}}$ ) графики зависимости между критериями оптимальности получаются примерно такими же. С некоторыми количественными отличиями, не меняющими общей тенденции, демонстрируемой графиками на рис. 4-6.

#### 4.3. Выводы

1. Как и следовало ожидать, сферическое, эллиптическое и торосферическое днища по совокупности принятых критериев примерно равноценны (с некоторым постоянным преимуществом эллиптического и торосферического днищ). Коническое днище во всех случаях сильно проигрывает остальным. Тороконическое днище при жестких требованиях к плотности компоновки может составить некоторую конкуренцию эллиптическому и торосферическому днищам (см. рис. 5). Разумеется, сам по себе этот вывод далеко не нов. Однако графики, приведенные на рис. 4-6, дают возможность количественно оценить выигрыш (или проигрыш) от применения днища той или иной формы.

2. Если необходимо при выпуклом днище добиться плотной компоновки любой ценой, предпочтительным выглядит, либо эллиптическое, либо торосферическое днища (выбор из двух этих вариантов зависит как от исходных данных, так и предельно допустимого значения высоты бака). Как видно из графиков, при одной и той же высоте бака его масса при применении эллиптического (или торосферического) днища может оказаться существенно меньше массы бака с альтернативными вариантами днища.

3. Примечательно, что ни для одной из схем (исключая схему 5, да и то только при некоторых комбинациях исходных данных) зависимость для массы бака не имеет экстремума – минимум массы достигается при граничных значениях проектных параметров. Например, для днищ сферической,

эллиптической и торосферической форм минимум массы бака имеет место в случае, когда все эти днища превращаются в полусферическое.

**Библиографические ссылки**

1. Основы конструирования ракет-носителей космических аппаратов: учебн. для студ. вузов/Б.В. Грабин, О.И. Давыдов, В.И. Жихарев и др.; под ред. В.П. Мишина, В.К. Карраска. – М.: Машиностроение, 1991. – 416 с.
2. Лизин В.Т., Пяткин В.А. Проектирование тонкостенных конструкций. – М.: Машиностроение, 1985. – 344 с.

*Надійшла до редколегії 26.05.2014*